

用动态位移响应测量压电常数的方法

陈伟民¹, 李敏²

(1. 北京大学力学与工程科学系, 北京 100871; 2. 中科院力学研究所非线性力学国家实验室, 北京 100080)

摘要: 根据基本压电方程推导了压电陶瓷晶片内受迫振动的计算公式, 并结合共振实验, 提出了一种直接测量压电陶瓷晶片的压电常数的方法。与传统的线路传输压电常数测量方法相比较, 本方法具有许多优点。由于减少了中间环节, 测量结果的精度也得到了提高。

关键词: 压电陶瓷; 受迫振动; 压电常数

中图分类号: V 249 **文献标识码:** A

Analysis and Application of Forced Vibration of Piezoceramic

CHEN Weimin¹, LIMin²

(1. Beijing University, Dept of Mechanics and Engineering Science, Beijing 100871, China;

2. State Key Lab. of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, C.A.S., Beijing 100080, China)

Abstract: The formula of the in-plane forced vibration of piezoelectric materials plates is presented based upon the fundamental piezoelectric equations, then a direct method of measuring the piezoelectric constant of piezoelectric materials is developed by combining the response formula of the in-plane forced vibration of piezoelectric materials plates with the resonance test. The resonance test is carried out by using laser vibrometer that has high measurement accuracy and do not need sensors, made the test more convenient. Comparing with the traditional method of measuring the piezoelectric constant, the present method has much more advantages. The accuracy of the results is also raised due to the reduction of intermediate links.

Key words: piezoceramic; forced vibration; piezoelectrical constant

1 引言

在航天、航空等结构的形状控制和主动振动控制中, 压电智能结构的应用非常广泛和深入, 其结构特性的分析、计算也愈显重要。通过对压电陶瓷片受迫振动计算的研究, 本文提出了一种用直接测量压电片动态位移的方式来确定压电片的压电常数的方法, 不需象传统的线路传输法还要求压电片的弹性柔顺系数, 减少了中间环节。另外, 本文的实验采用非接触式激光测振仪, 无需粘贴传感器, 而且测量的信号为速度信号, 相当于将静态位移放大了倍数, 从而克服了常规测量方法所无法克服的困难。

2 基本方程和实例结果分析

2.1 基本方程

本文的研究对象为电场垂直于长度的长度伸缩晶片, 如图 1 所示。电极面在垂直于 z 方向的主要平面上, 在厚度方向极化, 所加电场沿厚度方向。设晶片的各方向均为自由的。

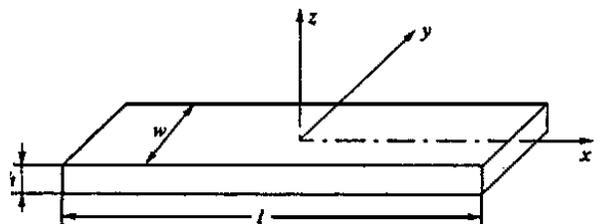


图 1 电场垂直于长度的长度伸缩晶片

压电方程为

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \\ D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \end{cases} \quad (1)$$

式中 S_1 为 x 方向的应变; T_1 为 x 方向的应力; s_{11}^E 为电场短路下的弹性柔顺系数; d_{31} 为压电陶瓷晶片的压电常数, 即在应力为零(或恒定)时, 由 z 方向的电场变化所引起的 x 方向的应变变化与电场变化之比; E_3 为 z 方向电场强度; ϵ_{33}^T 为压电晶片的介电常数; D_3 为 z 方向电位移。

由压电方程可得有阻尼电激励下的受迫振动响应。由剖面假设, 晶片横截面的力由压电方程的第

一式给出

$$F = T \Delta A = \frac{1}{s_{11}^E} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) A - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_{31} A \quad (2)$$

式中 ξ 为 x 方向位移; A 为晶片的横截面积。

式(2)右边第一项为弹性力, 第二项为电场力。如果把交变电场力作为外部激励力来考虑, 该问题就是一个典型的受迫振动。如果外作用电压为一简谐激励电压 $U = U_0 \sin \omega t$, 这时的电压激励力为

$$F(t) = d_{31} \frac{U_0}{h} A \frac{1}{s_{11}^E} \sin \omega t \quad (3)$$

如果 $\omega = 2\pi f_1$ (f_1 为晶片面内纵向伸缩振动基频), 模态阻尼为 ζ 则自由支持晶片在共振时右(左)端面纵向受迫振动的振动响应为

$$X(t) = \frac{1}{2\zeta} \cdot \frac{F_0}{K} \sin(\omega t), k = \frac{2A}{s_{11}^E l} \quad (4)$$

式中 K 为晶片的纵向伸缩刚度。当电压、阻尼已知, 就可以计算系统的受迫振动响应。

2.2 实例分析

本文以电场垂直于振动方向的长度伸缩压电陶瓷晶片为例进行了理论计算和实验测量, 并对二者的结果进行了比较, 以验证上述理论。只计长度方向的伸缩, 取试件的长度 l 大于 5 倍的宽度 w , 大于 10 倍的厚度 h , 具体尺寸为: $l = 50.0 \text{ mm}$, $w = 10.0 \text{ mm}$, $h = 0.3 \text{ mm}$ 。材料的密度为 8.0 g/cm^3 , 压电常数 $d_{31} = 2.245 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ 。

(1) 阻尼的确定

给外激励电压 $U = U_0 \sin(2\pi f_1 t)$, $f_1 = 28.219 \text{ Hz}$, $U_0 = 0.37 \text{ V}$ 。然后释放电压, 测量晶片长度方向端面的速度响应衰减曲线, 由

$$\ln \frac{\dot{X}(t)}{\dot{X}(t+T_1)} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \delta, T_1 = \frac{1}{f_1} \quad (5)$$

得阻尼 $\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$

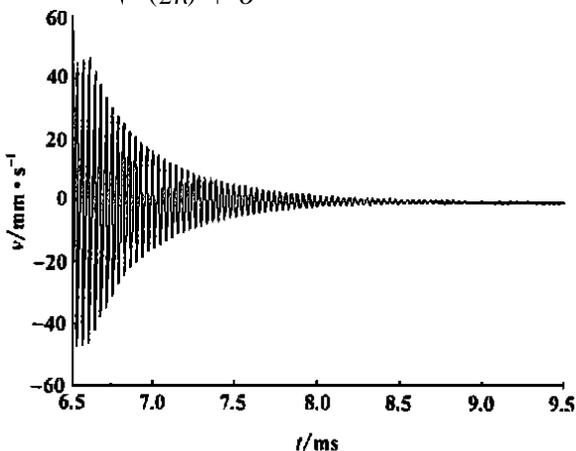


图2 压电晶片在正弦电压作用下(施加和释放)的响应

本文的实验采用激光非接触测振仪来完成, 不

需在本身质量非常小的压电片上粘贴传感器, 即不存在传感器附加质量影响, 因此可以准确、方便地测出晶片的端面速度响应曲线。实验测量曲线取平均值(见图2), 阻尼为 0.013 5。

由式(3)、(4)可得, 受迫振动的共振幅值为

$$X = \frac{1}{2\zeta} \cdot d_{31} \cdot \frac{U_0}{h} \cdot \frac{1}{2} = 0.2564 (\mu\text{m})$$

(3) 计算值与实验测量值的比较

端面速度的实验测量曲线如图3所示。

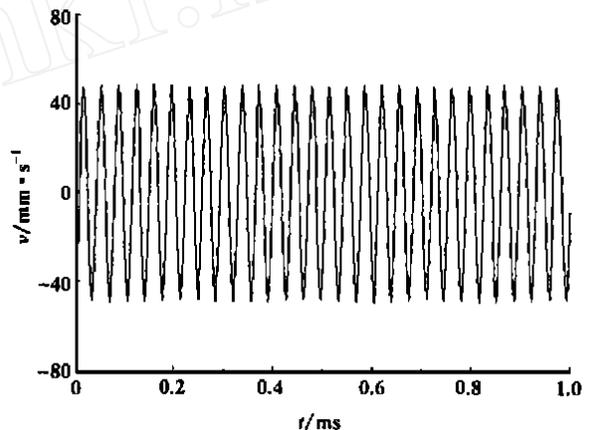


图3 压电晶片的受迫振动速度响应

由速度幅值和频率, 可以推算出振动位移幅值 $X = \dot{X} / 2\pi f_1$ 。表1列出了计算值与实验值的比较, 从表1的结果可见, 计算值与实验值是吻合的, 这说明这种计算方法是正确的。

表1 受迫振动幅值计算值与实验值的比较

计算值/ μm	实验值/ μm	误差/%
0.2564	0.2707	5.57

2 用

d_{31} 和阻尼以后, 可以计算出某一激励电压下的纵向端面的位移响应幅值 X ; 反过来, 若我们能通过实验测得端面位移响应幅值 X 和阻尼 ζ 就可以推算出压电晶片的压电应变常数。本文称这种测量压电晶片压电常数的方法为动态位移法。该方法的具体步骤为:

(1) 测出晶片的阻尼 利用式(5), 测出阻尼 ζ

(2) 测量端面振动速度 \dot{X} 由谐振频率 f_1 和振动速度 \dot{X} 可推出振动幅值 $X = \dot{X} / 2\pi f_1$, 之所以在谐振频率 f_1 下激振, 是因振动幅值在这时最大, 便于测量。

(3) 确定压电应变常数 根据实验测量的阻尼和振动幅值, 可以推算出压电应变常数

$$d_{31} = (X \cdot 2\zeta \cdot h \cdot 2) / (U_0 \cdot l)。$$

下面我们用实例来验证该方法并将结果与传统测量方法作一比较。

3 动态位移法与传统方法的比较

传统的压电常数 d_{31} 测量方法有两种: 一是静态法, 即在不受夹持的压电晶片, (保持应力为零) x 方向上粘贴应变片, 测量晶片在 z 方向施加某一静电电压 U 时的应变, 考虑到 z 方向的电场强度 $E_3 = U/h$, 求出单位场强引起的应变即是压电应变常数。事实上压电晶片在通常电压作用下的变形非常小(通常量级为 10^{-6} m), 很难测量准确, 而且这种方法对应变片的粘贴要求非常高, 所以现在很少使用静态法。另一种是动态线路传输法^[3], 这也是目前常用的测量方法, 其测量步骤为:

确定弹性柔顺系数和机电耦合系数, 因为压电振子等效电路的导纳 Y 为^[1]:

$$Y = j\omega \frac{w l \epsilon_{33}^T}{h} \left[(1 - k_{31}^2) + k_{31}^2 \frac{\tan \frac{n l}{2}}{\frac{n l}{2}} \right] \quad (6)$$

式中 $k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$, $n = \frac{\omega}{v}$, $v = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}}$, k_{31} 为机电耦合系数; v 为波速; n 为波数; ρ 为晶片质量密度; ω 为振动频率。

当 $\tan \frac{n l}{2}$ 时, 即 Y 时, 得共振基频 $f_r = \frac{v}{2l}$, 可确定弹性柔顺系数为

$$s_{11}^E = \frac{1}{4 \cdot l^2 \cdot \rho \cdot f_r^2} \quad (7)$$

当 $Y = 0$ 时, 有

$$\frac{k_{31}^2 - 1}{k_{31}^2} = \frac{\tan \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{f_a}{f_r} \right) \right]}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{f_a}{f_r} \right)} \quad (8)$$

f_a 为反共振基频, 由式(8)可确定机电耦合系数 k_{31} 。

用线路传输法测出晶片的共振频率 f_r 和反共振频率 f_a (见图 4), 从而确定弹性柔顺系数 s_{11}^E 和机电耦合系数 k_{31} 。

(1) 确定介电常数 ϵ_{33}^T

测出低频电容 C^T , 可由下式得介电常数

$$\epsilon_{33}^T = \frac{h}{l \cdot w} C^T。$$

(2) 确定压电常数 d_{31}

根据已经得出的弹性柔顺系数、机电耦合系数及介电常数, 可求出压电常数

$$d_{31} = k_{31} \sqrt{\epsilon_{33}^T s_{11}^E} \quad (9)$$

我们用本文介绍的方法和线路传输法分别测量了同一压电晶片的 d_{31} , 测量结果见表 2。

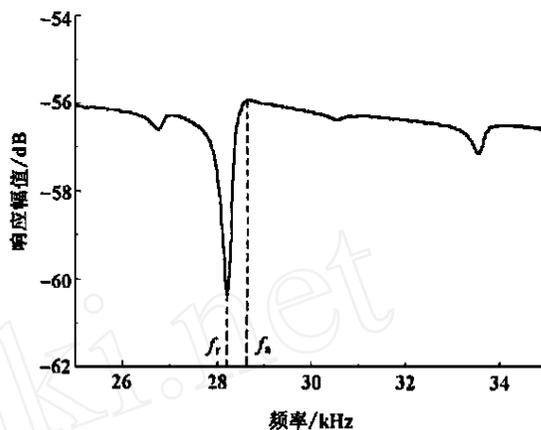


图 4 压电晶片的共振和反共振频率
表 2 两种方法测定的 d_{31} (10^{-12} m/s)

线路传输法	动态位移法
224.5	232.4

从表 2 可见, 用本文介绍的方法测定的 d_{31} 与线路传输法测量的结果基本一致, 而用本文的方法更有优势, 因为

(1) 通常的线路传输法, 进行了一级近似, 假定晶片的谐振频率与最小阻抗频率、串联谐振频率相等, 反谐振频率与最大阻抗频率、并联谐振频率相等, 这就存在一定的误差; 而本文介绍的方法没有类似的等效。

(2) 线路传输法要求所测量的晶片必须满足长度远大于厚度和宽度, 但是通常的晶片不一定能满足这个要求, 为此需要切割晶片; 而用本文介绍的方法可以不破坏晶片(对不同的测量对象可以采用相应的计算公式或用有限元计算)。

(3) 用本文介绍的方法, 不需求晶片的弹性柔顺系数, 比之动态线路传输法, 减少了一个可能带来误差的环节。事实上, 动态法的优势是显而易见的, 但问题的关键是如何精确测定微小晶片的动态参数, 因为压电晶片的尺寸很小, 无法用常规的传感器测量; 而且振动的幅值也非常小, 直接测量位移很困难。本实验采用非接触式激光测振仪, 无需粘贴传感器, 而且测量的信号为速度信号, 相当于将静态位移放大了 $2\pi f_r / 2\zeta$ 倍(实验值约为 6.57×10^6 倍), 这样, 就克服了常规测量方法所无法克服的困难。

参考文献:

[1] 栾桂冬. 压电换能器和换能器阵[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990.
[2] 季文美, 方同, 等. 机械振动[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
[3] 李 远, 秦自楷, 周志港. 压电与铁电材料的测量[M]. 北京: 科学出版社, 1994.