

油藏数值模拟中井筒压力梯度的校正方法¹⁾

岳玉全* 王立洋^{*,2)} 刘振宇†

*(中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100190) †(大庆石油学院, 黑龙江大庆 163318)

摘要 有限元法用于油藏数值模拟具有独特的优越性。由于井筒附近流动的特殊性, 直接采用数值模拟得到的压力梯度计算油井产量会导致较大的误差。本文分析了数值模拟中井筒压力梯度产生误差的原因, 在此基础上提出了计算井筒压力梯度的校正公式。计算结果表明, 压力梯度校正公式可显著提高油井产量的计算精度, 并能有效地减少井筒附近的网格剖分数量, 从而提高了计算效率。

关键词 有限元, 油藏数值模拟, 压力梯度, 渗流

WELLBORE PRESSURE GRADIENT CORRECTION METHOD IN NUMERICAL RESERVOIR SIMULATION¹⁾

YUE Yuquan* WANG Liyang^{*,2)} LIU Zhenyu†

*(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

†(Daqing Petroleum Institute, Daqing, Heilongjiang 163318, China)

Abstract Finite Element Method for reservoir simulation has its unique advantages. Due to the particular flow behavior near wellbore, the calculation accuracy of the flowrate is affected in the simulation. In this study, the calculation errors of wellbore pressure gradient are analyzed, and a correction formula is proposed. It is shown that the pressure gradient correction formula can significantly increase the accuracy of the flowrate, and can effectively reduce the grid number near wellbore, thereby enhance the computational efficiency.

Key words finite element, reservoir simulation, pressure gradient, seepage

引 言

油藏数值模拟是研究油藏流体渗流规律和确定油田开发方案的重要手段。在数值模拟中, 油井边界的方法对油井产量计算的准确性有显著影响。传统处理方法是将油井以源汇项形式代入渗流方程进行求解^[1~4], 这种处理方法虽然计算简单, 但与现场实际情况差异较大, 很难描述与井筒相关的渗流问题。近年来, 国内外学者采用有限元方法对油藏渗流问题进行了大量的研究^[5~15], 其中文献[15]将井筒处理为实际内边界, 成功地实现了井筒的模拟计算。然而, 进一步研究发现, 由于井筒附近的网格具有一定尺寸, 致使井底流量的数值结果与解析解之

间存在一定误差, 降低了油井产量的预测精度, 而目前尚无文献对此进行探讨。本文分析了误差产生的原因, 提出了计算井筒处压力梯度的校正方法。

1 数学模型

假设: (1) 流体流动为平面单相渗流; (2) 流体和地层岩石微可压缩; (3) 地层为非均质和各向异性。此时, 渗流方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \phi C_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

式中, K_x 为 x 方向渗透率, m^2 ; K_y 为 y 方向渗透率, m^2 ; p 为压力, Pa; C_t 为综合压缩系数, $1/\text{Pa}$;

2007-09-03 收到第 1 稿, 2008-04-16 收到修改稿。

1) 黑龙江省自然科学基金资助项目 (A0313)。

2) E-mail: wangliyang@imech.ac.cn

ϕ 为孔隙度, %; μ 为黏度, Pa.s.

采用任意四边形单元对方程进行离散, 时间离散采用向后差分格式. 设插值函数为

$$p = \sum_{i=1}^n N_i p_i \quad (i = 1 \sim 4)$$

式中 $N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)$ ($i = 1 \sim 4$) 为形函数.

首先进行单元分析, 采用 Galerkin 法在单元内进行积分, 得到式 (1) 的等效积分形式为

$$\iint \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_x & 0 \\ \mu & K_y \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix} dx dy + \iint_e \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix} \phi C_t \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial p_1}{\partial t} \\ \frac{\partial p_2}{\partial t} \\ \frac{\partial p_3}{\partial t} \\ \frac{\partial p_4}{\partial t} \end{pmatrix} - \oint_{\Gamma} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix} v d\Gamma = 0 \quad (2)$$

式中, v 为外边界上的流速, m/s.

在单元分析的基础上, 对 n 个结点进行总体合成, 得到 n 维代数方程组, 矩阵形式的表达式为

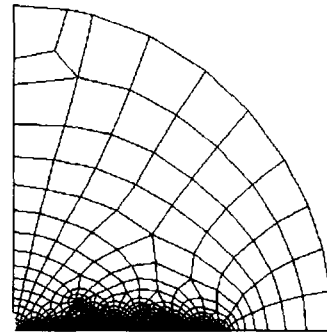
$$KP + C \frac{\partial P}{\partial t} = F \quad (3)$$

式中, P 为结点压力值的列向量; K 为总体刚度矩阵; C 为温度矩阵; F 为列向量.

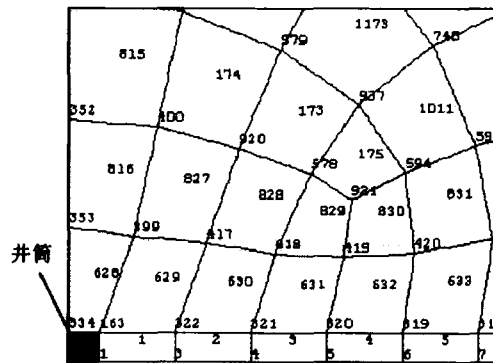
在确定边界条件后, 求解方程 (3) 可得到不同时刻的压力分布情况, 再根据井筒处的结点压力计算压力梯度, 即可确定油井产量.

2 有限元油藏数值模拟的基本原理

利用有限元法进行数值模拟的过程: (1) 对所模拟计算的区域进行合理的网格剖分; (2) 对所剖分的网格单元进行单元分析, 建立单元平衡方程; (3) 单元合成, 建立总体平衡方程; (4) 引入边界条件, 修正总体平衡方程; (5) 对修正后的总体平衡方程进行求解, 得到每个结点处的压力值; (6) 由结点压力值计算井底的压力梯度, 进一步计算油井产量. 为反映油井的真实情况, 本文将井筒处理成内边界, 采用网格描述井筒. 在剖分网格时, 由于井筒半径尺寸很小, 为便于网格剖分, 将圆形井筒处理为图 1 所示的正方形. 把油井的流动压力设为内边界条件. 实际计算表明, 当正方形边长与井筒直径相同时, 两种情况下产量计算结果十分接近, 相对偏差小于 0.55%. 由图 1 可以看出, 采用有限元法的最大优点是既能保证对井筒附近地层的准确描述, 同时能够实现网格由井底向地层的合理快速过渡.



(a) 网格剖分全景图



(b) 井筒附近网格局部图

图 1 有限元分析网格剖分图

3 井底压力梯度的校正方法

在油藏数值模拟中, 计算油井产量是重点问题. 根据油气渗流理论^[16], 油井产量由达西定律给出

$$q = \frac{K}{\mu} A \frac{dp}{dr} \quad (4)$$

式中, q 为流量, m^3/s ; K 为渗透率, m^2 ; μ 为流体黏度, $\text{Pa}\cdot\text{s}$; dp/dr 为压力梯度, Pa/m ; A 为渗流面积, m^2 .

由式 (4) 可知, 压力梯度是决定产量计算精度的关键. 图 2 给出了井筒附近地层压力分布的示意图, 图中的粗实线表示压力分布曲线的解析解. 井筒处压力梯度的精确解为粗实线在 r_w 处切线 (线 1) 的斜率. 但是, 在有限元数值计算中该斜率只能通过结点处压力值近似计算得到. 因此必然产生计算误差. 如果利用结点压力值直接计算压力梯度该误差较大, 且网格尺寸越大该误差也越大, 因此需要对压力梯度进行校正, 其原理如下: 图 2 中, 井筒压力梯度 dp/dr 为线 1 的斜率, 在解析解中可由压力分布曲线求导得到, 而在数值模拟中压力梯度 dp/dr 需由结点压力值近似计算

$$\frac{dp}{dr} \approx \frac{(p_1 - p_w)}{\Delta r} \quad (5)$$

式中, p_w 为井筒结点的压力, Pa ; p_1 为距井筒最近结点的压力, Pa ; Δr 为最里层结点与井筒结点的距离, m .

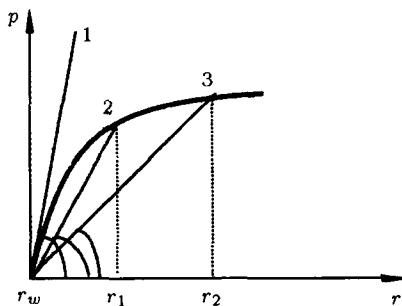


图 2 井底网格尺寸对压力梯度的影响

在有限元模拟计算中, 虽然结点处的压力数值精度较高, 但由于实际网格剖分后 Δr 为大于零的数值, 因此式 (5) 计算得到的压力梯度与解析解之间有一定误差, 并且该误差随网格尺寸的增大而逐渐增加. 由图 2 可以看出, 线 2, 3 的斜率总是小于线 1, 因此数值计算的的压力梯度总是低于真实压力梯度.

为提高油井产量的计算精度, 必须校正直接计算的的压力梯度. 设 r_e 为距井底最近处结点的距离, p_e 为该结点处的压力, p_w 为井筒处的压力, r_w 为井筒半径. 当网格单元尺寸较小时, 假设在较短的时间内井筒与第 1 层网格结点 r_e 之间近似符合稳定流的压力分布规律^[16], 即

$$p = p_e - \frac{p_e - p_w}{\ln \frac{r_e}{r_w}} \cdot \ln \frac{r_e}{r} \quad (6)$$

对式 (6) 求导, 得到

$$\frac{dp}{dr} = \frac{p_e - p_w}{\ln \frac{r_e}{r_w}} \cdot \frac{1}{r} \quad (7)$$

则井底处的压力梯度为

$$\left. \frac{dp}{dr} \right|_{r=r_w} = \frac{p_e - p_w}{\ln \frac{r_e}{r_w}} \cdot \frac{1}{r_w} \quad (8)$$

式 (8) 变形、整理后, 即可得到利用结点压力计算井底处压力梯度的校正公式

$$\left. \frac{dp}{dr} \right|_{r=r_w} = \frac{r_e - r_w}{r_w \ln \frac{r_e}{r_w}} \frac{p_e - p_w}{r_e - r_w} = M \cdot \frac{\Delta p}{\Delta r}$$

式中, Δp 为距井底最近的结点与井筒结点之间的压差; Δr 为两结点的间距; $\Delta p/\Delta r$ 为数值模拟得到的压力梯度; M 为压力梯度校正系数.

对式 (7) 进行验证, 计算结果以无量纲量表示, 如图 3, 图 4 所示. 图 3, 图 4 中虚线和实线分别为校正前后的结果, 最上方的实线为解析解. 由图 3, 图 4 可以看出, 校正后的无量纲压力梯度与解析解

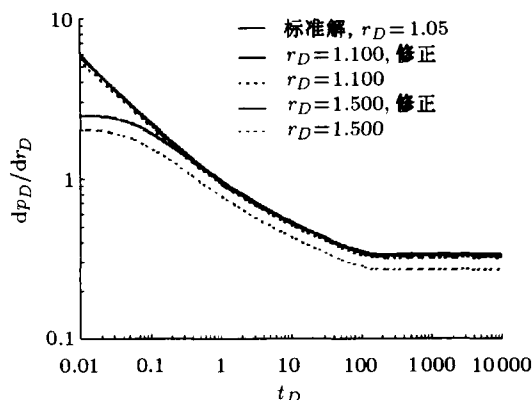


图 3 无量纲流量修正前后对比 ($r_D=1.1, 1.5$)

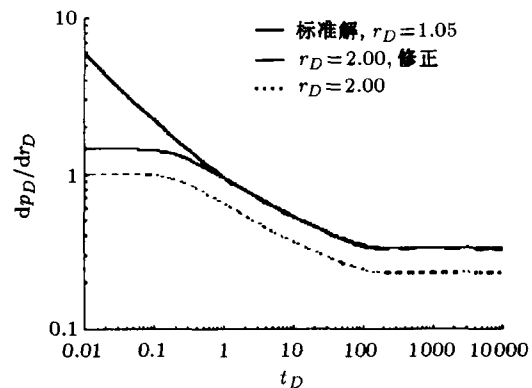


图 4 无量纲流量修正前后对比 ($r_D=2$)

比较吻合。当 t_D 较小时, 校正后的数值解与解析解之间的偏差仍然存在, 但开始出现偏差的无因次时间比较小, 分别为 0.5 和 1.0。

当 $t_D = 1$, $\varphi = 0.25$, $C_t = 1.37 \times 10^{-4} \text{1/MPa}$, $\mu = 9 \text{MPa}\cdot\text{s}$ 时, 真实油藏中对应的实际时间如表 1 所示。可以看出, 对于真实地层, 经校正的无因次压力偏离解析解的真实时间相当小。当最大渗透率为 $500 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ 时, t_c 为 $4.756 \times 10^{-4} \text{h}$, 而实际模拟计算时间一般为半年以上。因此, 在通常的观察时间范围内上述经校正的压力梯度均是准确的。计算结

表 1 不同渗透率地层对应的特征时间

$K(10^{-3} \mu\text{m}^2)$	2	10	50	100	500
$t_c(\times 10^{-4} \text{h})$	1.189	2.378	4.756	2.378	4.756

表 2 地层及流体有关参数

参数	有效厚度 /m	渗透率 ($10^{-3} \mu\text{m}^2$)	孔隙度 /%	地层压力 /MPa	原油黏度 ($\text{m}\cdot\text{Pa}\cdot\text{s}$)	压缩系数 ($1/\text{MPa}$)	体积系数
数值	2.2	10	11.2	7.5	2.2	10×10^{-3}	1.212

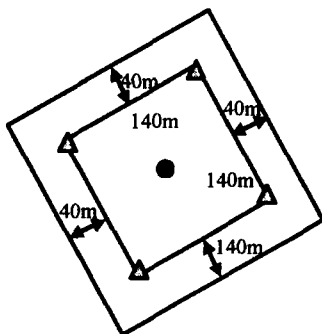


图 5 模拟井组的井位图

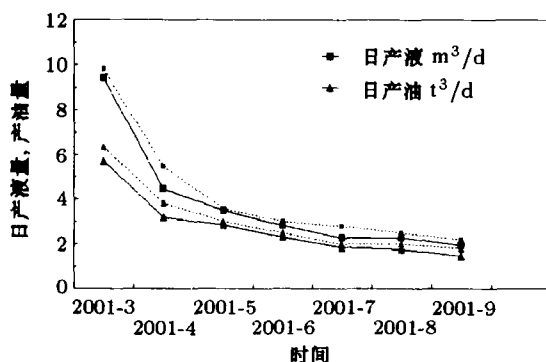


图 6 计算结果与实际数据对比

5 结 论

(1) 井筒附近的压力梯度很大, 因此直接采用网格结点压力计算井筒压力梯度会导致较大的误差。本文根据油气渗流理论提出了井筒处压力梯度校正

果还表明, 在采用压力梯度校正公式后, 井筒附近的网格尺寸可以不必太小, 进而可以减少计算量。

4 实例分析

以某油田的一个井组为例, 该井组为 $140.0 \text{m} \times 70.0 \text{m}$ 井网, 包括一口油井和四口注入井, 井位分布如图 5 所示 (圆点为油井, 三角形为注入井)。表 2 为数值模拟中采用的地层及流体参数。该油井于 2001 年 1 月投产, 同年 9 月转注。本文模拟计算了该油井转注前的生产动态, 结果见图 6。图中方块点为产液量曲线, 三角形点为产油量曲线, 其中实线为实测曲线, 虚线为模拟计算曲线。由图 6 可以看出, 计算结果与实测数值符合较好, 验证了本文提出的压力梯度校正方法是正确可行的。

公式, 显著提高了油井产量的计算精度。实例计算表明, 产油量和产液量的计算值和实际数据符合较好, 验证了本文提出的校正公式的有效性。

(2) 采用本文给出的产量校正公式后, 可以放宽井筒附近的网格尺寸, 因此可以减小网格数量、提高计算效率。

参 考 文 献

- 1 Peaceman DW. Interpretation of wellblock pressures in numerical reservoir simulation: Part 3 - Off - Center and multiple wells within a wellblock. *SPE Reservoir Engineering*, 1990, 6 (1): 227 ~ 232
- 2 韩大匡, 陈钦雷, 闫存章. 油藏数值模拟. 北京: 石油工业出版社, 1993 (Han Dakuang, Chen Qinlei, Yan Cunzhang. Numerical Simulation of Reservoir. Beijing: Petroleum Industry Press, 1993 (in Chinese))
- 3 王鸿勋, 张士诚. 水力压裂设计数值计算方法. 北京: 石油工业出版社, 1998 (Wang Hongxun, Zhang Shicheng. Numerical Methods in Hydraulic Fracturing. Beijing: Petroleum Industry Press, 1998 (in Chinese))
- 4 张烈辉. 油气藏数值模拟基本原理. 北京: 石油工业出版社, 2005 (Zhang Liehui. Basic Principles of Oil & Gas Reservoir Simulation. Beijing: Petroleum Industry Press, 2005 (in Chinese))
- 5 Javandel I, Witherspoon PA. Application of the finite element method to transient flow in porous media. *SPEJ*, 1968: 241 ~ 252
- 6 Douglas J Jr, Doupoint T, Rachford HH Jr. The applica-

- tion of variational methods to waterflooding problems. *J Cdn Pet Tech*, 1969, 8(3): 79~85
- 7 McMiCHAEL CL, Thomas GW. Reservoir simulation by galerkin's method. SPE 3558, 1973
- 8 Charles R Faust, James W Mercer. An analysis of finite-difference and finite-element techniques for geothermal reservoir. SPE 5742, 1976
- 9 袁益让, 王文治. 关于油水两相渗流平面弹性驱动问题的有限元方法. 石油学报, 1980, 1(4): 65~76 (Yuan Yirang, Wang Wenzhi. A finite element method for planar elastic drive of oil-water two-phase seepage. *Acta Petrolei Sinica*, 1980, 1(4): 65~76 (in Chinese))
- 10 袁益让. 二相渗流数值模拟的一类有限元格式及其理论分析. 科学通报, 1984, 4: 193~197 (Yuan Yirang. A kind of finite element scheme on 2-D seepage simulation and its theoretical analyses. *Chinese Science Bulletin*, 1984, 4: 193~197 (in Chinese))
- 11 程林松, 郎兆新. 水平井油-水两相渗流的有限元方法. 水动力学研究与进展, 1995, 10(3): 309~314 (Cheng Linsong, Lang Zhaoxin. A finite element method for oil-water two-phase seepage inside horizontal wells. *Journal of Hydrodynamics*, 1995, 10(3): 309~314 (in Chinese))
- 12 张子香, 宋洪才, 范江. 二维两相不稳定渗流变分有限元数值模拟方法. 石油学报, 1992, 13(3): 79~86 (Zhang Zixiang, Song Hongcai, Fan Jiang. A finite element method for 2-D unsteady seepage. *Acta Petrolei Sinica*, 1992, 13(3): 79~86 (in Chinese))
- 13 蒋廷学, 郎兆新, 单文文. 低渗透油藏压裂井动态预测的有限元方法. 石油学报, 2002, 23(5): 53~58 (Jiang Tingxue, Lang Zhaoxin, Shan Wenwen. Finite element method for postfracturing production performance of wells in low-permeability reservoir. *Acta Petrolei Sinica*, 2002, 23(5): 53~58 (in Chinese))
- 14 杨能宇, 张士诚, 王鸿勋. 整体压裂水力裂缝参数对采收率的影响. 石油学报, 1995, 16(7): 70~75 (Yang Nengyu, Zhang Shicheng, Wang Hongxun. The effects overall fracturing parameters on oil recovery. *Acta Petrolei Sinica*, 1995, 16(7): 70~75 (in Chinese))
- 15 刘振宇, 郑宪宝, 张应安. 应用有限元法研究人工压裂井的产能动态. 大庆石油学院学报, 2006, 30(2): 30~34 (Liu Zhenyu, Zheng Xianbao, Zhang Ying'an. Production performance research of fracturing wells with finite element method. *Journal of Daqing Petroleum Institute*, 2006, 30(2): 30~34 (in Chinese))
- 16 翟云芳. 渗流力学. 北京: 石油工业出版社, 1993 (Zhai Yunfang. *Seepage Dynamics*. Beijing: Petroleum Industry Press, 1993 (in Chinese))

第四届全国力学史与方法论研讨会 (烟台, 2008) 第一轮通知与征稿启事

第四届全国力学史与方法论学术研讨会 (The 4th National Symposium on the History and Methodology of Mechanics, 简称 HMM-IV) 将于 2009 年 7 月中上旬在山东省烟台市召开. 会议由中国力学学会力学史与方法论专业委员会主办, 教育部力学类专业教学指导分委员会协办, 烟台大学具体承办.

本届会议的宗旨与前几届一样: 充分交流我国学者在该领域所取得的成果, 广泛研讨力学史与方法论方面的共性问题, 努力探索力学史与方法论在力学的科研与教学中的重要作用, 深入剖析力学发展中的重要事件和卓越人物, 梳理总结力学研究的方法和规律. 欢迎力学界的专家、学者、研究生和本科生踊跃投稿.

一、征文主题内容及要求:

凡属于力学史与方法论范围的、未发表的论文都可投稿.

教师、研究人员和工程人员可以结合教学和科研, 写出以史带论的经历, 总结有关的方法和经验;

研究生和本科生可以写出自己从力学史或力学方法论中汲取宝贵营养的体会;

会议将出版论文集, 并在会将优秀论文推荐给《力学

与实践》杂志.

二、征文日期、会议时间和地点:

(1) 会议的通讯联系过程 (包括发通知、接受来稿等) 全部电子化, 设有专用 E-mail 信箱 hmm4@163.com 或 qsytmx@ytu.edu.cn).

(2) 请将论文的详细摘要或全文稿于 2009 年 2 月 31 日前发至电子邮箱: hmm4@163.com 或 qsytmx@ytu.edu.cn, 来稿中请注明作者的单位、通信地址、邮编、电话、E-mail 地址, 以方便后续联系.

(3) 收到论文录用通知的作者于 2009 年 3 月 30 日前将全文发至: hmm4@163.com 或 qsytmx@ytu.edu.cn.

(4) 2009 年 6 月 1 日会议筹备组发出会议最后通知.

(5) 通信地址: 山东省烟台大学土木工程学院, 邮编: 264005

联系人: 曲淑英 (0535-69022623, 13553145946)

杨正光 (13953519225)

中国力学学会力学史与方法论专业委员会

烟台大学土木工程学院 (代章)

2008 年 7 月 25 日