

超高速掺气水流中的激波现象——可压缩及不可压缩理论比较*

赵建福

李炜

(中国科学院力学研究所, 北京, 100080) (武汉水利电力大学河流工程系, 武汉, 430072)

摘要 本文介绍了超高速可压缩掺气水流的均质绝热激波理论和不可压缩急流冲击波理论, 并针对明渠边墙突然偏转情形中的超高速掺气水流, 对两种理论预测的结果进行了详细比较, 二者差异极大. 此外, 本文还提出了一个简便判据, 可以用来检测超高速掺气水流中压缩性效应和激波的存在性.

关键词 掺气水流, 压缩性, 激波, 急流冲击波.

中图分类号 TV131.3

随着坝工技术的提高和水电建设事业的发展, 世界上高坝建设发展迅速, 坝高不仅突破了 200m, 而且已进入 300m 级; 这一趋势在国内更为突出^[1,2]. 由于落差增大, 水工建筑物宣泄的水流速度相应增大, 甚至超过 50m/s. 这么高速的水流处在大气环境中必然呈现为剧烈的掺气状态. 大量研究表明, 掺入的空气极大地增强了水流的可压缩性, 使得其中的声速远小于单相的水或空气中的声速, 最低约 20m/s^[3]. 这使得掺气水流在很低的流速 (相对于气体动力学中有明显压缩性效应的流速而言) 时就表现出很强的可压缩性^[4]. 因此, 必须加强对超高速掺气水流压缩性效应的研究, 探索其运动规律, 从而找出控制和利用此类流动现象的途径.

本文介绍了超高速可压缩掺气水流的均质绝热激波理论^[5,6]和不可压缩急流冲击波理论^[6-11], 针对明渠边墙突然偏转情形中的超高速掺气水流, 比较了两种理论预测结果的差异. 此外, 本文还提出了一个简便判据, 可以用来检测超高速掺气水流中压缩性效应和激波的存在性.

1 基本理论

1.1 超高速可压缩掺气水流的均质绝热激波理论 关于可压缩液气两相流中激波现象的理论研究, 目前已建立了均质等温理论、均质等熵理论、均质多变过程理论等, 后者在多变指数取为 1 或 γ 时即分别退化为等温理论或等熵理论. 针对超高速掺气水流中气泡尺寸较大的特点, 作者建立了均质绝热激波理论^[5,6], 其基本思路与主要结果如下.

假设激波前、后掺气水流中水、气两相混合均匀, 两相速度和压力分别相等 (分别记为 u 和 p), 水相不可压缩, 气相遵循完全气体状态方程 (即 $p = \rho_g R_g T_g$, $\rho_g = c_p \rho_l / c_{vg}$ 为常数, 其中 ρ 、 T 、 ρ 、 c_p 和 c_v 分别表示密度、温度、比热比、定压比热和定容比热, 下标 g 、 l 分别表示气相和水相, R_g 为空气的气体常数), 并且, 气相在穿越激波时是不可逆绝热过程. 这样, 利用经典可压缩流体动力学基本守恒规律, 可以得出如下正激波关系式:

$$M_1^2 = \left[\left(\frac{\rho_g}{\rho_l} + 1 \right) \frac{p_2}{p_1} + \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} - 1 \right) \right] / 2 \frac{\rho_l}{\rho_g}, \quad (1)$$

式中, $M = u/a$ 为 Mach 数, $a = \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g} \left\{ \left[\frac{\rho_g}{\rho_l} + (1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}) \right] \right\}}$ 为掺气水流中的 Wood 绝热声速, 下标 1、2 分别表示激波前、后状态, ρ_g 为掺气浓度. 若来流 Mach 数很小, 上式可以线性化为:

$$M_1 = 1 + \frac{\rho_g + 1}{4} \frac{p_2}{\rho_l p_1}, \quad (2)$$

* 本文于 1998 年 6 月 2 日收到, 为国家自然科学基金和“211”工程建设专项基金资助项目.

和均质等熵理论的线性化结果一致，说明弱激波可以视为等熵过程。这和单相介质中的激波现象是一样的。

图 1 表示了 Beylich & Gülhan^[12] 实验结果与各种理论模型预测结果的比较，可以看出绝热理论很好的预测了激波前、后压力的变化。

激波前、后流动参数可以表示为来流 Mach 数 M_1 的函数：

$$p_2/p_1 = (2 \gamma M_1^2 + 1 - \gamma) / (1 + \gamma) \quad (3)$$

$$u_2/u_1 = 1/\gamma = [(1 + \gamma) M_1^2 - 2 \gamma (M_1^2 - 1)] / [(1 + \gamma) M_1^2] \quad (4)$$

对于斜激波，只要将式 (1) ~ (4) 中的速度理解为法向速度（这时，以上各式中的 M_1 需要换作 $M_1 \sin \theta$ ， θ 为激波角），即可适用于掺气水流中的斜激波现象。此外，利用沿激波切线方向速度连续的特性，可以得到激波角 θ 、来流偏转角 β 、来流 Mach 数 M_1 和来流掺气浓度 α 之间的关系如下：

$$\tan \beta = \frac{2 \alpha \tan \theta (M_1^2 \sin^2 \theta - 1)}{(1 + \gamma) M_1^2 - 2 \alpha (M_1^2 \sin^2 \theta - 1)} \quad (5)$$

1.2 不可压缩掺气水流急流冲击波理论 如果掺气水流速度较低，压缩性效应可以忽略，同时浅水近似成立，则明渠掺气水流和清水流动一样，可以根据水流速度与表面重力波传播速度之比划分为急流（超临界流动）、缓流（亚临界流动）和临界流动。急流中扰动不能向上游传播，任何外部扰动都会引起不可压掺气水流急流冲击波甚至水跃。这一现象早在六十年代即已引起了学术界和工程界的广泛重视。文献 [7~10] 采用不同的方法研究了掺气水流中的水跃现象，文献 [11] 研究了掺气水流中的急流冲击波现象，文献 [6] 对此进行了详细评述。

不可压掺气水流急流冲击波的基本方程为：

$$n^3 - (1 + 2 Fr_1^2 \sin^2 \theta) n + 2 \alpha^2 Fr_1^2 \sin^2 \theta = 0, \quad (6)$$

$$\tan \beta / \tan \theta = n / \alpha, \quad (7)$$

式中， $n = h_2/h_1$ 为急流冲击波前、后水深之比， $Fr = u/c = u/\sqrt{gh}$ 为掺气水流 Froude 数， $\alpha = (1 - \alpha_1) / (1 - \alpha_2)$ ， θ 为冲击波角， β 为流动偏转角。若 $\theta = \beta/2$ ，式 (6) 即掺气水流中的水跃方程。

冲击波前、后其他流动参数间关系为：

$$u_2/u_1 = \cos \beta / \cos(\theta - \beta), \quad (8)$$

$$(p_2 - p_0) / (p_1 - p_0) = n / \alpha, \quad (9)$$

式中， p_0 为水流表面处大气压力， p_1 和 p_2 分别为冲击波前、后流道底面处的绝对压力。这样，如果已知来流参数、流动偏转角 β 及 α ，即可确定急流冲击波后各流动参数。

如果扰动不是很强，可以假设冲击波前、后掺气浓度不变，则 $\alpha = 1$ ，代入式 (6) ~ (9) 可以得到和清水流动一样的急流冲击波关系。文献 [11] 分别测量了掺气水流和清水流动中急流冲击波的波阵面，发现二者很好的重合在一起，说明上述理论能够正确描述不可压掺气水流中的急流冲击波和水跃现象。

2 两种理论比较

下面针对水平明渠边墙突然偏转情形中的超高速掺气水流，比较可压缩激波理论和不可压急流冲击波理论对波后压力和波角的预测结果。波前掺气水流假设是均匀的。

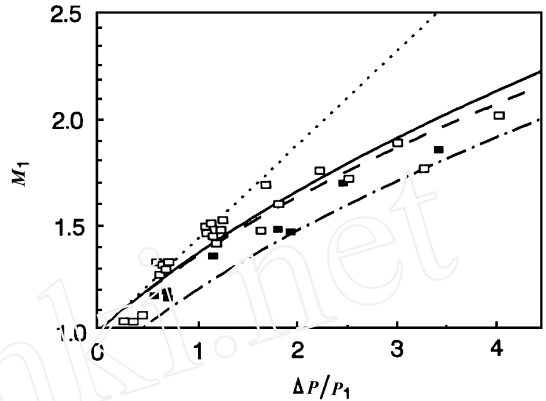


图 1 掺气水流激波理论与实验的比较
 —— 本文理论；--- 等熵理论；-·- 等温理论；
 ··· (线性化) 绝热理论。实验数据取自 Beylich & Gülhan^[12]： $\alpha_1 = 1.1 \sim 2.2\%$ ； $\alpha_2 = 0.25 \sim 0.28\%$

2.1 波后压力 可压缩掺气水流中声速起着重要作用, 而声速取决于当地绝对压力. 由于水深引起的压力变化远小于大气压 p_0 , 因此, 可以假设无扰动时明渠掺气水流中压力等于大气压且沿垂向不变. 这样, 来流中的声速和 Mach 数均为常数. 若来流 Mach 数大于 1, 边墙突然偏转将会在掺气水流中引起(斜)激波. 激波后的压力可以由式 (3) 确定, 它(近似地)正比于法向 Mach 数的平方, 因此, 随着 Mach 数的增加, 激波后的压力会急剧增大. 这样剧烈的压力变化, 对于水工建筑物将会产生极大的破坏作用.

而不可压掺气水流中, 水深引起的压力变化不能忽略. 若来流 Froude 数大于 1, 边墙突然偏转将会在掺气水流中引起急流冲击波. 冲击波后的压力由式 (9) 确定. 利用 $p - p_0 = (1 - \gamma) \rho_1 gh \ll p_0$ 的特点可知, 波后流道底面的绝对压力和波前压力之比约为 1. 这样, 若流动中出现可压缩激波, 用不可压急流冲击波理论进行预测, 可能大大低估波后压力的增加.

2.2 波角 对于给定来流条件 (γ_1 、 M_1 或 Fr_1) 及流动偏转角 θ , 可压缩激波波角由式 (5) 确定, 而不可压急流冲击波波角由式 (7) 确定. 如果来流速度已定, 由于 $M_1 = u_1 / a_1 = u_1 / \sqrt{\gamma_1 (1 - \gamma_1) \rho_1 / (\rho_0 g p)}$ 和 $Fr_1 = u_1 / c_1 = u_1 / \sqrt{gh_1}$, 因此, 波角在可压缩激波理论中将随掺气浓度的不同而变化, 在不可压急流冲击波理论中将随水深的不同而变化; 而且, 可压缩激波理论预测的波角要比不可压急流冲击波理论预测的大很多 (图 2 表示来流速度为 50m/s 时两种理论预测的波角变化情况). 这为检测明渠超高速掺气水流中压缩性效应和压缩性激波的存在性提供了一个简便的判据.

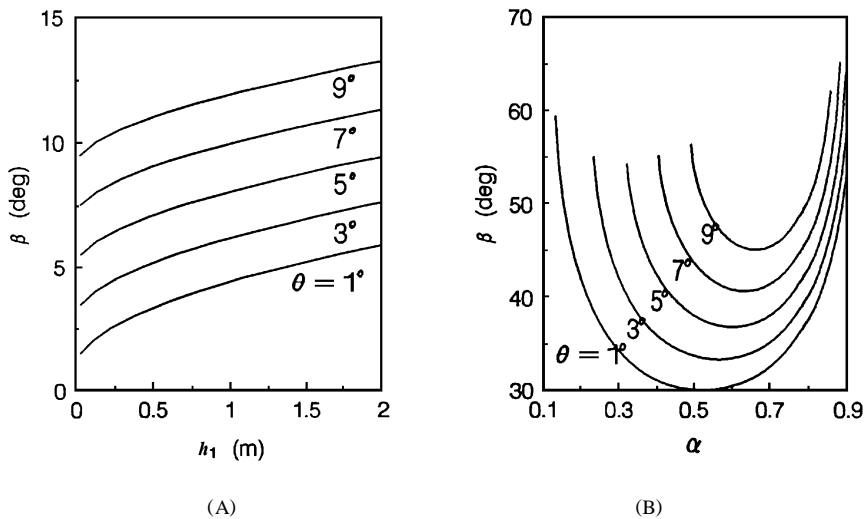


图 2 不可压急流冲击波理论 (A) 和可压缩激波理论 (B) 预测的波角

3 结论

掺气水流由于掺入的空气改变了水流的结构特征, 其流动规律将和清水流动有很大的差别. 在超高速掺气水流中, 这种差别的显著表现即为掺气水流的压缩性效应. 因此, 在高坝和特高坝的水力设计中必须注意水流特性的这种变化, 加强相关课题的研究.

本文研究表明, 在超高速掺气水流中, 不可压流动理论和可压缩流动理论有着本质的差别. 这就要求对超高速掺气水流的压缩性效应进行更深入的研究, 尤其是实验研究. 本文提出的检测明渠超高速掺气水流中压缩性效应和压缩性激波的存在性的简便判据, 为检验可压缩流动理论提供了一个切实可行的实验方案, 并为进一步的研究提供了必要的基础.

参 考 文 献

- 1 Mermel, T. W. , The world ' s major dams and hydro plants. *Water Power & Dam Construction*, 1991, 43 (6) : 67 ~ 77.
- 2 柴恭纯. 高坝施工导流洞改建为永久泄洪洞的探讨. *泄水工程与高速水流*, 1994, (3) : 1 ~ 41.
- 3 普郎特, L. 等. 郭永怀, 陆士嘉译. *流体力学概论* (力学名著译丛). 北京, 科学出版社, 1981.
- 4 赵建福, 李炜. 掺气水流中的声速研究综述. *泄水工程与高速水流*, 1996, (3) : 26 ~ 35.
- 5 赵建福, 李炜. 水气两相流中的激波. *中国空气动力学学会第四届全国工业与车船空气动力学学术会议论文集*, 武汉, 1997, 10.
- 6 赵建福. 掺气水流可压缩特性的研究. [博士学位论文], 武汉水利电力大学河工系, 1998, 2.
- 7 Rajaratnam, N. , The pre-entrained jump. *Civil Eng. & Pub. Works Rev.* 1961, 56: 1349 ~ 1471.
- 8 Rajaratnam, N, Hydraulic jumps. *Advances in Hydrosience*, 1967, 4: 197 ~ 280.
- 9 Herbrand, K. , Der Wechselsprung unter dem Einfluss der Luftbeimischung. *Wasserwirtschafft*, 1969, 59: 254 ~ 260.
- 10 瓦良也娃, . . . 等. 水流掺气对第二共扼水深的影响. *高速水流译文集* (长江水利水电科学研究院选译, 北京, 水利电力出版社, 1979.
- 11 Reinauer, R. & Hager, W. H. , Shockwave in air-water flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 1996, 22 (6) : 1255 ~ 1263.
- 12 Beylich, A. E. & Gülhan, A. , On the structure of nonlinear waves in liquids with gas bubbles. *Phys. Fluids*, 1990, A2: 1412 ~ 1228.

Shock wave in extra-high-velocity aerated flow

Zhao Jianfu

Li Wei

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences*) (*Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering*)

Abstract The homogeneous adiabatic theory for compressible shock wave in extra-high-velocity aerated flow and the homogeneous theory for incompressible hydraulic jump and oblique shock wave in supercritical aerated flow are introduced in this paper. The comparison of the predications for the flow in the vicinity of an abrupt wall deflection by compressible and incompressible theory is made and remarkable difference is found. A discriminant for identification of the existence of compressible effect in extra-high-velocity aerated flow is suggested.

Key words aerated flow, compressibility, shock wave, supercritical flow.