

# 加卸载响应比(LURR)响应量的研究

余怀忠<sup>1,2</sup>, 尹祥础<sup>1,3</sup>, 梁乃刚<sup>1</sup>

(1. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080;

2. 中国地震局地质研究所 GPS 中心, 北京 100029;

3. 中国地震局分析预报中心, 北京 100036.)

**摘要:** 加卸载响应比(LURR)理论以响应比值  $Y$  来刻画孕震区介质的损伤演化进程。在计算  $Y$  值时可选择能量(Benioff 应变)、模量(应变)等多种物理量做响应。本文通过理论和实验方法对使用不同响应量时  $Y$  值演化趋势的异同进行了研究, 结果表明在  $Y$  达到峰值之前具有相似地演化过程。

**关键词:** 加卸载响应比; 响应量; 损伤力学; 纤维束模型; 地震预测

中图分类号: P315.75 文献标识码: A 文章编号: 1000-0844(2004)04-0298-05

## 0 引言

地震孕育是一个极为复杂的过程, 而能够从地下岩石圈获得的孕震信息又相对较少, 因此地震预报极为困难<sup>[1-2]</sup>。加卸载响应比理论(LURR)是我国尹祥础教授提出的一种能够利用从地下岩石圈得到的有限信息对地震进行预测的新方法<sup>[3-8]</sup>。按照加卸载响应比理论, 当响应比值较小且变化较稳定时(约为 1), 表示孕震区介质处于稳定阶段, 大的地震不会发生; 当响应比值开始出现明显异常变化时, 表示孕震区介质接近临界状态; 而当响应比值超过峰值  $Y_{\max}$  之后会出现回落, 通常大地震就是在响应比值出现回落之后发生。因此加卸载响应比值的异常变化直接反映了地震发生前孕震区介质临界敏感性的增加, 是基于临界点理论的一种重要地震前兆现象。

运用加卸载响应比理论预测地震, 需要某一固定时间窗及空间区域内加卸载响应比的演化, 以了解该地区介质所处的状态, 进而对是否会发生地震进行预测。在引入加卸载响应比概念时, 通常是以材料的模量(应变)这一宏观参量做响应定义的。这是因为模量是反映材料本构曲线上一点状态的最本质的参量, 故而在损伤力学中也经常以模量的折减作为损伤变量的定义。而在实际地震预测分析时, 除了以地应变资料作为响应以外, 更多地以 Benioff 应变(地震能量的平方根)的积累做响应计算加卸载响应比。模量是一个宏观参量, 而能量积累则是一个微观统计量, 使用这两种不同的物理量做响应, 加卸载响应比是否存在由宏观到微观的过渡问题? 计算得到的响应比值  $Y$  的演化过程是否具相似地演化规律? 对此本文首先从损伤力学的角度进行了分析, 然后通过岩石破裂声发射实验做了进一步研究。从更广泛的意义上考虑, 有许多物理参数可以作为计算加卸载响应比的响应量<sup>[3]</sup>, 本文的研究也为选择不同物理参量计算加卸载响应比提供了一些启示。

## 1 加卸载响应比(LURR)的理论分析

加卸载响应比  $Y$ (LURR) 是一个能够较为定量地反映非线性系统趋近失稳程度的参数, 其定义为:  $Y = X_+/X_-$ , 其中正号表示加载阶段, 负号表示卸载阶段。响应率  $X$  定义为:  $X = \lim_{p \rightarrow p_0} R/P$ ,  $R$  和  $P$  表示载荷为  $P$  时, 载荷  $P$  和响应  $R$  的增量。于是得到

收稿日期: 2004-03-29

基金项目: 国家自然科学基金(10232050); 国家 973 项目(2002CB412706); 中国科学院计算网络中心资助(INF105-SCE-2-02)。

作者简介: 余怀忠(1975-), 男(汉族), 安徽合肥人, 主要从事非均匀脆性介质破坏前兆及声发射试验方面的研究。

$$Y = (R)_+ / (R)_- \tag{1}$$

理论上任何能够反映孕震区介质失稳过程的地球物理量均可以用作为响应量,但在地震学中常使用地震能量  $E$  及其相关量作响应,而将  $Y$  值定义为

$$Y = \left( \sum_{i=1}^{N^+} E_i^m \right)_+ / \left( \sum_{i=1}^{N^-} E_i^m \right)_- \tag{2}$$

其中  $E$  表示地震能量;“+”代表加载,“-”代表卸载; $m$  可以取为 0、1/3、1/2、2/3 或 1。当  $m = 1$  时,  $E^m$  就表示能量本身;当  $m = 1/3$  或  $m = 2/3$  时,  $E^m$  分别表示孕震区域的线性尺度和面尺度;当  $m = 1/2$  时,  $E^m$  表示 Benioff 应变;当  $m = 0$  时,  $Y$  值相当于  $N^+ / N^-$ ,而  $N^+$  和  $N^-$  则分别代表加载和卸载过程中出现的地震数量。

本文通过理论和实验,对式(1)、(2)两种计算方式所得到的加卸载响应比值在演化趋势上的异同进行分析。在理论分析中我们利用纤维束模型(fiber model)及连续损伤力学来分析这一问题。纤维束模型由于其概念清楚、简单而又抓住了个体与群体之间的矛盾,因而在研究脆性材料破坏时被广泛使用。文献[9]用了专门一节来阐述这一模型。

按照纤维束模型<sup>[10-12]</sup>,每一根纤维的断裂与材料内部产生的微裂纹对应。假设所有纤维都应满足如下条件:(1)材料整体由  $N_0$  根纤维组成,所有纤维具有相同的刚度和体积;(2)每根纤维承受外部载荷都相同;(3)各纤维的断裂强度可以不同;(4)在断裂前所有纤维都处于线弹性状态。可以得到每根纤维断裂后释放的弹性能为

$$e_s(t) = \frac{1}{2} V E_0^2 (t) \tag{3}$$

其中  $V$  表示每根纤维的体积;  $E_0$  表示纤维的初始模量;  $(t)$  为  $t$  时刻纤维的应变。

另一方面,在加载过程中纤维束的弹性能释放率为<sup>[13]</sup>

$$\frac{de_f(t)}{dt} = e_s(t) \frac{dN_f(t)}{dt} \tag{4}$$

$N_f(t)$  为  $t$  时刻内断裂的纤维束总数。纤维束的总体积为  $N_0 V$ ,再由式(3)和(4)可得到单位体积纤维束的弹性能释放率为

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2(t)}{N_0} \frac{dN_f(t)}{dt} \tag{5}$$

再按照损伤力学<sup>[14-18,9]</sup>应变可以表示为

$$(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0(1 - \omega(t))} \tag{6}$$

$(t)$  为应力随时间的变化;对于纤维束模型而言,损伤变量  $\omega$  可以被定义为<sup>[9]</sup>

$$\omega(t) = N_f(t) / N_0 \tag{7}$$

再由公式(5-7)可得

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2(t)}{E_0(1 - \omega(t))^2} \frac{d\omega(t)}{dt} \tag{8}$$

进而可得到弹性能释放与损伤关系为

$$de(t) = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2(t)}{E_0(1 - \omega(t))^2} d\omega(t) \tag{9}$$

若利用应变作响应,由式(1)结合式(6)可以得到(如图 1)

$$Y_s = \left( \frac{\sigma(t)}{E_0(1 - \omega(t))} \right)_+ / \left( \frac{\sigma(t)}{E_0(1 - \omega(t))} \right)_- \tag{10}$$

这里  $(t) \gg (t)$ ,化简式(10)得到

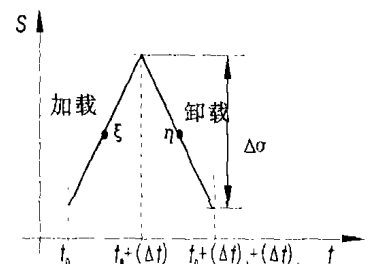


图 1 加卸载示意图

Fig. 1 Sketch of load/unload.

$$Y_s = \frac{(\epsilon(t)_+ (1 - \epsilon(t)_+) + (\epsilon(t)_- (1 - \epsilon(t)_-))^2}{(\epsilon(t)_- (1 - \epsilon(t)_-) + (\epsilon(t)_+ (1 - \epsilon(t)_+))^2} \tag{11}$$

式中： $\epsilon(t)_+$ 、 $\epsilon(t)_-$ ； $1 - \epsilon(t) > 0$ ； $\epsilon(t) > 0$ ； $\epsilon(t) = 0$ 。而当加卸载响应比达到峰值(临界点)之前,有 $\epsilon(t)_+ = 0$ ,  $\epsilon(t)_- = 0$ , 因此 $(1 - \epsilon(t)_-)^2 = (1 - \epsilon(t)_+)^2$ ;  $\epsilon(t)_+ = \epsilon(t)_-$ 。这样代入式(11)计算得到

$$Y_s \sim \frac{(\epsilon(t)_+}{\epsilon(t)_-} \tag{12}$$

这表明以应变作响应计算得到的响应比值  $Y_s$  与损伤变量作响应计算得到的响应比值  $Y_d$  呈正相关变化。

另一方面,由式(11)可得到加载阶段和卸载阶段的能量释放分别为(如图1)

加载阶段: 
$$(e(t))_+ = \frac{1}{2 E_0} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \frac{\epsilon^2(t)}{(1 - \epsilon(t))^2} d\epsilon(t) \tag{13}$$

根据积分中值定理,进一步得到

$$(e(t))_+ = \frac{1}{2 E_0} \frac{\epsilon^2(t)}{(1 - \epsilon(t))^2} (\epsilon(t)_+ - \epsilon(t)_-) \tag{14}$$

式中  $\epsilon(t_0) < \epsilon(t) < \epsilon(t_0 + \Delta t)$ ;  $\epsilon(t) = \epsilon(t)$ 。

卸载阶段: 
$$(e(t))_- = \frac{1}{2 E_0} \int_{t_0 + \Delta t}^{t_0 + \Delta t + \Delta t} \frac{\epsilon^2(t)}{(1 - \epsilon(t))^2} d\epsilon(t) \tag{15}$$

再由积分中值定理由此得到

$$(e(t))_- = \frac{1}{2 E_0} \frac{\epsilon^2(t)}{(1 - \epsilon(t))^2} (\epsilon(t)_+ - \epsilon(t)_-) \tag{16}$$

其中  $\epsilon(t_0 + \Delta t) < \epsilon(t) < \epsilon(t_0 + \Delta t + \Delta t)$ ,  $\epsilon(t) = \epsilon(t)$ ,  $\epsilon(t) = 0$ 。

在加卸载响应比达到峰值(临界点)之前,同样存在 $(1 - \epsilon(t))^2 = (1 - \epsilon(t))^2$ ,  $\epsilon(t) = \epsilon(t)$ , 这样以能量积累做响应的加卸载响应比值  $Y_e = (e(t))_+ / (e(t))_-$  也存在关系

$$Y_s \sim \frac{(\epsilon(t)_+}{\epsilon(t)_-} \tag{17}$$

即以能量积累作响应计算得到的  $Y_e$  与损伤变量作响应计算得到的  $Y_d$ , 在达到峰值之前也呈正相关变化。

这样由式(12)及(17)可以看到:加卸载响应比值  $Y_s$ ,  $Y_e$  在形式上都与  $Y_d$  呈正相关,因此在达到峰值(临界点)之前,使用能量积累、应变作响应量计算得到的加卸载响应比值在演化过程上必然具有相似性。此时其演化过程如图2所示,很明显在加载的第1阶段有  $X_+ = X_-$ , 所以  $Y = 1$ ; 当达到加载的第二阶段时,由于  $X_+ > X_-$ , 所以  $Y > 1$ , 并且  $Y$  值有逐渐增大的趋势; 而当  $Y$  达到峰值(临界点)之后,由于损伤的急剧发展,损伤变量变化可能较大( $\epsilon(t) = 0$ ), 因此不符合式(12)和式(17)的成立条件,但是此时材料的损伤演化开始进入自驱动状态(对加卸载过程的响应没有明显区别),因而加卸载响应比值总体上都会出现一定的回落<sup>[19]</sup>。最终的灾变通常就是在加卸载响应比值出现回落之后发生。

## 2 实验研究

实验采用的材料为砂岩,尺寸为 105 cm × 40 cm × 10 cm, 其相关物理参数分别为:模量  $E = 27$  GPa, 泊松比  $\nu = 0.26$ , 密度  $\rho = 2.6 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, 以及波速  $v = 3200$  m/s。声发射采集系统的最高采用频率为 5 MHz(实验中为 1 MHz), 带通滤波范围为 50 ~ 250 kHz(通常 AE 信号低于 200 kHz)。接收到的 AE 信号被放大和滤波以后传送到核心处理器进行处理, 然后用数字信号输出相关的特征量, 包括:时间、能量、

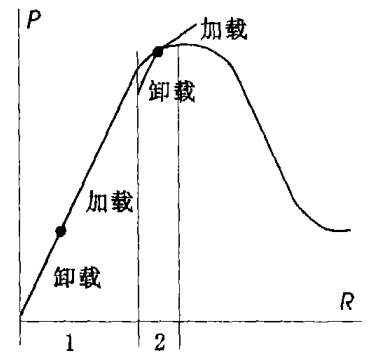


图2 典型岩石本构曲线  
Fig. 2 Typical constitutive of rock sample.

幅值、以及 AE 发射源的定位坐标等。

实验采用轴压和侧压同时加载的方式(1 2 3),实现了岩石试件的三轴应力状态。侧压保持为恒定值;轴压采用载荷控制加载。加载历史如图 3(a)所示,分为几个不同的阶段(每两个相邻阶段之间都先卸载到零,然后再重新加载),每个阶段分别在不同的载荷水平下,采用三角形扰动的方式循环加载(其扰动大小为  $\pm 10$  T)。加载过程中  $\gg$ 。这种加载方式可以模拟日、月潮汐力的作用,其响应的相关量可以分别作为加载和卸载阶段的响应。试件在最后一个阶段加载过程中达到剪切破坏。每一个小的载荷扰动包含了加载和卸载两个阶段,这样在每个载荷水平下就会有若干加载和卸载的过程。如果在不同载荷水平下把多次加载过程以及卸载过程中出现的声发射事件的能量和应变做响应,可以求出不同加载时刻的加卸载响应比值,这样就得到加卸载响应比随时间的变化曲线。实验得到的应力应变关系、加卸载响应比演化过程分别如图 3(b)、(c)、(d)所示。结果进一步表明:使用不同的响应量做响应,计算得到的加卸载响应比值具有相似地演化规律。

加卸载响应比值的定义最初是由材料的宏观特性(即应变)出发,因此选择应变作响应能够直接体现出材料的损伤演化过程。而在实际地震研究中,由于地表特别是震源深处应变的测量很难得到,因而难以用于加卸载响应比的计算。利用地震能量作响应,基本数据来自容易得到的地震目录,且反映了震源的分布,能够比较直接地刻画出地壳介质的损伤演化过程,因此可替代应变作为计算加卸载响应比的响应量。实验结果表明:虽然选择应变作响应加卸载响应比值的演化规律更为明显,但是使用地震能量作响应所得到的加卸载响应比值也同样能够反映出材料的损伤演化过程。

### 3 结论

本文的研究结果证实了从宏观角度和从微观角度对加卸载响应比定义的一致性,即使用能量释放这一微观统计量做响应与使用模量这一宏观参量做响应,在材料达到临界状态之前计算得到的加卸载响应比值具有相同的演化趋势。因此,在实际地震预测研究中使用地震能量积累作响应存在其理论基础,可以通过使用地震能量积累作响应,而将加卸载响应比理论运用到地震预测研究中。

#### [参考文献]

- [1] 杨立明,王兰民. 民乐-山丹 6.1 级地震短期预报的科学总结[J]. 西北地震学报, 2004, 26(1): 1-9.
- [2] 袁国清,曹志远. 根据震后结构破坏状态反演地面运动参数研究[J]. 2004, 26(1): 38-43.
- [3] YIN Xiang-chu, YIN can. The Precursor of Instability for Nonlinear System and its Application to Earthquake Prediction[J]. Science in China, 1991, 34: 977-986.
- [4] YIN Xiang-chu, CHEN Xue-zhong, SONG Zhi-ping. The Load/Unload Response Ratio (LURR) Theory and Its Application to Earthquake

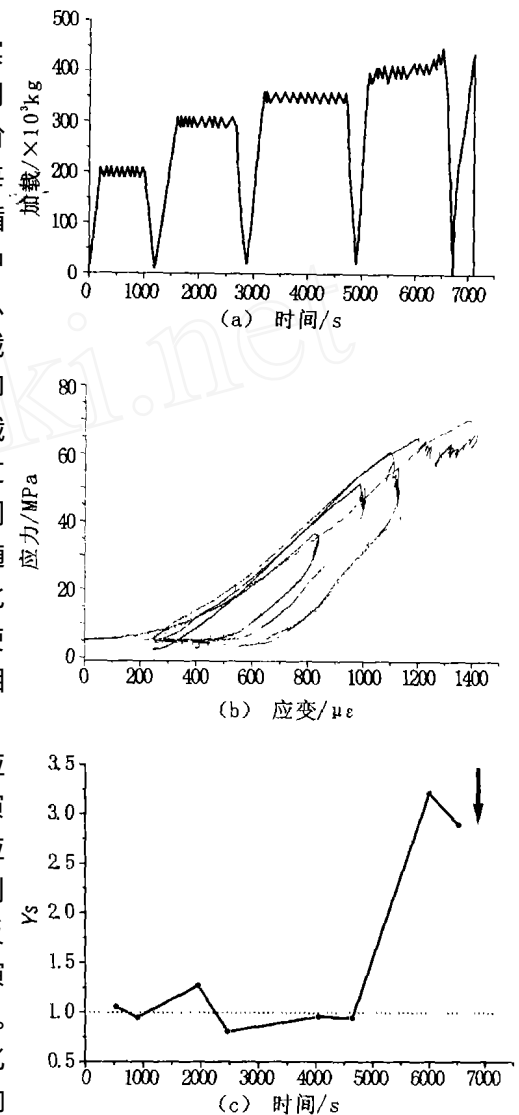


图3 加卸载实验结果

Fig. 3 Results of the experimentation of axial load/unload for relationship of stress-strain and LURR variation computed by both strain and Benioff strain.

- Prediction[J]. Journal of Earthquake Prediction Research, 1994, **3**:325 - 333.
- [5] YIN Xiang-chu, CHEN Xue-zhong, SONG Zhi-ping, et al. . A New Approach to Earthquake Prediction - The Load/ Unload Response Ratio (LURR) Theory[J]. PAGEOPH, 1995, **145**(3/4) : 701 - 715.
- [6] YIN Xiang-chu, et al. . Development of a New Approach to Earthquake Prediction: Load/ Unload Response Ratio (LURR) Theory[J]. Pure Appl. Geophys., 2000, **157**:2365 - 2383.
- [7] YIN X C, Mora P, PENG K, et al. . Load - Unload Response Ratio and Accelerating Moment/ Energy Release Critical Region Scaling and Earthquake Prediction[J]. PAGEOPH, 2002, **159**:2511 - 2523.
- [8] YIN, Xiang - chu, YU Huai - zhong, Victor Kukshenko, et al. . Load - Unload Response ratio (LURR), Accelerating Energy release (AER) and State Vector evolution as precursors to failure of rock specimens[J]. Pure Appl. Geophys., 2004, **161**.
- [9] Krajcinovic D. Damage Mechanics[M]. Amsterdam:Elsevier, 1996. 55 - 103.
- [10] Coleman B D. Time dependence of mechanical breakdown phenomena[J]. J. AP. Phys., 1956, **27**:826 - 866.
- [11] Coleman B D. Statistics and time dependence of mechanical breakdown in fibers[J]. J. AP. Phys., 1958, **29**: 968 - 983.
- [12] Newman W L, Phoenix S L. Time dependent fiber - bundles with local load sharing[J]. Phys. Rev., 2001, **E63**: 021507.
- [13] Turcotte D L, W I Newman, R Shcherbakov. Micro - and Macro - scopic models of rock fracture[J]. Geophys. J. Int., 2002, **152**: 718 - 728.
- [14] Kachanov L M. Introduction to continuum Damage Mechanics[M]. Dordrecht, Netherlands:Martinus Nijhoff, 1986.
- [15] Lemaitre J, Chaboche J L. Mechanics of solid Materials[M]. Cambridge:Cambridge University Press, 1990.
- [16] Lyakhovsky V, Podlad Chikov Y, Poliakov A. A rheological model of a fracture solid[J]. Tectonophysics, 1993, **226**: 187 - 198.
- [17] Lyakhovsky V, Ben - Zion Y, Agnon A. Distributed damage, faulting, and friction[J]. J. Geophys. Res., 1997, **102**: 27635 - 27649.
- [18] Lyakhovsky V, Z Reches, R Weinberger, et al. . Nonlinear elastic behavior of damaged rocks[J]. Geophys. J. Int., 1997, **130**: 157 - 166.
- [19] 余怀忠, 尹祥础, 等. 加卸载响应比(LURR)理论的实验研究[J]. 中国地震, 2003, **19**(1) :58 - 66.

## RESEARCH ON THE RESPONSE OF LOAD/ UNLOAD RESPONSE RATIO

YU Huai-zhong<sup>1, 2</sup>, YIN Xiang-chu<sup>3</sup>, LIANG Nai-gang<sup>3</sup>

(1. LNM, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China;

2. State Key Laboratory of Earthquake Dynamics, Institute of Geology, CEA, Beijing 100029, China;

3. Center for Analysis and Prediction, CEA, Beijing 100036, China)

**Abstract** :According to Load/ Unload response ratio (LURR) theory, the damage evolution of source media in the critical seismogenic region can be reflected by LURR values. In calculating LURR value, many physical parameters can be regarded as response, such as Benioff strain, modulus. In this paper, the different evolutions of LURR values using these different physical responses are investigated by experiments and theoretical methods. The results indicate that before the LURR values reach the peak value, the similar evolutions of LURR values are observed.

**Key words** : Load/ Unload response ratio; Response; Damage mechanics; Fibre bundle model; Earthquake prediction