

文章编号: 1000-3851 (2005) 04-0112-06

# 复合材料飞轮破坏转速的算法和高速旋转破坏实验

秦 勇<sup>1</sup>, 王硕桂<sup>1</sup>, 夏源明<sup>1,\*</sup>, 毛天祥<sup>2</sup>

(1. 中国科技大学 力学和机械工程系, 中国科技大学 中科院材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027;  
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

**摘要:** 分别基于平面应力型全弹性模型和三维数值模型建立了计算复合材料飞轮破坏转速的二维和三维算法。这两个算法均采用了正交各向异性材料的最大拉应力(材料主方向)准则, 其中三维算法还采用了两种强度判据, 即基于轴向大部分区域每层应力的平均值判据和轴向边界区域每层应力的最大值判据。对张紧力缠绕的 3 个实验复合材料飞轮成功实施了高速旋转破坏实验, 破坏均发生在径向强度最弱的飞轮与金属芯轴的界面处。实验结果表明, 飞轮的实际破坏转速与理论破坏转速十分接近, 证实本文中建立的二维和三维算法是可靠的; 二维算法得到的理论破坏转速偏高, 而飞轮的实际破坏转速落在三维算法分别按最大值判据和平均值判据得到的两个理论破坏转速之间, 说明三维算法的精度更高。

**关键词:** 复合材料飞轮; 全弹性模型; 三维数值模型; 破坏实验

**中图分类号:** TB330.1 **文献标识码:** A

## METHODS OF CALCULATING THE FAILURE ROTATING SPEED AND FAILURE EXPERIMENT OF COMPOSITE FLYWHEEL

QIN Yong<sup>1</sup>, WANG Shuogui<sup>1</sup>, XIA Yuanming<sup>1,\*</sup>, MAO Tianxiang<sup>2</sup>

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China,  
Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, USTC, ASC, Hefei 230027, China;  
2. Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Based on the plane stress full-elastic model and 3D numerical model, 2D and 3D methods of calculating the failure rotating speed of the composite flywheel were established. In these methods, the maximal tension stress criterion of orthotropic material was adopted. Two strength criteria were adopted in the 3D method, namely average value criterion and maximal value criterion. High speed rotating and failure experiment was developed on three flywheels and the failure occurred at the interface between mandrel and flywheel. The test results show that the actual failure speed is very close to the theoretical failure speed and the 2D and 3D methods are reliable. The theoretical failure speed calculated by the 2D method is comparatively higher. And the actual failure speed is in between of the theoretical failure speed calculated by the 3D method. It shows that the 3D method is more accurate.

**Keywords:** composite flywheel; full-elastic model; 3D numerical model; failure experiment

复合材料飞轮的径向强度过低是制约飞轮转速提高的主要因素<sup>[1,2]</sup>, 在飞轮缠绕过程中对纤维束施加足够的张紧力是解决这一问题的最有效办法之一。通过纤维束张紧力缠绕成型工艺, 可使得成型后的复合材料飞轮径向初应力处于数值足够大的压应力状态; 其应力分析的关键是初应力分析, 即建立纤维张紧力与缠绕后飞轮的初应力之间的定量关系。Springer 将纤维束连续缠绕简化为多层复合材

料圆筒的外压叠加模型<sup>[3]</sup>, 但该模型本质上忽略了缠绕过程中芯轴和每一层的变形对径向压力的影响, 从而带来较大的计算误差, 文献[4]将其称为半弹性工程模型。文献[5,6]将纤维束张紧力缠绕看成计及实际过盈量变化的多层复合材料薄环连续过盈装配的过程, 在此基础上建立了张紧力与复合材料飞轮初应力分析的平面应力型全弹性轴对称模型。文献[4]基于同样的物理思想建立了三维初应

收稿日期: 2004-09-16; 收修改稿日期: 2004-12-07

基金项目: 国家自然科学基金项目 (10172085)

通讯作者: 夏源明, 教授, 博士生导师, 主要从事冲击动力学、复合材料力学研究 E-mail: ymxia@ustc.edu.cn

力分析数值模型, 并用此三维模型对平面应力型全弹性模型进行了比较和验证, 同时给出了三维轴向效应的影响。

本文试图在文献[2, 4~7]的基础上给出计算复合材料飞轮破坏转速的二维和三维算法, 并通过高速旋转破坏实验验证上述模型和算法的有效性。

### 1 复合材料飞轮的制备及材料参数

#### 1.1.1 简易纤维缠绕装置

简易纤维缠绕装置是利用车床(CN6136D)形成的。图1为缠绕过程中纤维的导向示意图, 承受一定张紧力(可调)的纤维束从纱架放线开始, 经磁粉制动器、导向轮、树脂浸胶轮、刮胶轮、刀架导向轮, 最后缠绕于金属芯轴上; 同时采用芯轴内电阻丝加热和芯轴外红外灯照射加热的在线固化工艺, 且由于采用慢速缠绕, 从而形成一个完整的纤维湿法缠绕快速在线固化系统。缠绕纤维采用由南京玻璃纤维研究院制造的S型高强玻璃纤维(SIDP-0010), 树脂体系以及质量配比见表1。利用该简易缠绕装置制备了3个实验用复合材料飞轮, 外形名义尺寸相同, 实际尺寸略有差别(见表2)。另外, 缠绕纤维的截面积为1.12 mm<sup>2</sup>, 缠绕芯轴外径为70 mm, 张紧力为10 N, 缠绕层数为100层。

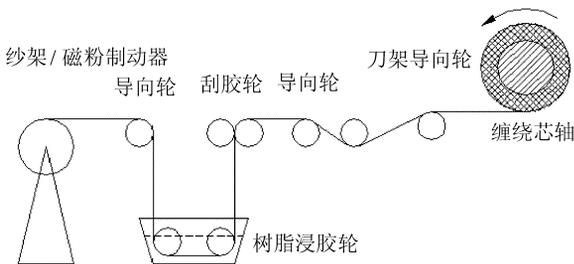


图1 缠绕过程中纤维导向示意图

Fig. 1 Schematic diagram of fiber winding process

表1 纤维缠绕工艺中的树脂体系及配化

Table 1 Resin used in the fiber winding technique

Table with 2 columns: Resin components and their corresponding values (e.g., 环氧树脂 E-51(618), 固化剂 甲基四氢邻苯二甲酸酐).

表2 实验用复合材料飞轮的外形尺寸

Table 2 Size of the composite flywheel

Table with 3 columns: Flywheel No., 轴向长度/mm, and 外径/mm.

#### 1.1.2 实验用飞轮的材料参数和几何参数

表3给出了金属芯轴的材料参数, 表4为由实验测试得到的复合材料飞轮的材料参数, 详见文献[4]。表3中还含金属芯轴与飞轮接触界面的强度, 它是按图2所示的拉伸实验得到的。

表3 金属芯轴的材料参数

Table 3 Material parameters of mandrel

Table with 4 columns: 试件, E/GPa, Strength/GPa, Interface strength/MPa.

表4 复合材料飞轮的体积比、模量、强度及密度

Table 4 Volume ratio, modulus, strength and density of composite flywheel

Table with 7 columns: 飞轮, Vi/%, E/GPa, sigma\_0/MPa, E/GPa, sigma\_0/MPa, rho/(kg.m^-3).

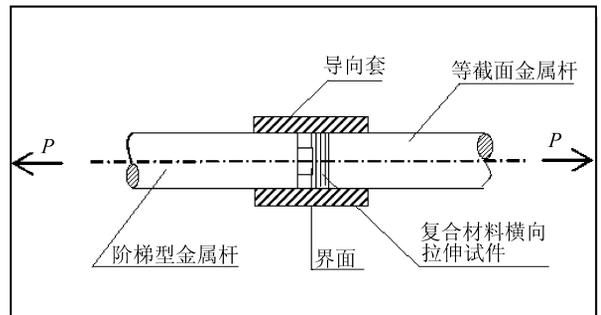


图2 界面强度测试方案

Fig. 2 Interface strength testing

### 2 复合材料飞轮高速破坏实验

复合材料飞轮高速破坏实验是在本课题组自行研制的高速旋转实验机上完成的, 图3即为实验机原理图。在破坏实验前首先将飞轮连同芯轴套筒

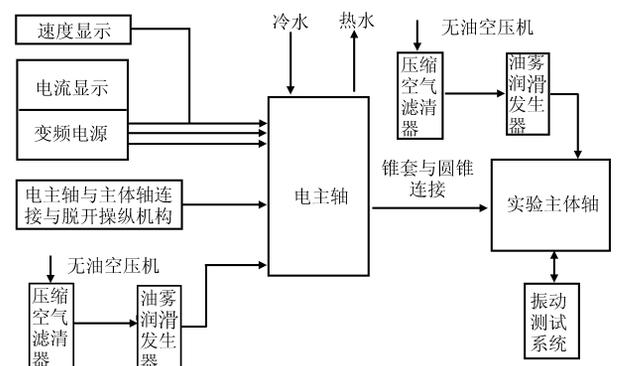


图3 高速实验机系统原理图

Fig. 3 Principle diagram of high speed testing system

一起安装于高速实验机系统中，安装后的系统如图 4 所示。飞轮是直接缠绕在实验主体轴的且形成复合材料飞轮转子，并在电主轴的驱动下使复合材料飞轮转子高速转动；并通过变频器可监视电主轴驱动电流在加速过程中的变化。当复合材料飞轮发生破坏时会导致变频器驱动电流的骤然上升以至变频器自动切断输出，由此可确定飞轮的破坏转速。

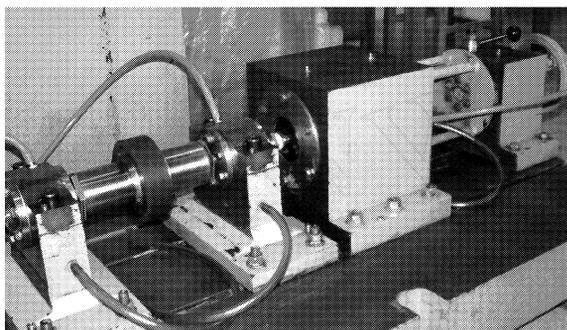


图 4 高速旋转破坏实验系统照片  
Fig. 4 Photo of the testing system

图 5 给出了 3 个飞轮破坏实验的变频器驱动电流与输出频率的关系。对于图中的 No. 1 而言，当频率由 320 Hz 增加至 322 Hz 时引起驱动电流的聚增，这个过程是非常复杂的，表面上是扰动增加的过程，实际上是飞轮破坏的过程；320 Hz 至少是初始破坏频率，故本文中直接将初始破坏频率定义为飞轮 (No. 1) 的破坏频率，对应的破坏转速为  $320 \times 60 = 19200 \text{ r/min}$ 。

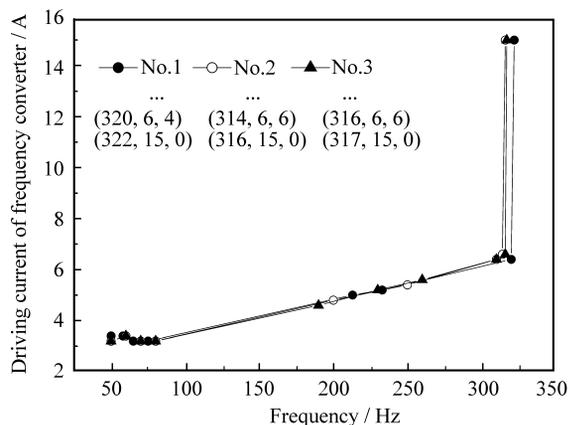


图 5 高速旋转破坏实验变频器驱动电流变化  
Fig. 5 Variations of driving current of frequency converter in high speed testing

停机后，发现复合材料飞轮与金属芯轴之间已能相对转动，这表示飞轮与芯轴的界面已破坏；飞轮自身并没有破坏。发生这种破坏形式(界面破坏，

飞轮不破坏)的原因在于实心旋转飞轮的总体径向应力的最大值位于飞轮与芯轴的界面处，且界面的强度又相对较低。3 组破坏实验测得的破坏频率和破坏转速见表 5、表 6 和图 10。

表 5 破坏频率与破坏转速

飞轮	破坏频率/ Hz	破坏转速/(kr · min <sup>-1</sup> )
飞轮 No. 1	320	19.2
飞轮 No. 2	314	18.84
飞轮 No. 3	316	18.96

表 6 理论破坏转速和实际破坏转速

破坏转速 / (kr · min <sup>-1</sup> )	飞轮 No. 1		飞轮 No. 2		飞轮 No. 3	
	数值	误差/ %	数值	误差/ %	数值	误差/ %
实际破坏转速	19.2		18.84		18.96	
(2D)理论破坏转速	20.098	4.7	20.016	6.2	20.068	5.8
(3D)理论破坏转速 (按平均值原则)	19.878	3.5	19.765	4.9	19.863	4.8
(3D)理论破坏转速 (按最大值原则)	18.375	-4.3	18.257	-3.1	18.334	-3.3

### 3 复合材料飞轮破坏转速计算方法

#### 3.1.1 基于平面应力型全弹性模型计算飞轮破坏转速

图 6 给出了基于文献[5]平面应力型全弹性模型和文献[7]组集系统刚度矩阵算法求解飞轮理论破坏转速的流程。首先确定材料参数、尺寸参数以及张紧力  $F$  和缠绕总层数  $N$ ，并根据平面应力型全弹性模型计算张紧力缠绕飞轮的初应力  $\sigma_0$ ；然后设定初始转速，利用组集系统刚度矩阵算法计算由金属芯轴和飞轮环套组成的飞轮的离心应力  $\sigma^{(i)}$  (这里将金属芯轴看成飞轮的第 0 层)；采用正交各向异性材料的最大拉应力(材料主方向)准则，并由式 (1) 和式 (2) 计算复合材料飞轮(含第 0 层)的第  $j$  层径向强度比  $R_r^{(i)}(j)$  和第  $j$  层环向强度比  $R^{(i)}(j)$

$$R_r^{(i)}(j) = \frac{L_r(r_j) + \sigma_r^{(i)}(r_j)}{\sigma_r} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{当 } r_j < r_M \text{ 时, } \sigma_r = \sigma_m \\ \text{当 } r_j = r_M \text{ 时, } \sigma_r = \sigma_i \\ \text{当 } r_M < r_j < r_o \text{ 时, } \sigma_r = \sigma_{r-c} \end{cases}$$

$$R^{(i)}(j) = \frac{L_r(r_j) + \sigma_r^{(i)}(r_j)}{\sigma_r} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \text{当 } r_j < r_M \text{ 时, } \sigma_r = \sigma_m \\ \text{当 } r_M < r_j < r_o \text{ 时, } \sigma_r = \sigma_{r-c} \end{cases}$$

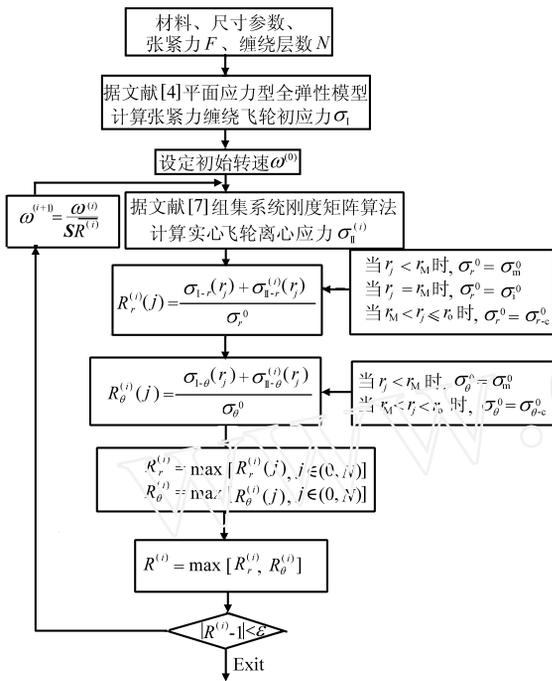
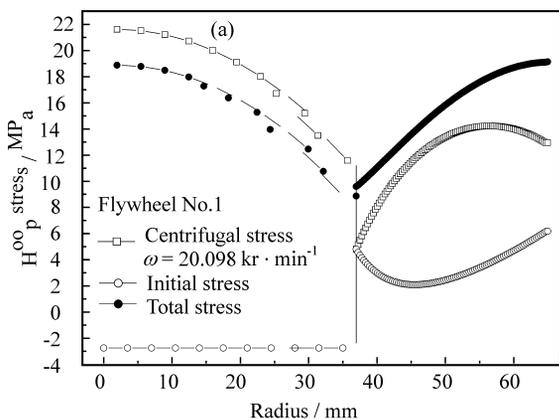


图6 利用平面应力模型计算理论破坏转速的流程  
Fig. 6 Flow chart for the calculation of theoretical failure speed using 2D model

式中： $r_M$  为金属芯轴外半径， $r_0$  为飞轮外半径， $\sigma_m^0$  为金属芯轴的材料强度， $\sigma^0$  为复合材料与金属芯轴的界面强度， $\sigma_{r-c}^0$  为飞轮复合材料的径向强度， $\sigma_{-c}^0$  为飞轮复合材料的环向强度。并取径向强度比的最大值  $R_r^{(i)} = \max[R_r^{(i)}(j), j \in (0, N)]$  和环向强度比的最大值  $R_\theta^{(i)} = \max[R_\theta^{(i)}(j), j \in (0, N)]$ ；然后将两个方向强度比最大值的大者定义为在该设定转速下飞轮的总体强度比

$$R^{(i)} = \max[R_r^{(i)}, R_\theta^{(i)}]$$



令  $\sqrt{R^{(i)}}$  作为因子来调整转速，即令  $\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} / \sqrt{R^{(i)}}$ ；同时通过  $|R^{(i)} - 1| < \epsilon$  控制流程，最终可以求得张紧力缠绕实心飞轮的理论破坏转速。

利用上述方法，即得到 3 个实验复合材料飞轮的二维理论破坏转速(见表 6 和图 10)。

图 7 为飞轮 (No. 1) 在其理论破坏转速  $\omega = 20.098 \text{ kr/min}$  时的初应力、离心应力和总体应力分布。从图中可以看出总体径向应力在金属芯轴和飞轮界面处达到界面强度值；而其他位置(如金属芯轴内、飞轮本身等)的总体径向应力和环向应力均远没有达到相应的强度值，这跟破坏实验结果是完全一致的。由此可知，正如前所述，对于这种实心芯轴的复合材料飞轮，飞轮与实心芯轴之间的界面强度严重制约了飞轮的破坏转速；将实心芯轴变成空心的可以显著提高飞轮的破坏转速<sup>[7]</sup>。

### 3.1.2 基于三维数值模型计算飞轮破坏转速

基于三维数值模型计算飞轮破坏转速本质上与前述平面应力模型的算法是相同的。不同点表现在两个方面：一是三维模型已计及了轴向效应，即飞轮的初应力和离心应力还是轴向  $z$  的函数，故在设定强度条件判据时要考虑这种轴向效应的影响。这里同样采用了材料主方向上的最大拉应力准则，且在三维分析模型中建立了两种强度判据，即基于轴向大部分区域每层应力的平均值判据和轴向边界区域每层应力的最大值判据；另外一个不同点在于，三维分析不能预先给出过盈量与张紧力之间的解析关系，只能由预先设定的过盈量来实施三维的初应力分析<sup>[4]</sup>。

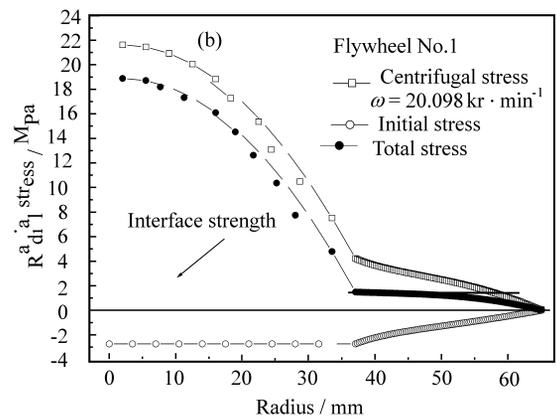


图7 飞轮 (NO. 1) 初应力和离心应力 ( $\omega = 20.098 \text{ kr/min}$ ) 分布

Fig. 7 Initial stress and centrifugal stress distribution

图 8 给出了基于文献[4]计算张紧力缠绕飞轮初应力的三维数值模型和文献[7]计算离心应力的三维模型求解飞轮理论破坏转速的流程。首先确定材料参数、尺寸参数以及张紧力  $F$  和缠绕总层数  $N$ ，并根据三维数值模型计算张紧力缠绕飞轮的初应力  $\sigma_1$ ；然后设定初始转速，利用三维模型计算由金属芯轴和飞轮环套组成的飞轮的离心应力  $\sigma^{(i)}$ ；并将金属芯轴看成飞轮的第 0 层，由式(3)和式(4)计算复合材料飞轮(含第 0 层)的第  $j$  层径向强度比  $R_r^{(i)}(j, z)$  和环向强度比  $R_\theta^{(i)}(j, z)$

$$R_r^{(i)}(j, z) = \frac{\sigma_{1,r}(r_j, z) + \sigma_{i,r}^{(i)}(r_j, z)}{\sigma_r^0} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \text{当 } r_j < r_M \text{ 时, } \sigma_r^0 = \sigma_m^0 \\ \text{当 } r_j = r_M \text{ 时, } \sigma_r^0 = \sigma_i^0 \\ \text{当 } r_M < r_j < r_o \text{ 时, } \sigma_r^0 = \sigma_{r-c}^0 \end{cases}$$

$$R_\theta^{(i)}(j, z) = \frac{\sigma_{1,\theta}(r_j, z) + \sigma_{i,\theta}^{(i)}(r_j, z)}{\sigma_\theta^0} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \text{当 } r_j < r_M \text{ 时, } \sigma_\theta^0 = \sigma_m^0 \\ \text{当 } r_M < r_j < r_o \text{ 时, } \sigma_\theta^0 = \sigma_{r-c}^0 \end{cases}$$

这里第  $j$  层径向强度比  $R_r^{(i)}(j, z)$  和环向强度比  $R_\theta^{(i)}(j, z)$  与二维方法的定义类似，唯一的区别是这两个量还是  $z$  的函数。并取径向强度比的最大值

$$R_r^{(i)}(z) = \max[R_r^{(i)}(j, z), j \in (0, N)]$$

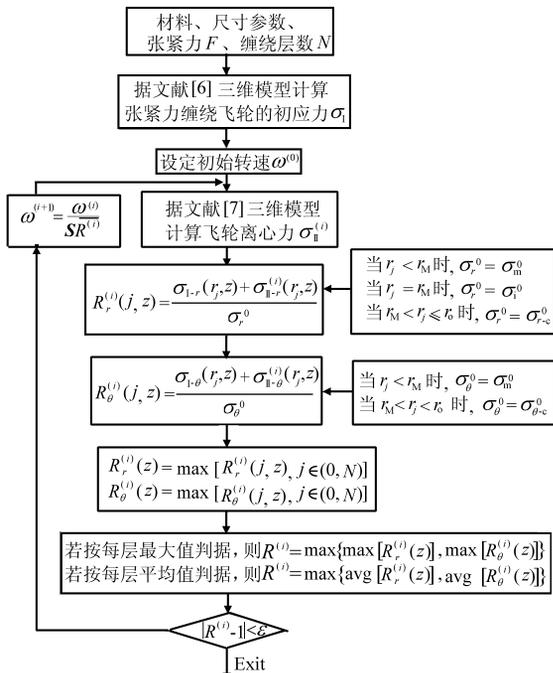


图 8 利用三维数值模型计算理论破坏转速的流程  
Fig 8 Flow chart for the calculation of theoretical failure speed using 3D model

环向强度比的最大值

$$R^{(i)}(z) = \max[R_r^{(i)}(j, z), j \in (0, N)]$$

若按最大值判据，则定义飞轮的三维总体强度比

$$R^{(i)} = \max\{\max[R_r^{(i)}(z)], \max[R_\theta^{(i)}(z)]\}$$

若按平均值判据，则飞轮的三维总体强度比为

$$R^{(i)} = \max\{\text{avg}[R_r^{(i)}(z)], \text{avg}[R_\theta^{(i)}(z)]\} \quad (5)$$

其中：式(5)中的  $\text{avg}[R_r^{(i)}(z)]$ 、 $\text{avg}[R_\theta^{(i)}(z)]$  分别表示轴向大部分区域的径向强度比  $R_r^{(i)}(z)$  或环向强度比  $R_\theta^{(i)}(z)$  的平均值。

令  $\sqrt{R^{(i)}}$  作为因子来调整转速，即令  $\omega^{(i+1)} = \omega^{(i)} / \sqrt{R^{(i)}}$ ；同时通过  $|R^{(i+1)} - R^{(i)}| < \epsilon$  控制流程，最终可求得张紧力缠绕实心飞轮三维状态下的分别依最大值判据和平均值判据而得到的理论破坏转速。

必须指出，本文中的离心应力分析的三维模型与文献[7]略有差别，考虑了金属芯轴的轴向长度大于飞轮的轴向长度，且在金属芯轴与飞轮连接的边缘处采用半径为 2 mm 的圆角。具体的有限元模

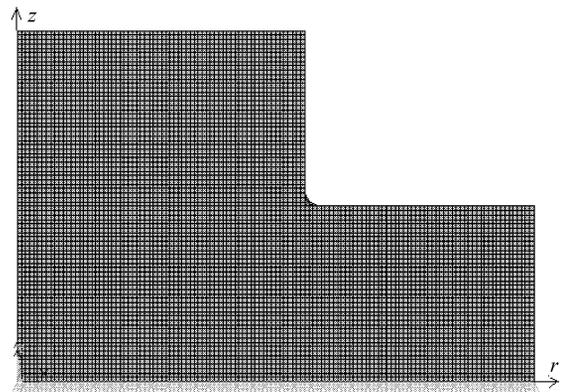


图 9 飞轮 (No. 1) 离心应力计算有限元网格

Fig 9 Finite element mesh for the calculation of centrifugal stress

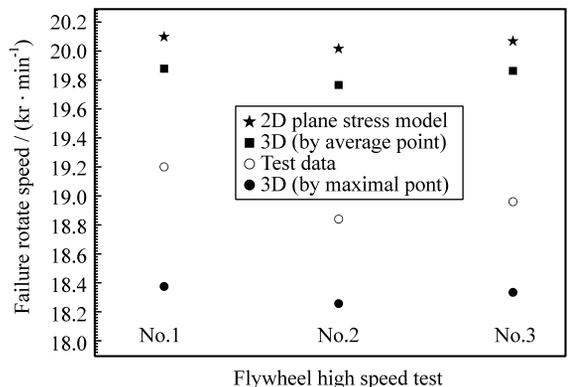


图 10 实际破坏转速与理论破坏转速对比

Fig 10 Comparison of actual and theoretical failure speeds

型网格如图 9 所示。

按照上述方法, 即可得到 3 个实验用飞轮的三维理论破坏转速(也见表 6 和图 10)。在表 6 中误差定义为

$$\text{破坏转速误差} = \frac{\text{理论破坏转速} - \text{实际破坏转速}}{\text{实际破坏转速}}$$

计算结果表明, 在三维计算的破坏转速下, 飞轮的总体径向应力在金属芯轴和飞轮界面处达到界面强度值; 而其他位置(如金属芯轴内、飞轮本身等)的总体径向应力和环向应力均远没有达到相应的强度值, 这跟破坏实验和前述二维模型的结果是完全一致的。

从表 6 和图 10 中可以看出实际破坏转速与通过平面应力模型和三维数值分析模型得到的理论破坏转速十分接近, 误差总体较小; 采用二维算法得到的理论破坏转速高于实际破坏转速和三维算法的结果; 而飞轮的实际破坏转速均落在三维算法分别按最大值和平均值判据得到的两个理论破坏转速之间。这说明本文中给出的二维和三维算法均是合理有效的, 且三维数值模型的精度更高。

#### 4 结 论

本文作者基于平面应力型全弹性模型和三维数值模型建立了计算复合材料飞轮破坏转速的二维和三维算法。这些算法均采用了正交各向异性材料的最大拉应力(材料主方向)准则, 其中三维算法还采用了两种强度判据, 即基于轴向大部分区域每层应力的平均值判据和轴向边界区域每层应力的最大值判据。对张紧力缠绕的 3 个实验复合材料飞轮成功实施了高速旋转破坏实验, 得到了 3 个飞轮的实际破坏转速。实验结果表明 3 个飞轮的实际破坏转速与通过二维和三维算法得到的理论破坏转速均十分接近, 误差总体较小; 从而证实了本文中建立的二维和三维算法是可靠的, 且平面应力型全弹性模型以及三维数值模型关于复合材料飞轮张紧力缠绕的初应力分析也是合理有效的。实验结果还表明二维理论破坏转速高于实际破坏转速和三维理论破坏

转速; 而飞轮的实际破坏转速均落在三维算法分别按最大值和平均值判据得到的两个理论破坏转速之间, 这说明三维算法的精度更高。

#### 参考文献:

- [1] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析[J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113 - 116.  
Gong N P, Xia Y M, Mao T X. Design of composite flywheel structure and its stress analysis [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2002, 19(1): 113 - 116.
- [2] 秦 勇, 夏源明, 毛天祥. 复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(5): 95 - 99.  
Qin Y, Xia Y M, Mao T X. Simplified and fine analyses of the full deformation and stress of pressfit of the hollow multi-ring composite flywheel [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2003, 20(5): 95 - 99.
- [3] Lee S Y, Springer G S. Filament winding cylinders : Process model [J]. *Journal of Composite Materials*, 1990, 24(12): 1270 - 1298.
- [4] 秦 勇. 复合材料飞轮应力分析和强度设计 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2004. 1 - 98.  
Qin Y. Stress analysis and strength design of composite flywheel [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2004. 1 - 98.
- [5] 秦 勇, 夏源明, 毛天祥. 纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮的预应力简化分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(6): 87 - 91.  
Qin Y, Xia Y M, Mao T X. Simplified initial stress analysis of composite flywheel in tension winding [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2003, 20(6): 87 - 91.
- [6] 秦 勇, 夏源明, 毛天祥. 计及复合材料飞轮内孔卸载影响的多厚环套装的简化分析 [J]. 复合材料学报, 2004, 21(2): 117 - 122.  
Qin Y, Xia Y M, Mao T X. Simplified analysis of multi-ring pressfit of composite flywheel fabricated by tension winding considering the unload of inner hole [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2004, 21(2): 117 - 122.
- [7] 秦 勇, 夏源明, 毛天祥. 多环间混杂复合材料飞轮离心应力分析 [J]. 复合材料学报, 2004, 21(4): 157 - 161.  
Qin Y, Xia Y M, Mao T X. Analysis of the centrifugal stress of multi-ring intermixing composite flywheel [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2004, 21(4): 157 - 161.