复合材料学报 第21卷 第2期 4月 2004年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 21 No. 2 April 2004

文章编号: 1000-3851(2004)02-0117-06

计及复合材料飞轮内孔卸载影响的多厚环套装的简化分析

秦 勇[1], 夏源明[1], 毛天祥[2]
(1. 中国科学技术大学 力学与机械工程系, 中国科学院 中国科学技术大学 材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027;
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要: 纤维束张紧力缠绕的复合材料厚环固化成型以后, 再抽出缠绕芯轴形成空心环, 这一过程称为内孔卸载。本文作者在飞轮多环套装初应力分析和张紧力缠绕飞轮初应力分析的基础上, 进一步给出了计及纤维束张紧力影响和复合材料厚环内孔卸载影响的多环过盈套装的简化分析, 并给出了计算复合材料飞轮总体初应力场和变形场的公式。算例分析表明: 内孔卸载后, 纤维束缠绕的复合材料厚环的应力场和变形场均有明显的变化; 和多厚环过盈套装的方法结合起来装配飞轮, 可以有效地增大径向压应力, 缓和环向应力; 内孔卸载使得装配中的真实过盈量相对初始设定过盈量有较大的改变, 必须充分考虑。

关键词: 复合材料; 飞轮; 张紧力缠绕; 内孔卸载; 多环套装
中图分类号: TK512; TB330.1 **文献标识码**: A

SIMPLIFIED ANALYSES OF MULTI-RING PRESSFIT OF COMPOSITE FLYWHEEL FABRICATED BY TENSION WINDING CONSIDERING THE UNLOAD OF INNER HOLE

QIN Yong[1], XIA Yuanming[1], MAO Tianxiang[2]
(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China,
Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, USTC, ASC, Hefei 230027, China;
2. Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing 100080, China)

Abstract: After the consolidation of the composite ring in tension winding, the mandrel is drawn out, and then a hollow ring is formed. The process is called unload of inner hole. Based on the analyses of a pressfit of multi-ring and tension winding of a composite flywheel, the simplified analyses of multi-ring pressfit of the composite flywheel is advanced, which adopts the influence of winding tension and unload of composite ring. Then the formula of stress and deformation is proposed. The result showed that the fields of stress and deformation changed evidently when the composite ring unloaded from the mandrel. The method of combination of the two ways can availably increase the radial compressive stress and smooth the hoop stress. The real interference caused by the unload of the rings had increased much relative to the initial appointed interference, which should be paid enough attention to.

Key words: composite; flywheel; tension winding; unload; multi-ring pressfit

纤维束缠绕的飞轮是各向异性的, 虽然环向具有很高的强度, 其总体强度还受径向强度的制约, 通常情况下其径向强度(即单向复合材料的横向强度)往往很低, 因此提高飞轮的径向强度成为飞轮设计

收稿日期: 2002-12-17
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10172085)
通讯作者: 夏源明, 教授, 主要从事冲击动力学、复合材料力学研究。 E-mail: ymxia@ustc.edu.cn

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

制造中的关键问题之一[1]。文献[2]利用实际过盈量的概念,即计及过盈配合后的变形影响,计算了多个厚环过盈装配的应力分布,结果表明:利用多厚环过盈装配是提高复合材料飞轮径向强度的一个有效途径;而在纤维束缠绕时施加张紧力则是提高飞轮径向强度的另一有效途径,利用纤维复合材料薄环和缠绕芯轴之间的过盈配合简化模型,可以得到张紧力和飞轮预应力之间的定量关系[3];文献[4]表明使飞轮的内孔自由(即飞轮内孔与金属芯轴不接触)也是一条提高飞轮径向强度的有效途径。若将这三条途径综合运用将能更有效地提高飞轮的径向强度,但综合运用这三条途径时飞轮的应力和变形场的计算尚未见报道。还必须指出,无论总体制成的复合材料飞轮的内孔,或者多厚环过盈装配(包括施加预紧力缠绕)前的每一厚环的内孔,尽管它们均是自由的,但是它们在缠绕固化过程中却是非自由的,即受到不同半径的缠绕芯轴的作用,只是在抽出芯轴后才是自由的。由此可见,这里存在一个内孔卸载的问题,对于这样一个内孔卸载的问题,国内外未见公开报道[4~7]。

本文作者企图在文献[2]和文献[3]的基础上,利用叠加原理,给出计及纤维束张紧力影响和复合材料飞轮内孔卸载影响的多厚环过盈套装的简化分析计算。尽管实际的力学问题是三维的,且相当复杂,但为突出解决问题的物理思想,避免复杂的数学计算,为后续的三维分析提供简明的物理图像,故本文作者的分析和文献[2~3]一样,也是在平面应力状态假设下进行的,也称之为简化分析。

1　张紧力缠绕复合材料厚环的内孔卸载

对于正交各向异性复合材料厚壁圆筒受均匀内压 Q,外压 P 作用,在平面应力状态简化假设下,其应力和径向位移表达式为[8]

$$\sigma_\theta = \frac{Q\beta^{\lambda+1} - P}{1-\beta^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot x^{\lambda-1} + \frac{Q - P\beta^{\lambda-1}}{1-\beta^{2\lambda}} \cdot \lambda \cdot \beta^{\lambda+1} \cdot x^{-\lambda-1}$$

$$\sigma_r = \frac{Q\beta^{\lambda+1} - P}{1-\beta^{2\lambda}} \cdot x^{\lambda-1} - \frac{Q - P\beta^{\lambda-1}}{1-\beta^{2\lambda}} \cdot \beta^{\lambda+1} \cdot x^{-\lambda-1}$$

$$u_r = \frac{R_0}{E_\theta(1-\beta^{2\lambda})}[(Q\beta^{\lambda+1} - P) \cdot (\lambda - \nu_{\theta r}) \cdot x^{\lambda} + (Q - P\beta^{\lambda-1}) \cdot (\lambda + \nu_{\theta r})\beta^{\lambda+1}x^{-\lambda}] \tag{1}$$

其中:$\lambda = \sqrt{E_\theta / E_r}$;$\beta = R_i / R_o$;$\nu_{\theta r}$ 为泊松比;$x = r / R_o$,R_i 为内半径,R_o 为外半径。

纤维束张紧力缠绕复合材料厚环,在恒定张紧力 F 的作用下,其预应力的分布可以通过多层薄环过盈配合简化模型[3]来计算,预应力分量以及径向位移分别记为 $\sigma_{\theta(w)}^{(i)}$,$\sigma_{r(w)}^{(i)}$ 和 $u_{r(w)}^{(i)}$。其中:下标 w 代表张紧力缠绕过程;上标 i 代表过盈装配中的第 i 个复合材料环。

当前述复合材料环固化成型后,为了进一步实施多环过盈装配,需要抽出缠绕芯轴,使得复合材料环成为内表面自由的空心环(图 1),即内孔卸载。在未卸载前,由于复合材料环和缠绕芯轴之间存在均匀压力 $\sigma_0 = \sigma_{r(w)}^{(i)}\big|_{r=R_i}$,故内孔卸载相当于在未卸载地内孔上又作用了数值等于 $|\sigma_0|$ 的拉应力。令 $Q = \sigma_0$,$P = 0$ 并代入(1)式,可得到内孔在均匀拉应力 $|\sigma_0|$ 作用下的复合材料环的应力以及变形分布。

$$\sigma_{\theta(u)}^{(i)} = \frac{\sigma_0\lambda\beta^{\lambda+1}}{1-\beta^{2\lambda}}(x^{\lambda-1} + x^{-\lambda-1})$$

$$\sigma_{r(u)}^{(i)} = \frac{\sigma_0\beta^{\lambda+1}}{1-\beta^{2\lambda}}(x^{\lambda-1} - x^{-\lambda-1})$$

$$u_{r(u)}^{(i)} = \frac{\sigma_0 R_0\beta^{\lambda+1}}{E_\theta(1-\beta^{2\lambda})}((\lambda - \nu_{\theta r}) \cdot x^{\lambda} + (\lambda + \nu_{\theta r}) \cdot x^{-\lambda-1}) \tag{2}$$

其中:下标 u 代表内孔卸载。

利用叠加原理,即可得到复合材料厚环内孔卸载后的应力分布及径向变形。

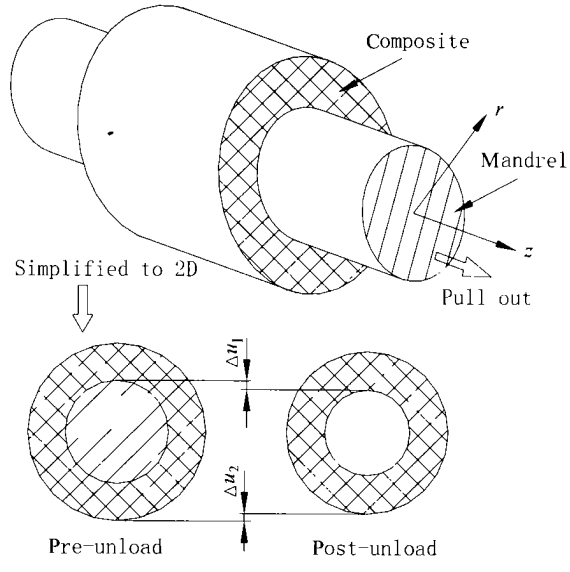

图 1　复合材料环内孔卸载示意图

Fig. 1　Sketch of unload of composite rings

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\sigma_{r(0)}^{(i)} = \sigma_{r(w)}^{(i)} + \sigma_{r(u)}^{(i)}$$
$$\sigma_{\theta(0)}^{(i)} = \sigma_{\theta(w)}^{(i)} + \sigma_{\theta(u)}^{(i)}$$
$$u_{r(0)}^{(i)} = u_{r(w)}^{(i)} + u_{r(u)}^{(i)} \tag{3}$$

其中: 下标 0 代表复合材料厚环内孔卸载后的状态。

2　多层内孔卸载的空心复合材料厚环过盈装配

2.1　不计及内孔卸载的第一次装配的局部初应力[2]

对于如图 2 所示第一次装配的一、二两材料相同的厚壁圆环, 过盈量 $\delta = R_1 - r_2$, 经过过盈配合后形成的圆环尺寸为 R_{i1}, R_{m1}, R_{o2}, 接触面(R_m)处形成均匀压力 P, (1)环在外压 P 作用下:

$$u_r\big|_{r=R_1} = \delta_1(P) = \frac{-PR_1}{E_\theta(1-\beta_1^{2\lambda})} \cdot [(\lambda - \nu_{\theta r}) + \beta_1^{2\lambda}(\lambda + \nu_{\theta r})] \tag{4}$$

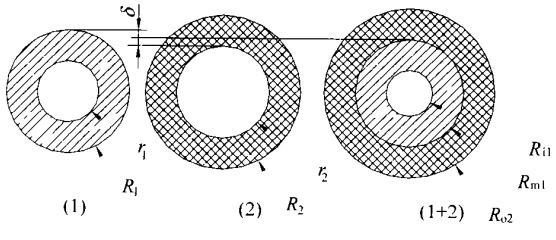

图 2　圆环过盈装配示意图

Fig. 2　Sketch of two concentric rings with misfit

(2)环在内压 P 作用下:

$$u_r\big|_{r=r_2} = \delta_2(P) = \frac{PR_2\beta_2}{E_\theta(1-\beta_2^{2\lambda})}[\beta_2^{2\lambda}(\lambda - \nu_{\theta r}) + (\lambda + \nu_{\theta r})] \tag{5}$$

由 $-\delta_1(P) + \delta_2(P) = \delta = R_1 - r_2$, 可得

$$P = \frac{E_\theta \delta}{\dfrac{R_1}{1-\beta_1^{2\lambda}}[(\lambda - \nu_{\theta r}) + \beta_1^{2\lambda}(\lambda + \nu_{\theta r})] + \dfrac{R_2\beta_2}{1-\beta_2^{2\lambda}}[\beta_2^{2\lambda}(\lambda - \nu_{\theta r}) + (\lambda + \nu_{\theta r})]} \tag{6}$$

将其代入(1)式, 则可以得到(1)、(2)两环内的应力以及径向变形分布, 分别记为 $\sigma_{r(1)}^{(1)}, \sigma_{\theta(1)}^{(1)}, u_{r(1)}^{(1)}$ 和 $\sigma_{r(1)}^{(2)}, \sigma_{\theta(1)}^{(2)}, u_{r(1)}^{(2)}$。其中下标 1 代表第一次装配过程, 上标 1、上标 2 分别代表参与装配的第一环和第二环。

2.2　不计及内孔卸载的第 k 次装配的局部初应力

当进行第 k 次装配时, 先将前 k 个已经装配好的厚环作为一个无预应力的整体来看待, 然后将其和第 $k+1$ 个复合材料厚环进行过盈装配, 即可得到第 k 次装配时引起的应力以及径向变形分布, 分别记为 $\sigma_{r(k)}^{(1)}, \sigma_{\theta(k)}^{(1)}, u_{r(k)}^{(1)}$; $\sigma_{r(k)}^{(2)}, \sigma_{\theta(k)}^{(2)}, u_{r(k)}^{(2)}$; ……; $\sigma_{r(k)}^{(k)}, \sigma_{\theta(k)}^{(k)}, u_{r(k)}^{(k)}$; $\sigma_{r(k)}^{(k+1)}, \sigma_{\theta(k)}^{(k+1)}, u_{r(k)}^{(k+1)}$。这里下标 k 代表第 k 次装配过程, 上标 1～$k+1$ 分别代表参与装配的复合材料厚环。

2.3　不计及内孔卸载的第 N-1 次装配后的总体初应力

当所有的 N 个复合材料厚环完成过盈装配形成一个整体厚环, 其总体初应力以及径向变形分布为

$$\begin{cases} \sigma_{r(p)}^{(1)} = \sum_{k=1}^{N-1} \sigma_{r(k)}^{(1)} \\ \sigma_{\theta(p)}^{(1)} = \sum_{k=1}^{N-1} \sigma_{\theta(k)}^{(1)} \\ u_{r(p)}^{(1)} = \sum_{k=1}^{N-1} u_{r(k)}^{(1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{r(p)}^{(i)} = \sum_{k=i-1}^{N-1} \sigma_{r(k)}^{(i)} \\ \sigma_{\theta(p)}^{(i)} = \sum_{k=i-1}^{N-1} \sigma_{\theta(k)}^{(i)} \\ u_{r(p)}^{(i)} = \sum_{k=i-1}^{N-1} u_{r(k)}^{(i)} \end{cases} \quad (2 <= i <= N) \tag{7}$$

这里, 下标 p 代表所有过盈装配过程, 上标 1～i 代表参与装配的复合材料厚环。

2.4　计及内孔卸载的第 N-1 次装配后的总体初应力

继续利用叠加原理, 即利用式(3)和式(7)得到

$$\sigma_r^{(i)}(r) = \sigma_{r(p)}^{(i)} + \sigma_{r(0)}^{(i)} = \sigma_{r(p)}^{(i)} + \sigma_{r(w)}^{(i)} + \sigma_{r(u)}^{(i)}$$
$$\sigma_\theta^{(i)}(r) = \sigma_{\theta(p)}^{(i)} + \sigma_{\theta(0)}^{(i)} = \sigma_{\theta(p)}^{(i)} + \sigma_{\theta(w)}^{(i)} + \sigma_{\theta(u)}^{(i)}$$
$$u_r^{(i)}(r) = u_{r(p)}^{(i)} + u_{r(0)}^{(i)} = u_{r(p)}^{(i)} + u_{r(w)}^{(i)} + u_{r(u)}^{(i)} \tag{8}$$

式(8)即为计及内孔卸载的 N 个厚环过盈装配后的总体初应力和径向变形的公式。

3　算例与分析

利用前述的方法, 本文作者针对表 1 的材料, 进行了算例分析。

表 1　材料和几何参数

Table 1　Parameters of material and dimension

缠绕芯轴	弹性模量 E/GPa	202
	泊松比 ν	0.3
复合材料	纵向弹性模量 E_θ/GPa	181
	横向弹性模量 E_r/GPa	10.3
	泊松比 $\nu_{\theta r}$	0.28
几何参数	薄层厚 t/mm	0.158
	缠绕层截面积 A_f/mm^2	0.079
	纤维体积百分比 V_f	0.5
	缠绕张紧力 F/N	10

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2　四个复合材料厚环参数

Table 2　Parameters of four composite rings

No.	缠绕芯轴半径	缠绕层数	卸载后内半径	卸载后外半径	设定名义过盈量
1	30.0000mm	100	29.9823mm	45.7775mm	0.05mm
2	45.7275mm	100	45.7039mm	61.5015mm	0.05mm
3	61.4515mm	100	61.4225mm	77.2211mm	0.05mm
4	77.1711mm	100	77.1368mm	92.9359mm	——

3.1　张紧力缠绕复合材料单环的内孔卸载

图 3 给出了缠绕芯轴半径为 30 mm, 缠绕层数为 100 时复合材料厚环的初应力以及内孔卸载后的初应力分布曲线。内孔卸载后, 环向应力由卸载前的拉应力状态转变为内层为压应力, 外层为拉应力的状态, 半径中间段存在拉压转变区域; 而径向应力在内外壁均处于自由状态, 环内部仍然处于压应力状态, 只是靠近内壁一侧的径向压应力数值有较大幅度的减小。

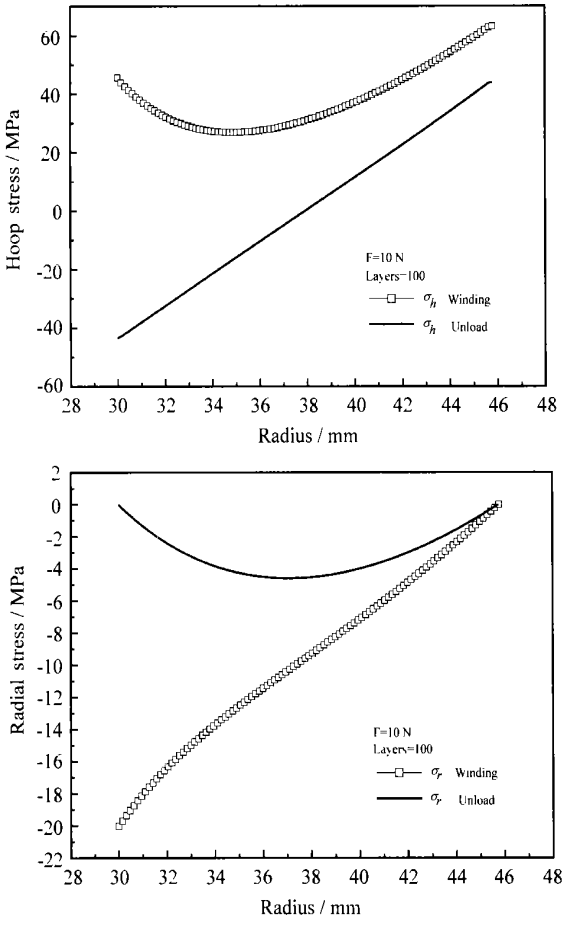

图 3　卸载前与卸载后飞轮初应力分布比较

Fig. 3　Comparison of initial stress in pre-unload and post-unload

复合材料厚环内孔卸载后, 形成的新的空心环的内外径都有相应的缩小改变(图 4), 且环内壁处的径向变形较外壁处的径向变形大。图 3 和图 4 说明内孔卸载后, 复合材料厚环的应力场和变形场均有明显的变化。

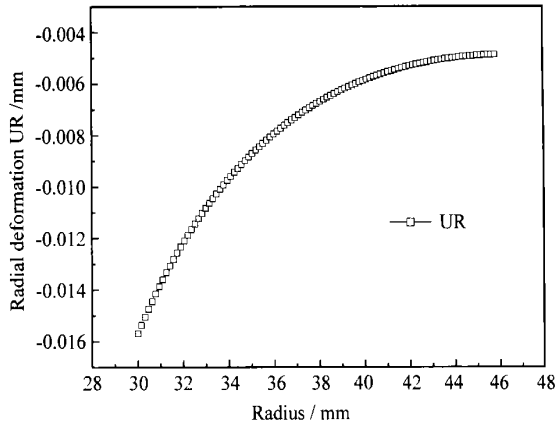

图 4　内孔卸载后飞轮的径向变形分布

Fig. 4　Radial deformation after the unload

3.2　计及内孔卸载的多环过盈套装的总体初应力分析

表 2 为四个复合材料厚环的有关缠绕参数, 其材料参数见表 1。按公式(3)计算得到的四个厚环内孔卸载后的几何尺寸也列在表 2 中。按公式(3)计算得到的四个厚环内孔卸载后的初应力分布见图 5。从图中可以看出: 越靠近外层的环的径向压应力越小, 环向应力也越小。

图 6 给出了计及内孔卸载和不计及内孔卸载的四个厚环过盈装配后的总体初应力分布。从图 6 可看出: 计及内孔卸载影响时, 各环的环向应力分布更加缓和, 装配界面处的环向应力差异也都变小; 径向压应力也有一定程度上的增大, 最外环的径向压应力增加的程度相对较小。

本算例设定的名义过盈量均为 0.05 mm, 卸载后过盈量发生变化(称卸载名义过盈量), 在装配过

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

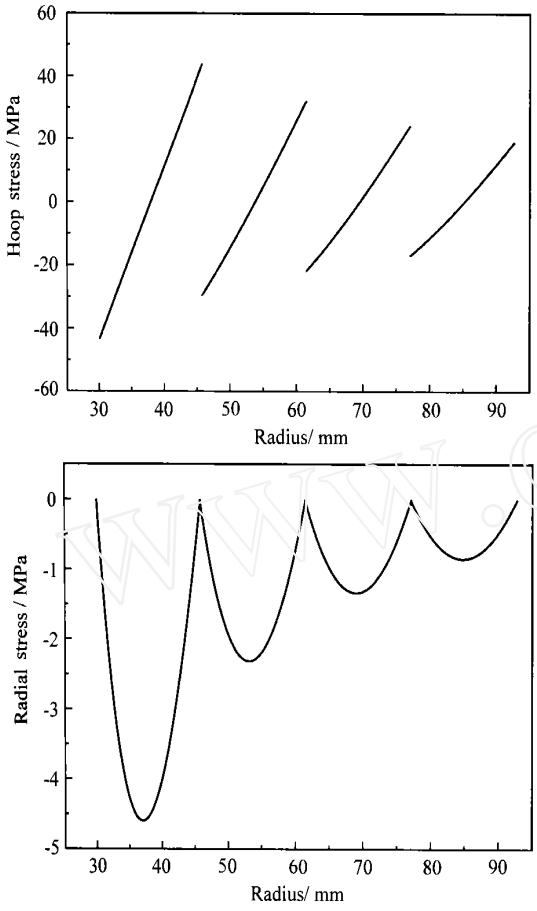

图 5　四个复合材料环内孔卸载后的预应力分布

Fig. 5　Distribution of initial stress of four unloaded rings

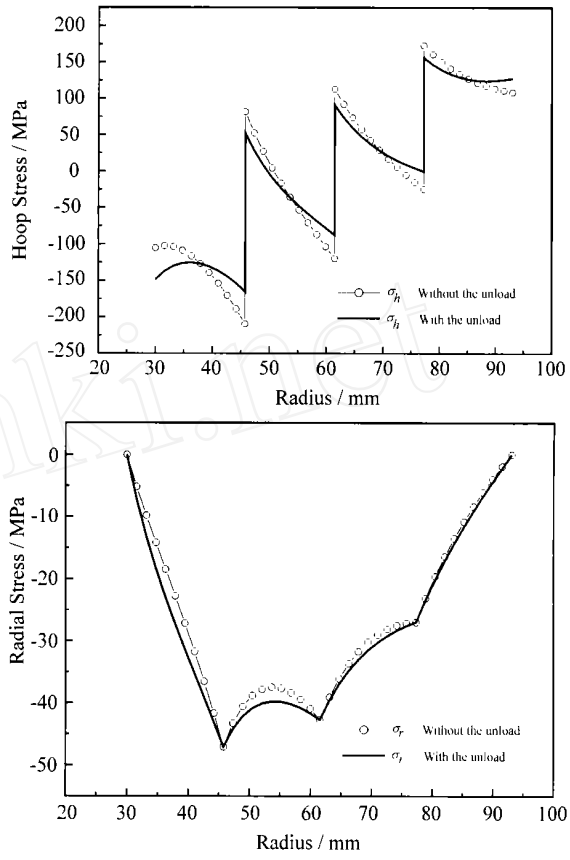

图 6　过盈装配的总体应力分布

Fig. 6　Distribution of global stress of misfit

程中, 过盈量也会发生变化(称实际过盈量), 这些过盈量的变化见表 3。从表 3 可看出: 卸载名义过盈量均大于设定名义过盈量, 而实际过盈量在第一分界面处和卸载名义过盈量相同, 在后两个分界面处则有一定程度的增加。所以, 在实际的装配过程中, 必须充分考虑内孔卸载带来的过盈量增大的影响。

表 3　过盈量的变化

Table 3　The change of interference

单位: (mm)	分界面		
	1～2	2～3	3～4
设定名义过盈量	0.05	0.05	0.05
卸载名义过盈量	0.0736	0.0790	0.0843
真实过盈量	0.0736	0.0996	0.1223

4　结　论

(1) 本文作者提出的计及纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮内孔卸载影响的多个厚环套装的简化分析方法是有效的, 且可推广到三维应力状态。

(2) 纤维束缠绕复合材料厚环内孔卸载后, 其应力场和变形场都有明显的变化。

(3) 计及内孔卸载影响的多个厚环过盈装配后, 可以增大径向压应力。

(4) 纤维束缠绕复合材料厚环内孔卸载后, 径向将产生一定的缩小变形, 会对后续的多环过盈装配时的真实过盈量产生较大的影响, 在实际装配过程必须予以充分的考虑。

参考文献:

[1] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113- 116.

[2] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力简化精细分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(5): 95 - 99.

[3] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮的预应力简化分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(6): 87- 91.

[4] Genta G. Kinetic Energy Storage: Theory and Practice of Advanced Flywheel Systems [M]. Woburn, MA: Butterworth &

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Co Ltd, 1985. 101- 118.

[5] Lee S Y, Springer G S. Filament winding cylinders——part Ⅰ: process model [J]. *Journal of Composite Materials*, 1990, 24(12): 1270- 1298.

[6] Cai Z, Gutowski T. Winding and consolidation analysis for cylindrical composite structures [J]. *Journal of Composite Materials*, 1992, 26(9): 1374- 1399.

[7] Sung K Ha. Optimum design of thick-walled composite rings for an energy storage system [J]. *Journal of Composite Materials*, 1998, 32(9): 851- 873.

[8] Tutuncu N. Effect of anisotropy on stresses in rotating discs [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 1995, 37(8): 873- 881.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net