

文章编号: 1001-4322(2004)11-1397-06

激光辐照热障涂层中平面应变问题的热弹性变分分析*

席 军, 段祝平

(中国科学院 力学研究所, 非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)

摘 要: 针对激光辐照热障涂层材料的平面应变问题, 提出热障涂层热弹性分析的基本方程, 对定常温度场给出级数形式解析解, 并用最小余能原理和变分法分析了结构的热弹性应力场, 研究了最大应力和界面应力的分布特征, 并就一些物理参数的影响进行了讨论。结果表明, 热障涂层的主要破坏因素为表面拉伸应力, 界面应力相对较小, 但在自由边界有集中现象, 剥落应力大于剪切应力, 是导致涂层破坏的重要原因。涂层厚度增加会改变厚度方向上的应力分布, 界面应力向中心集中。

关键词: 热障涂层; 激光; 热应力; 最小余能原理

中图分类号: O343.6 **文献标识码:** A

涂层是一种非均匀材料技术, 主要应用于航空、航天、内燃机、核反应堆等高温高热流环境, 在微电子技术领域也有着广泛使用。为了改善抗烧蚀性能、抗氧化性能及抗腐蚀性能, 人们常常采用热障涂层结构, 即在金属基底上粘接陶瓷涂层。它可以提高工作温度, 增加发动机的效率, 延长工件的工作寿命, 极大地提高了经济效益。但是, 由于金属和陶瓷的热物理性质不同, 导致热应力失配, 引起介质的开裂或者脱落, 最终使材料失效。所以, 研究热障涂层中的热应力, 特别是界面热应力情况, 具有非常重要的实际意义。

早在 1925 年, Timoshenko^[1]用梁理论对双金属结构条在不同温度的最大正应力进行分析并给出了计算公式。这一经典理论以后在各种工程问题中被广泛使用。1986, E. Suhir^[2~4]利用梁理论分析了自由边界的双金属条被均匀加热后, 由于热失配受粘接面的限制所引起的应力分布情况, 不仅得到两层材料的正应力分布, 也得到界面剥落应力和剪力的分布情况。S. Suresh^[5~7]等人采用理想弹塑性模型对金属-陶瓷双层结构的热循环问题进行了研究, 结合有限元方法和实验方法研究了自由边界处塑性变形的演变。最近 W. S. Kim^[8]研究了重复脉冲激光辐照下半无限大空间的双层结构中的热应力分布, 激光作为稳定的空间分布热流作用在边界上, 上层材料很薄, 为弹性, 下层材料半无限大且为绝热刚性。在该工作中分析了不同时刻材料中的最大应力并对界面应力和破坏方式进行预测。在微电子领域中 Yin^[9]应用变分原理, 采用一组满足边界条件和界面条件的应力函数分析了芯片/基底结构的界面应力。Y. Y. Feng^[10]在此基础上, 将芯片作为热源, 对基底材料形成稳定的温度场, 以此分析界面剥落和剪切应力。但在以上研究中, 主要是均匀分布温度场和一维简单情况。在本文中, 我们针对激光辐照热障涂层的二维定常问题, 利用最小余能原理分析了热应力和界面应力情况, 并就几何、物理参数对热应力的影响进行了讨论。

1 模型与基本方程

如图 1 所示的基底/涂层结构, 坐标原点建立在界面中心, 结构上面是金属基底厚 h_1 , 下面是陶瓷涂层厚 h_2 。在二维平面问题中 z 轴方向材料分布均匀, 热平衡与热弹性问题作解耦处理。激光辐照陶瓷表面, 光斑大小为 $2a$, 基底/陶瓷结构宽 $2b$ 。结构两端为自由边界。在光斑区域内, 激光给予边界稳定的热流 q , 光斑外取绝热边界条件, 在金属表面为对流边界条件, 结构厚度方向相对较小, 也取绝热边界条件, 基底和涂层的界面假设为理想热接触, 即温度和热流连续。我们首先分析温度场, 求解基底温度 T_1 和涂层温度 T_2 (下标 1, 2 分别代表基底和涂层)。

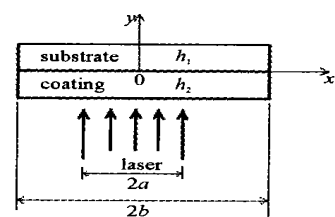


Fig. 1 Geometry of thermal barrier coating
图 1 热障涂层结构受热分析模型

2 温度场求解

热传导方程为

* 收稿日期: 2004-02-04; 修订日期: 2004-08-02

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题; 国家自然科学基金重大项目 (19891189-04) 资助课题

作者简介: 席 军 (1970—), 男, 四川遂宁人, 博士, 从事材料在热力联合作用下破坏机理的研究; E-mail: xijun@bipt.edu.cn。

$$\begin{cases} \nabla^2 T_1 = 0 & (0 \leq y \leq h_1) \\ \nabla^2 T_2 = 0 & (-h_2 \leq y \leq 0) \end{cases}$$

边界条件为

$$\begin{aligned} y = h_1, & \quad \frac{\partial T_1}{\partial y} = -\frac{1}{k_1} (T_1 - T_0) \\ y = 0, & \quad k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, \quad T_1 = T_2 \\ y = -h_2, & \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} = -\frac{q}{k_2} \quad (|x| \leq a) \\ & \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0 \quad (a < |x| < b) \\ x = \pm b, & \quad \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

方程中 $k_{1,2}$ 为传热系数; h_1 为对流换热系数; T_0 为空气温度。定义无量纲几何参数: $\bar{a} = a/h_1, \bar{b} = b/h_1, \bar{h}_2 = h_2/h_1$; 物性参数: $\bar{k} = k_2/k_1, \bar{q} = (qh_1)/(k_2 T_0)$ 。对温度场进行求解有(以后的 T_1, T_2, x, y 都是无量纲量)

$$T_1 = C_0 + C_1 y + \sum_{n=1}^{\infty} (C_2 e^{n y} + C_3 e^{-n y}) \cos n x$$

$$T_2 = D_0 + D_1 y + \sum_{n=1}^{\infty} (D_2 e^{n y} + D_3 e^{-n y}) \cos n x$$

式中: $n = n/\bar{b} (n = 0, 1, 2, \dots)$; $C_0 = [1 - \bar{k} \bar{a} q / \bar{b}] / \bar{b}$; $C_1 = \bar{k} \bar{a} q / \bar{b}$; $D_0 = C_0$; $D_1 = \bar{a} q / \bar{b}$;

$$C_2 = \frac{4 \bar{k} \bar{q} e^{-n \bar{h}_2} (\bar{k} + n) \sin n \bar{a}}{n [1 - \bar{k}] (e^{2n} + e^{2n \bar{h}_2}) + (1 + \bar{k}) (1 + e^{2n(1+\bar{h}_2)})}$$

$$C_3 = \frac{4 \bar{k} \bar{q} e^{n(2+\bar{h}_2)} (\bar{k} - n) \sin n \bar{a}}{n [1 - \bar{k}] (e^{2n} + e^{2n \bar{h}_2}) + (1 + \bar{k}) (1 + e^{2n(1+\bar{h}_2)})}$$

$$D_2 = \frac{2 \bar{q} e^{-n \bar{h}_2} [e^{2n} (\bar{k} + n) (1 + \bar{k}) + (\bar{k} - n) \sin n \bar{a}]}{n [1 - \bar{k}] (e^{2n} + e^{2n \bar{h}_2}) + (1 + \bar{k}) (1 + e^{2n(1+\bar{h}_2)})}$$

$$D_3 = \frac{2 \bar{q} e^{n \bar{h}_2} [e^{2n} (\bar{k} - n) (1 + \bar{k}) + (\bar{k} + n) \sin n \bar{a}]}{n [1 - \bar{k}] (e^{2n} + e^{2n \bar{h}_2}) + (1 + \bar{k}) (1 + e^{2n(1+\bar{h}_2)})}$$

3 热弹性应力场分析

平面应变情况的基本方程有

$$\sigma_{ij,j} = 0$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2\mu} \epsilon_{ij} - \frac{1}{2\mu(3 + 2\mu)} \sigma_{kk} \delta_{ij} + T \delta_{ij}$$

式中: μ 为拉梅系数; T 为热膨胀系数; $T = T - T_0$ 。

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

总余能为

$$A = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{ij}^{(n)} \epsilon_{ij}^{(n)} dx dy = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2\mu^{(n)}} \sigma_{ij}^{(n)} \epsilon_{ij}^{(n)} - \frac{1}{2\mu^{(n)}(3 + 2\mu^{(n)})} \sigma_{kk}^{(n)} \sigma_{kk}^{(n)} + T^{(n)} \epsilon_{ii}^{(n)} \right] dx dy$$

由最小总余能原理, 结构总余能的变分为零

$$\int_{\Omega} \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2\mu^{(n)}} \sigma_{ij}^{(n)} \epsilon_{ij}^{(n)} - \left[\frac{1}{2\mu^{(n)}(3 + 2\mu^{(n)})} \sigma_{kk}^{(n)} \sigma_{kk}^{(n)} + T^{(n)} \epsilon_{ii}^{(n)} \right] \right] dx dy = 0$$

边界条件为

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^{(1)}(\bar{b}, y) = \sigma_{xy}^{(1)}(\bar{b}, y) = 0 \\ \sigma_{yy}^{(1)}(x, 1) = \sigma_{xy}^{(1)}(x, 1) = 0 \end{cases} \quad (0 \leq x \leq \bar{b}, 0 \leq y \leq 1)$$

$$\begin{cases} \begin{matrix} {}^{(2)}_{xx}(\bar{b}, y) = {}^{(2)}_{xy}(\bar{b}, y) = 0 \\ {}^{(2)}_{yy}(x, -\bar{h}_2) = {}^{(2)}_{xy}(x, -\bar{h}_2) = 0 \end{matrix} & (0 \leq x \leq \bar{b}, -\bar{h}_2 \leq y \leq 0) \end{cases}$$

连续条件为

$$\begin{cases} \begin{matrix} {}^{(1)}_{xy}(x, 0) = {}^{(2)}_{xy}(x, 0) = 0 \\ {}^{(1)}_{yy}(x, 0) = {}^{(1)}_{yy}(x, 0) = 0 \end{matrix} & (0 \leq x \leq \bar{b}) \end{cases}$$

由对称条件有

$${}^{(1)}_{xy}(0, y) = {}^{(2)}_{xy}(0, y) = 0 \quad (-\bar{h}_2 \leq y \leq 1)$$

利用最小余能原理对问题进行求解,最重要的是在满足平衡方程和静力边界条件的可能应力中,找出使总余能取极值的真实应力。采用应力函数可以使应力自然满足平衡方程,如果我们寻找到合适的应力函数形式,使它还能满足静力边界条件和界面连续条件,那么,该应力函数中满足最小余能原理的函数就是问题的真实解。针对该问题,我们采用如下的应力函数形式

$${}^{(1,2)}_{xy}(x, y) = A^{(1,2)}(\eta) X(x)$$

式中: $\eta = [y - y_b^{(1,2)}] / [y_t^{(1,2)} - y_b^{(1,2)}]$, $(y_t^{(i)} (i = 1, 2))$ 为第 i 层的顶部纵坐标, $y_b^{(i)} (i = 1, 2)$ 为第 i 层的底部纵坐标; $X(x) = \{F(x), G(x), P_1(x), P_2(x)\}^T$; $A^{(1)}(\eta) = \{(1 - 3\eta^2 + 2\eta^3), (\eta - 2\eta^2 + \eta^3), \eta^2(1 - \eta)^2, 0\}$; $A^{(2)}(\eta) = \{(3\eta^2 - 2\eta^3), (\eta^3 - \eta^2)\bar{h}_2, 0, \eta^2(1 - \eta)^2\}$ 。其中 $F(x), G(x), P_1(x), P_2(x)$ 为待求任意函数。此应力函数可同时满足平衡方程、边界条件和界面应力连续条件。

代入应力方程

$$\begin{aligned} {}^{(1,2)}_{xx}(x, y) &= {}^{(1,2)}_{yy}(x, y) = \frac{d^2}{d\eta^2} A^{(1,2)}(\eta) X(x) = D^{(1,2)} X \\ D^{(1)} &= \frac{d^2}{d\eta^2} A^{(1)} = \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dA^{(1)}}{d\eta} \frac{d}{d\eta} \right) \frac{d}{d\eta} = \frac{d^2 A^{(1)}}{d\eta^2}, \\ D^{(2)} &= \frac{d^2}{d\eta^2} A^{(2)} = \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dA^{(2)}}{d\eta} \frac{d}{d\eta} \right) \frac{d}{d\eta} = \frac{1}{\bar{h}_2^2} \frac{d^2 A^{(2)}}{d\eta^2} \\ {}^{(1,2)}_{yy}(x, y) &= {}^{(1,2)}_{xx}(x, y) = \frac{d^2}{dx^2} A^{(1,2)}(\eta) X(x) = A^{(1,2)} X \\ {}^{(1,2)}_{xy}(x, y) &= - {}^{(1,2)}_{xy}(x, y) = - \frac{d^2}{dx dy} A^{(1,2)}(\eta) X(x) = B^{(1,2)} X \\ B^{(1)} &= \frac{d}{d\eta} A^{(1)} = \frac{dA^{(1)}}{d\eta} \frac{d}{d\eta} = - \frac{dA^{(1)}}{d\eta}, \\ B^{(2)} &= \frac{d}{d\eta} A^{(2)} = \frac{dA^{(2)}}{d\eta} \frac{d}{d\eta} = - \frac{1}{\bar{h}_2} \frac{dA^{(2)}}{d\eta} \end{aligned}$$

代入边界条件有

$$F(\bar{b}) = G(\bar{b}) = P_1(\bar{b}) = 0$$

$$F_{,x}(\bar{b}) = G_{,x}(\bar{b}) = P_{1,x}(\bar{b}) = 0$$

$$F_{,x}(0) = G_{,x}(0) = P_{1,x}(0) = P_{2,x}(0) = 0$$

变分:

$${}^{(1,2)}_{xx} = D^{(1,2)} X, \quad {}^{(1,2)}_{yy} = A^{(1,2)} X, \quad {}^{(1,2)}_{xy} = B^{(1,2)} X$$

代入余能方程

$$\int_0^b \left(W \frac{d^4 X}{dx^4} + V \frac{d^2 X}{dx^2} + UX - R \right) X dx = 0$$

因为 X 为任意值,所以有

$$W \frac{d^4 X}{dx^4} + V \frac{d^2 X}{dx^2} + UX = R$$

$$\text{式中: } U = \int_0^1 \left[\frac{(1 - \eta^2)}{E_1} D^{(1)} T_D^{(1)} + \frac{t_2(1 - \eta^2)}{E_2} D^{(2)} T_D^{(2)} \right] d\eta;$$

$$V = - \int_0^1 \frac{(1 + \eta)}{E_1} (D^{(1)} T_A^{(1)} + A^{(1)} T_D^{(1)}) + \frac{\bar{h}_2(1 + \eta)}{E_2} (D^{(2)} T_A^{(2)} + A^{(2)} T_D^{(2)}) +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{2(1+\nu_1)}{E_1} B^{(1)} T_B^{(1)} + \frac{2\bar{h}_2(1+\nu_2)}{E_2} B^{(2)} T_B^{(2)} J d ; \\
 W = & \int_0^1 \left[\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} A^{(1)} T_A^{(1)} + \frac{t_2(1-\nu_2^2)}{E_2} A^{(2)} T_A^{(2)} \right] d ; \\
 R = & \int_0^1 \left[(1+\nu_1) \left(T_1 D^{(1)T} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} A^{(1)T} \right) + \bar{h}_2(1+\nu_2) \left(T_2 D^{(2)T} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} A^{(2)T} \right) \right] d .
 \end{aligned}$$

4 计算结果和分析

上述常微分方程组,通过计算很容易有数值解。我们以实际工程中常用的热喷涂材料(涂层是 ZrO_2 陶瓷,基底材料是 1Cr18Ni9Ti 不锈钢)为例分析了双层材料在定常温度场条件下的平面应变情况,并对各种参数对应力的影响进行了分析。其中 1Cr18Ni9Ti 不锈钢的物理参数为:厚度 1mm,宽 20mm,弹性模量 184GPa,泊松比 0.24,传热系数 $16.3W/(m \cdot ^\circ C)$,质量热容 $502J/(kg \cdot ^\circ C)$,密度 $7.9g/cm^3$,膨胀系数 $16.6 \times 10^{-6}/^\circ C$,换热系数 $30W/(m^2 \cdot ^\circ C)$; ZrO_2 陶瓷的物理参数为:厚度 0.1mm,宽 20mm,弹性模量 44GPa,泊松比 0.26,传热系数 $1.8W/(m \cdot ^\circ C)$,质量热容 $450J/(kg \cdot ^\circ C)$,密度 $5.6g/cm^3$,膨胀系数 $13.9 \times 10^{-6}/^\circ C$,热流密度 $16.8W/mm^2$ 。

根据计算分析,我们可以了解材料内部的应力分布情况。材料中最主要的应力为横向拉伸应力 σ_{xx} ,从具体位置看, σ_{xx} 在陶瓷表面和稍微上面一点部分达到最大(见图 2),这表明陶瓷/不锈钢双层材料在这种应力状态下主要的破坏模式应该是表面拉伸断裂。 σ_{yy}, σ_{xy} 相对来说都较小,从分布上看,在试件中间的应力值几乎为零,但是在界面自由端 σ_{yy}, σ_{xy} 有较大值,反映层间破坏集中在自由端,这是界面结合强度的薄弱点(图 4,5)。

保持光强不变,改变光斑大小,将 a/b 分别取 1, 0.8, 0.5。结果表明光斑增大导致材料表面所受拉伸应力 σ_{xx} 也增大,如图 3。不受激光辐照的基底表面也表现出同样的规律,只是应力幅值相对小一些。光斑的增大使得界面应力 σ_{yy}, σ_{xy} 在边沿处也增大,剥落应力 σ_{yy} 比剪切应力 σ_{xy} 大,是主要的破坏因素。在离边沿稍远处光斑没什么影响,界面基本没什么应力,如图 4,5。

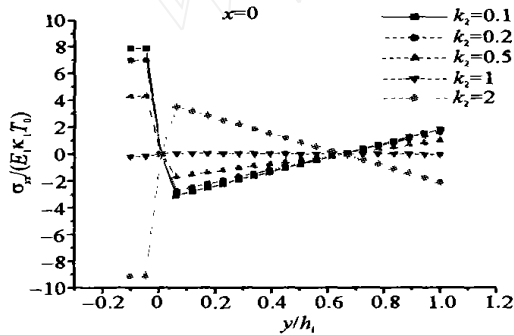


Fig. 2 Variation of stress σ_{xx} along the y -axis for different coefficient of thermal expansion

图 2 不同热膨胀系数下拉伸应力 σ_{xx} 沿 y 轴的分布

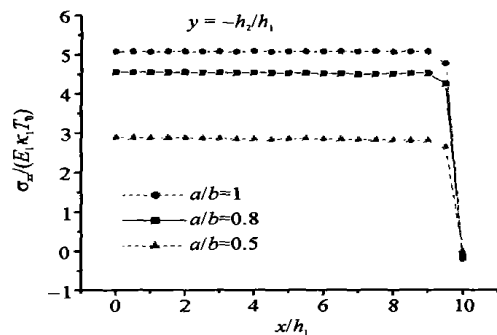


Fig. 3 Variation of surface stress σ_{xx} along the x -axis for different radius of laser

图 3 不同激光半径下涂层表面应力 σ_{xx} 沿 x 轴的分布

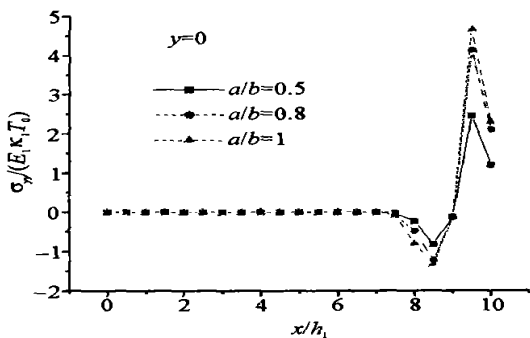


Fig. 4 Variation of interfacial stress σ_{yy} along the x -axis for different radius of laser

图 4 不同激光半径下界面应力 σ_{yy} 沿 x 轴的分布

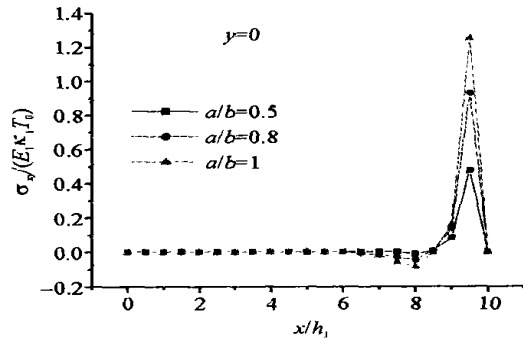


Fig. 5 Variation of interfacial stress σ_{xy} along the x -axis for different radius of laser

图 5 不同激光半径下界面应力 σ_{xy} 沿 x 轴的分布

分别取 $h_2 = 0.1, 0.2, 0.5$, 考察涂层相对厚度对应力场的影响。表面拉伸应力 σ_{xx} 随着涂层厚度的增加而降低, 当 $h_2 = 1$, 表面变为压缩应力。而在材料另一表面, σ_{xx} 随着涂层厚度的增加而增加, 见图 6。结果表明薄涂层表面断裂可能性较大, 涂层增厚使基底表面破坏可能增大。在界面上, 情况比较有趣, 见图 7, 8。当取 $h_2 = 0.1, 0.2, 0.5$ 时, 剥落力 σ_{yy} 和剪切力 σ_{xy} 都随涂层厚度增加在边沿处应力集中更加严重, 但当 $h_2 = 1$ 时, 界面应力却在对称中心附近集中严重。说明涂层小于基底厚度时, 界面边沿应力集中随涂层厚度增加而加剧, 当涂层基底等厚时, 应力集中转移到界面对称中心附近, 这时中心更容易破坏。

我们也考察了热膨胀系数的影响。随涂层热胀系数 α_2 的增大, 材料上下表面应力都下降, 当 $\alpha_2 = 1$ 表面应力最小, $\alpha_2 = 2$ 材料变形形式相反, 上下表面应力都变为负值 (见图 2)。

涂层材料的传热系数比基底材料的小, 这样才能起到隔热的效果, 从这一点考虑人们希望涂层的热导率越小越好。热导率对应力分布有什么影响呢? 计算表明, 涂层相对导热系数 k 对界面应力没有影响, 对上下表面的应力 σ_x 也影响不大, 只是当两种材料的传热系数相差较大, 即 $k = 0.05, 0.01$ 时, 加热区内应力降低, 加热区外应力无影响, 见图 9。

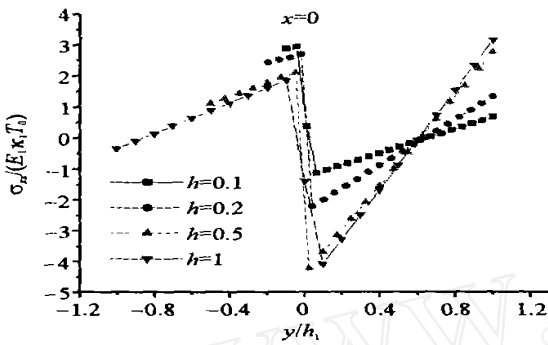


Fig. 6 Variation of surface stress σ_{xx} along the y -axis for different coating thickness

图 6 不同涂层厚度下应力 σ_{xx} 沿 y 轴的分布

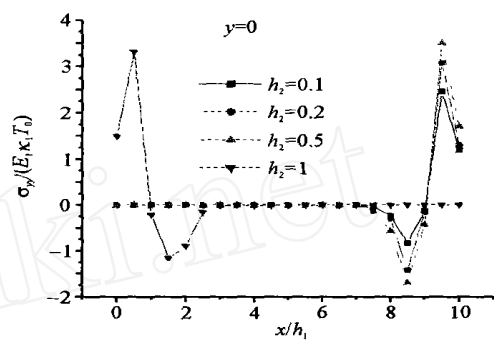


Fig. 7 Variation of interfacial stress σ_{yy} along the x -axis for different coating thickness

图 7 不同涂层厚度下界面应力 σ_{yy} 沿 x 轴的分布

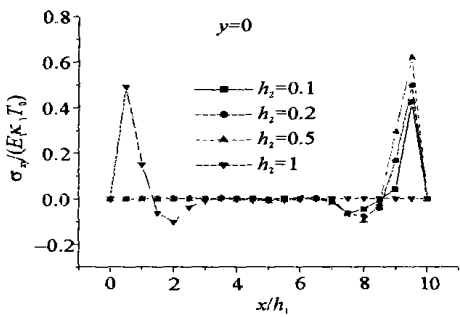


Fig. 8 Variation of interfacial stress σ_{xy} along the x -axis for different coating thickness

图 8 不同涂层厚度界面应力 σ_{xy} 沿 x 轴的分布

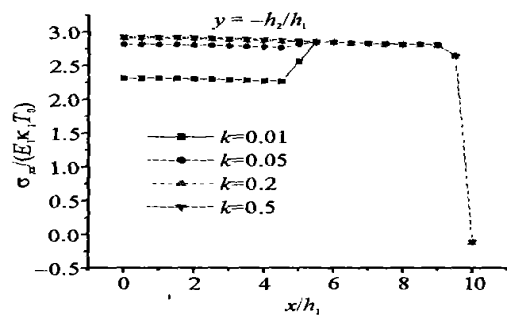


Fig. 9 Variation of surface stress σ_{xx} along the x -axis for different thermal conductivity

图 9 不同传热系数下表面应力 σ_{xx} 沿 x 轴的分布

5 结 论

针对激光辐照的平面应变问题, 我们提出了热障涂层热弹性分析的基本方程。对定常温度场进行分析, 得到了级数形式的解析解。在此基础上, 应用最小余能原理和变分法进行了热弹性应力分析, 给出了控制方程的理论形式, 通过数值求解得到了定常热应力场, 特别是界面应力的分布情况, 并对参数的影响进行了分析。得到如下结论:

1. 在定常温度场下的热弹性分析中, 热障涂层材料的主要破坏因素为涂层表面拉伸应力。界面应力相对较小, 但在自由边界有集中现象。剥落应力大于剪切应力, 并且其峰值接近表面拉伸应力, 是导致涂层破坏的重要原因。
2. 在相同的激光强度下, 辐照区增大将导致热障涂层表面拉伸应力和界面应力的增大, 但是不会改变应

力的分布情况。

3. 涂层厚度的增加会改变厚度方向上的应力分布:金属内的拉伸应力增加,热障涂层内的应力降低。当涂层厚度小于金属时,厚度的增加使界面应力在自由边界集中加强;但是涂层与金属厚度相等时,界面应力分布发生改变:应力集中出现在中心而不是自由边界。

4. 涂层传热系数较小使光斑区内的应力减小。

致谢: 承蒙中国科学院力学研究所凌中副研究员对初稿的认真审阅,并提出了详细的修改意见。此外,柳春图研究员对初稿也提出了建设性意见。在此,谨对他们们的热情帮助和支持表示衷心感谢!

参考文献:

- [1] Timoshenko S. Analysis of Bi-metal thermostats[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1925, **11**: 233—255.
- [2] Suhir E. Stresses in Bi-metal thermostats[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1986, **53**: 657—660.
- [3] Suhir E. Interfacial stresses in Bi-metal thermostats[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1989, **56**:595—600.
- [4] Suhir E. Approximate evaluation of the elastic interfacial stresses in thin films with application to high- T_c superconducting ceramics[J]. *Int J Solids Structures*, 1991, **27**(8):1025—1034.
- [5] Suresh S, Gannakopoulos A E, Olsson M. Elastoplastic analysis of thermal cycling: layered materials with sharp interfaces[J]. *J Mech Phys Solids*, 1994, **42**:979—1018.
- [6] Shen YL, Suresh S. Elastoplastic deformation of multilayered materials during thermal cycling[J]. *J Mater Res*, 1995, **10**:1200—1215.
- [7] Finot M, Suresh S. Small and large deformation of thick and thin-film multi-layers: effects of layer geometry, plasticity and compositional gradients[J]. *J Mech Phys Solids*, 1996, **44**(5): 683—721.
- [8] Kim W S, Hector L G. Thermoelastic stresses in a bonded layer due to repetitively pulsed laser radiation[J]. *Acta Mechanica*, 1997, **125**:107—128.
- [9] Yin WL. Interfacial thermal stresses in layered structure: the stepped problem[J]. *ASME J Electron Packag*, 1995, **117**:153—158.
- [10] Feng Y Y, Wu L Z. Analysis of interfacial thermal stresses of chip-substrate structure[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, **38**:1551—1562.

Variational analysis on thermo-elastic stresses of plane strain problem of thermal barrier coating structure in laser radiate

XI Jun, DUAN Zhur-ping

(LNM, the Institute of Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: Present fundamental equations of thermoelastic deformation of thermal barrier coating (TBC) irradiated by laser in the condition of plane strain. Series solutions of steady temperature field are derived. Thermoelastic stress field in TBC is studied by means of variational principle of complementary energy. The distributed characters of maximal stresses and interfacial ones and the effects of some physical parameters on stresses are investigated. The results show that the main factor caused destroy of TBC is tensile stress; The interfacial stresses are comparatively feeble, but concentrate at the free edge; The peeling stresses are stronger than shearing ones and are important reason for failure of coating. Increase of coating's thickness changes the distribution of stresses in the direction of thickness and makes interfacial stresses to concentrate toward the center of specimen.

Key words: Laser; Thermal barrier coatings(TBC); Thermal stress; Variational principle of complementary energy