

考虑刚度及边界条件的索力精确求解*

刘文峰¹ 应怀樵² 柳春图¹

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100080; 2. 东方振动和噪声技术研究所, 北京 100085)

摘要 目前索力的测试大多不考虑结构刚度的影响, 这导致测试的结果偏大。本文中不仅考虑了索的刚度, 而且将索的边界条件假定为简支以及简支和固支耦合两种情况, 得到不同假设下的理论公式, 分析了不同方法下索力的区别, 并利用实测的数据进行分析, 给出了未考虑刚度情况下和仅考虑为简支时的误差, 证明在索力测试中, 特别是短索的测试中刚度以及边界条件考虑的必要性。

关键词: 动力测试, 频率法, 精确索力

中图分类号: U446.1; O329

0 引言

索力测试对于索结构的安全有着重要的作用, 目前有不少关于索力的测试方法, 如直接通过压力传感器进行测试, 通过测试振动信号得到索的固有频率的振动法^[1-6], 通过动力测试与有限元计算进行对比^[7], 通过光纤传感器测试索的应变值得到索力^[8], 通过测试磁通量的渗透系数得到索力^[9]等。虽然测试方法较多, 但是其中振动法还是因为其操作简便易行而且测试结果较为准确, 在目前工程中被广泛使用。

索的影响因素不少, 诸如垂度、斜度、温度以及刚度等都会对索力的分析产生影响, 文献中对此有一定的研究, 文献[1~7]均考虑了刚度的影响, 其中文献[4]还考虑了垂度和斜度的影响, 文献[10]考虑了温度对索力的影响。可见目前对索力的研究比较多, 但是现在还没有一个好的算法来得到很准确的索力, 特别是对于短索, 这种误差是比较大的。

由于现在测试技术及频谱分析技术的发展, 一般索的固有频率都能分析到比较精确, 在分析技术的保证下甚至将其误差控制在万分之一左右, 可以认为测试得到的固有频率是很正确的。因此目前通过振动法进行索力识别的方法有其技术上的保证。

在文中, 作者从能量的角度出发, 得到运动平衡方程, 然后分三种情况进行求解。第一按经典弦对待, 不考虑索的刚度; 第二为将索力简化为简支情况, 此时可部分的优化测试结果; 第三为综合考虑边界条件为固支、简支耦合的形式, 通过测试得到的认为精确的频率代入方程, 即可解得很准确的索力, 以及得

到索的刚度。本文从刚度的角度考虑对索力的影响, 而没有对其它方面进行探讨。

1 基本理论

本文只考虑刚度为索力的影响而不考虑其他诸如垂度、斜度、温度等因素的影响。一般情况下索为均匀等截面的, 由于索的高跨比(横截面直径与有效长度比值)较小, 因此采用经典梁理论, 不考虑截面内的剪切作用。由此给出索的自由振动方程为:

$$y(x, t) = (x) \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

式中 (x) 为索的振型函数, ω 为索的固有频率, ϕ 为相位角。

则索的动能为:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^l m \dot{y}^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l m \cos^2(\omega t + \phi) \omega^2 (x)^2 dx \quad (2)$$

式中 m 为单位长度的索重, l 为索的有效长度。

索的势能为:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l EI y''^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l T y'^2 dx = \left[\frac{1}{2} EI \int_0^l (x)''^2 dx + \frac{1}{2} T \int_0^l (x)' ^2 dx \right] \sin^2(\omega t + \phi) \quad (3)$$

式中 EI 为索的刚度, T 为索力。

结构的最大动能等于最大势能, 即 $V_{\max} = W_{\max}$, 得到:

$$\frac{1}{2} \int_0^l m \omega^2 (x)^2 dx = \frac{1}{2} EI \int_0^l (x)''^2 dx + \frac{1}{2} T \int_0^l (x)' ^2 dx \quad (4)$$

* 收稿日期: 2002-10-24

第一作者 刘文峰 男, 博士研究生, 1976年8月生

$$2 = \frac{EI \int_0^l \ddot{w}^2(x) dx + T \int_0^l \dot{w}^2(x) dx}{m \int_0^l \dot{w}^2(x) dx} \quad (5)$$

将振型函数代入式(5)中,即可得出 \ddot{w}^2 与 T 及 EI 的关系。通过测试得到索的前几阶固有频率,即可求出相应的 T 及 EI 。

2 刚度及边界条件的求解

2.1 不考虑索的刚度影响

如果不考虑悬索(吊杆)的刚度,仅将其作为理想状态下的弦考虑,此时刚度项 $EI = 0$,振型函数为:

$$= \sin \frac{r \cdot x}{l} \quad (r \text{ 为振型的阶数}), \text{ 将其代入式(5), 可得到:}$$

$$T = 4ml^2 f_r^2 / r^2 \quad (6)$$

这个式子是经典的弦张力计算公式,现在很多商业化软件中都是用这个公式,此式得到的索力值与实际的索力相比偏大,偏于安全。当索长较大时,此式得出的结果较为准确,但是对于短索则误差较大。

2.2 考虑索为简支边界

认为索是简支边界的梁和弦的组合体,因为简支梁和弦的振型函数相同,因此索的振型函数为:

$$w = \sin \frac{r \cdot x}{l} \quad (7)$$

将其代入式(5)中,可得:

$$\ddot{w}^2 = \frac{r^4 \int_0^l EI + r^2 \int_0^l T l^2}{ml^4} \quad (8)$$

通过测试得到某两阶频率,即可求出较为精确的结果,

$$T = \frac{16f_1^2 - f_2^2}{12} 4ml^2 = \frac{81f_1^2 - f_3^2}{72} 4ml^2 = \frac{81f_2^2 - 16f_3^2}{180} 4ml^2 \quad (9)$$

$$\begin{cases} \frac{EI(-500.533k^2 - 135.863k - 48.705) + Tl^2(-12.303k^2 - 13.766k - 4.935)}{(-k^2 - 1.396k - 0.5)ml^4} = 4 \cdot 2f_1^2 \\ \frac{EI(3802.844k^2 + 2152.177k + 779.273) + Tl^2(46.049k^2 + 54.515k + 19.739)}{(k^2 + 1.377k + 0.5)ml^4} = 4 \cdot 2f_2^2 \\ \frac{EI(-14621.253k^2 - 10690.871k - 3945.068) + Tl^2(-98.908k^2 - 120.357k - 44.415)}{(-k^2 - 1.355k - 0.5)ml^4} = 4 \cdot 2f_3^2 \end{cases} \quad (13)$$

3个方程组成的方程组,可求出符合实际情况的3个未知数 T 、 EI 和 k 值,利用此式得到的索力 T 为准确的索力值。

由于此公式将索的刚度和边界条件考虑的比较全面,因此得到的结果也很准确,而且可以得到索截面的刚度 EI ,刚度由于受到施工不确定性的影响,因此在计算中得到的结果可能离散度较大,但是还是能较好的反映索的完整性,如果能定期通过其方法得到可靠

$$EI = \frac{f_2^2 - 4f_1^2}{3} ml^4 \quad (10)$$

此时识别出的索力值比式(6)识别出的值小,更接近于真实索力,但仍然比实际值偏大。在使用公式(9)、(10)时,建议不要用高阶的频率来进行识别,因为高阶的振型需要按弹性力学来考虑截面内的剪切变形,连经典梁的假定都不能成立,可能导致更大的误差。

2.3 考虑索为固支、简支耦合的情况

实际的索结构除了要考虑简支情况外,还需要考虑边界条件是固支的情况,这是由索的锚具形式所决定的,在锚具端部总会承受部分的弯矩,此时就必须考虑固支的成份对于频率的影响。

固支梁的振型函数为:

$$w = \cosh \mu x - \cos \mu x - E_r(\sinh \mu x - \sin \mu x) \quad (11)$$

其中 $E_r = \frac{\cosh l - \cos l}{\sinh l - \sin l}$

索的振型认为固支、简支和弦的耦合形式,因此索的振动中既有固支的特征,又有简支和弦的特征,考虑简支情况下梁的振型如式(7)。因此引入一个相关系数 k , k 为固支振动和式(7)的振动形式的一个比值,若 k 很大则认为固支的成份占很大比重,反之认为可以忽略固支的影响。此振型为:

$$w = k w_{固支} + w_{简支} = k[\cosh \mu x - \cos \mu x - E_r(\sinh \mu x - \sin \mu x)] + \sin \frac{r \cdot x}{l} \quad (12)$$

由固支梁的频率方程: $1 - \cosh l \cos l = 0$,可得:
 $l_1 = 4.730, l_2 = 7.853, l_3 = 10.996$,将此振型函数代入式(5);并对测试的索力振动信号进行分析,得到前3阶频率代入公式(5)中,得到方程组(13):

的刚度,则可以将此应用于索的安全监测。

3 试验数据测试及其分析

作者对江苏无锡某拱桥进行测试,得到了各吊杆的前几阶数据,将其分别代入公式(6)、(9)、(10)、(13)算出索力 T 及相应的刚度 EI 。结果如表1所示。

测试的吊杆由73根 $\phi 7$ 的钢丝组成,对其进行估算,刚度约为 $EI_0 = 2.07 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。表1中可见,除了

一根索之外,其余索的实测值和理论计算值虽有一定的误差,但是误差比较小,因此将其应用于索的安全监测上仍然是可行的。表1中表明仅把索作为简支处理时,刚度的误差较大,而作固支处理的方法结果更准确、更可靠,能较好地作为完整性的参考。

索力的误差一般和索的长短有关,短索的刚度影响较大,因此如果采用公式(6)直接识别,而当索长达到一定时,刚度的影响就很少了。一般当索长超过30米时,就可以忽略刚度对频率的影响了,但是如果索长度较短时,误差就比较大了,表1中表明直接采用式(6)得到的索力值随着索长的变短,其误差有着增大的

趋势。当索长为8.21米时,误差甚至达到5.60%。

大跨度的斜拉桥和悬索桥的索大多超过30米,因此索力中刚度的影响较小,只需用公式(6)即可,一般下承式拱桥中吊杆的有效长度一般小于30米,此时需要用式(9)或(13)来进行索力的修正。由于式(9)中忽略了固支引起的刚度变化,因此其得到索力值也偏大。由于施工的原因,锚具有松紧程度并不能保证完全一致,因此式(9)的误差没有明显的规律可寻。一般20米以上的索通过式(9)进行修正就能得到比较好的索力值。

表1 不同方法计算索力的对比

实测频率(Hz)			索长 l (米)	固支处理			简支处理			未修正		
一阶	二阶	三阶		EI_1 (Pa)	$\frac{EI_1 - EI_0}{EI_0}$	$T_1 (\times ml^2)$ (N)	EI_2 (Pa)	$\frac{EI_2 - EI_0}{EI_0}$	$T_2 (\times m^2)$ (N)	$\frac{T_2 - T_1}{T_1}$	$T_0 (\times ml^2)$ (N)	$\frac{T_0 - T_1}{T_1}$
4.47	9.07	13.95	17.72	2.09e5	0.57%	78.74	1.94e5	-6.48%	78.99	0.31%	79.79	1.33%
4.48	9.07	13.96	17.42	2.00e5	-3.80%	78.66	1.58e5	-24.06%	79.40	0.95%	80.10	1.83%
4.49	9.10	14.04	17.50	2.20e5	5.85%	79.00	1.75e5	-15.76%	79.78	0.99%	80.54	1.95%
4.73	9.61	14.84	16.75	2.16e5	4.24%	87.18	1.89e5	-8.74%	88.35	1.34%	89.33	2.46%
5.08	10.31	16.00	15.48	2.14e5	3.03%	100.17	1.44e5	-30.63%	102.16	1.99%	103.18	3.01%
5.83	11.92	18.66	13.67	2.15e5	3.74%	132.11	1.76e5	-15.29%	133.95	1.40%	136.01	2.95%
6.13	12.50	19.43	13.42	1.83e5	-11.82%	147.11	1.66e5	-19.97%	147.96	0.58%	150.04	2.00%
7.68	15.77	24.80	11.32	1.98e5	-4.49%	228.99	1.72e5	-17.03%	231.58	1.13%	235.85	3.00%
12.31	25.89	42.17	8.21	2.67e5	28.91%	574.31	2.37e5	14.43%	585.14	1.89%	606.45	5.60%

在进行索力修正时,前提就是测试得到的频率需要准确,否则会严重影响计算结果的准确性。目前的频谱技术可以保证得到的频率精度很高,甚至误差可以控制在万分之一左右,因此只要测试方法得当,振动法是可行的。

在考虑刚度影响的基础上,可以用公式 $f_3 \geq 1.5f_2 \geq 3f_1$ 来定性地判断测试结果的正确性,如果是理想状态下的索结构(无刚度),则等另成立。

4 小 结

本文介绍了几种情况下索力的求解方法并分析了其异同点,在不同索力以及索长时,如果要求的精度不是非常高,那么可以根据实际的情况选择较为简单的计算方法。

(1) 理论分析和实测数据都表明刚度对索力的影响是比较明显的,特别是短索,当索长8.21m时,索力误差达5.60%,在要求较高的时候必须进行索力的修正。而当索长较大(大于30m以上)时,误差较小,可以采用经典的弦公式计算索力。

(2) 考虑索的刚度以及作为固支和简支耦合边界

条件时,同时也能比较准确地得到索的刚度。通过公式(13)不仅可以得到很准确的索力,也能得到较为准确的刚度值,能够较好地运用于工程实际中,进行索刚度的检测,进行索完整性的检测。

索力的影响因素很多,本文仅从刚度的角度进行了分析。工程中各种工况都有可能存在,当遇到特殊情况时,文中给出的公式往往不能直接使用,而需要修正后才能得到有效的结果。

参 考 文 献

- 1 Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method. Hiroshi Zui, Tohru Shinke, Yoshio Namita. Journal of Structure Engineering, 1996, 122(6): 651—656
- 2 吴海军,陈思甜,龚尚龙等.斜拉桥索力测试方法研究.重庆交通学院学报,2001,20(4):23—25
- 3 宋一凡,贺栓海,吴小平.固端刚性拉索力分析能量法.西安交通大学学报,2001,21(1):55—57
- 4 王卫锋,韩大建.斜拉桥的索力测试及其参数识别.华南理工大学学报(自然科学版),2000,29(1):18—21
- 5 骆宁安,王卫锋,韩大建.广州体育馆拉索索力测试方法及其应用.华南理工大学学报,2002,30(2):73—75
- 6 张建刚,张开银,沈典栋.随机激励作用下拉索内力的测量.中山大学学报论丛,2000,20(1):18—23 (下转第25页)

本文通过对卫星振动试验数据的简单模拟分析,认为,造成频率漂移的原因主要是卫星蜂窝结构中的非线性因素所致。由试验数据看出,频率漂移特性与文献所述 CASSINI 频率漂移现象相似。本文仅仅以非

线性特性定性解释了频率漂移的原因,由于记录数据的不完整,无法对频率漂移的模型参数等进行辨识。继续研究中,将设计特定的非线性动力学试验,进行更进一步的详细研究。

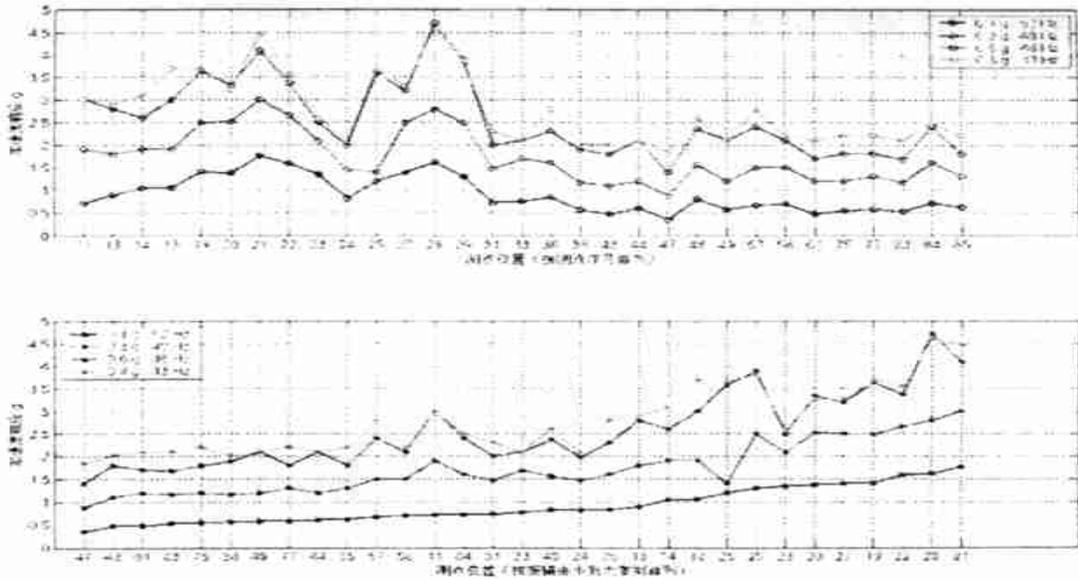


图 5 各测点第一阶模态幅值变化

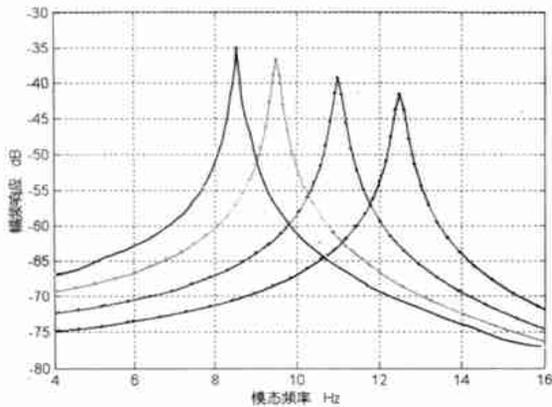


图 6 单位质量下等效线性化模拟

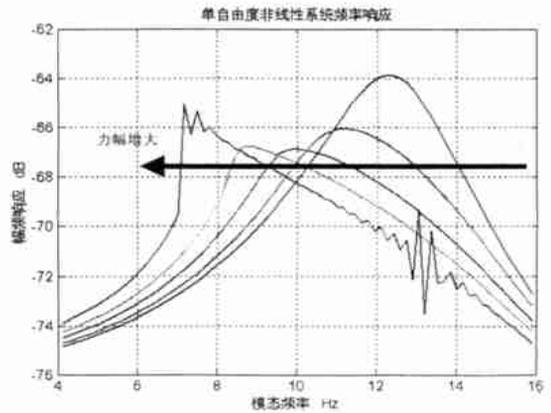


图 7 单位质量下单自由度非线性模拟

参 考 文 献

- 1 Carney K. et al. Nonlinear dynamic behavior in the Cassini spacecraft modal survey, 15th International Modal Analysis Conference, IMAC. Part 1 (of 2), p811—817, Bethel, CT, USA, 1997
- 2 Smith, Kenneth S et al. Modal test of the Cassini spacecraft, 15th International Modal Analysis Conference, IMAC. Part 1 (of 2),

- p804—810, Bethel, CT, USA, 1997
- 3 HN Ozguven, M Imregun. Complex Modes Arising from Linear Identification of Nonlinear Systems, Modal analysis, 8(2), 1993
- 4 [美] A. H. 奈弗著, 宋家 等译. 非线性振动(下). 高等教育出版社, 北京, 1990
- 5 宋汉文. 非线性结构动力系统参数辨识研究:[学位论文]. 上海: 上海交通大学, 1996
- 86—89
- 9 郝 超, 裴岷山, 强士中. 斜拉桥索力测试新方法——磁通法. 公路, 2000, (11): 30—31
- 10 黄 勇, 蔡 键, 蔡 敏. 斜拉桥斜索频率的温度修正. 华东公路, 1999(6): 13—15

(上接第 14 页)

- 7 许 俊, 史家钧. 济南黄河公路大桥主桥换索过程的索力监测. 同济大学学报, 1998, 26(4): 471—475
- 8 章立滨, 杨 军, 刘志海等. 单面索斜拉桥模型钢索载荷应变的光纤传感测量方法. 哈尔滨工程大学学报, 2000, 21(3):

PRECISE SOLUTION OF CABLE TENSILE FORCE IN CONSIDERATION OF CABLE STIFFNESS AND ITS BOUNDARY CONDITIONS

*Liu Wenfeng*¹ *Ying Huaiqiao*² *Liu Chuntu*¹

(1. Institute of Mechanics ,Chinese Academy of Sciences ,Beijing 100080 ;

2. China Orient Institute of Noise & Vibration ,Beijing 100085)

Abstract In most of methods for cable tension measurement and calculation the cable stiffness ' influence is usually not taken into consideration. It makes the results bigger than the true ones. In the paper the stiffness and boundary conditions of the cable are introduced in the cable tension analysis. The equations under two different conditions ,namely simply supported and clamped are established. The results of tests are compared and the errors between different conditions are deduced. The conclusion points out that in cable test ,especially in short cable test ,the influences of cable stiffness and boundary conditions should not be ignored.

Key words :dynamic measurement ,frequency method ,accurate cable tension

CALCULATION OF VIBRATION LEVEL DIFFERENCE OF VIBRATION ISOLATION MODULES IN A TOWED ARRAY SONAR

Jiang Guohe^{1,2} *Hong Youcai*³ *Wu Guangming*¹ *Shen Rongying*¹ *Gu Zhenfu*³

(1. State Key Lab. of Vibration ,Shock & Noise ,Shanghai Jiaotong Univ. ,Shanghai 200030 ;

2. East China Shipbuilding Institute ,Zhenjiang 212003 ;

3. Hangzhou Applied Acoustics Research Institute ,Hangzhou 311400)

Abstract The towed array sonar is used extensively in modern antisubmarine ,ocean geologic and resources surveying techniques. In order to reduce and isolate vibration from stern array wings and towed cables ,Vibration Isolation Modules (VIM) are incorporated both ahead and astern of acoustic modules. In the paper ,the vibration isolation capability of VIM in the water is calculated by finite element method. Calculations show that isolation capability of VIM is affected by the module length , damping ,tension and exciting force frequency. Among these parameters ,the length is the main factor. Vibration isolation capability is enhanced when the length of VIM becomes longer. In the condition of the same length ,damping and exciting force frequency ,the isolation effect will be better when the tension becomes smaller. When other conditions are the same ,the higher the exciting force frequency ,the better the isolation effect. With the same tension and exciting force ,the starting frequency of VIM ' s isolation effect will be lower with increasing of VIM ' s length.

Key words :towed underwater cable ,towed array sonar ,vibration isolation module ,vibration level difference ,finite element methods (FEM)

WAVELET SCALE-FREQUENCY REPRESENTATION OF SIGNAL AND ITS APPLICATIONS IN MECHANICAL FAULT DIAGNOSIS

*Kong Fanrang*¹ *Zhu Zhongkui*¹ *Yang Zhengmin*² *Zhao Jiwen*¹ *Li Xiaofeng*¹ *Wang Jianping*¹

(1. Dept. of Precise Machinery and Instrumentation ,University of Science and Technology of China ,Hefei 230026 ;

2. School of Mechanics and Automobile Engineering ,Hefei University of Technology ,Hefei 230069)

Abstract Based on the research on continuous wavelet transform ,a feature extracting method called wavelet scale-frequency representation is proposed. The applications to corrupted impulse signal and sine signal show that the method is quite effective in extracting the periodic components in corrupted signals. In practice ,this method has been applied in representing gear vibration signals ,The representation shows that the wear degree of the gear is clearly demonstrated.

Key words :gear ,continuous wavelet transform ,scale ,fault diagnosis