复合材料学报 第21卷 第4期 8月 2004年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 21 No. 4 August 2004

文章编号: 1000-3851 (2004) 04-0157-05

多环环间混杂复合材料飞轮离心应力分析

秦 勇[1], 夏源明[1,*], 毛天祥[2]

(1. 中国科学技术大学 力学与机械工程系,
中国科学技术大学 中国科学院 材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027;
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要: 采用平面应力假设, 给出了计算多环环间混杂复合材料飞轮的离心应力和初始极限转速的方法, 并采用二维轴对称的有限元分析验证了计算方法的合理性, 可作为初步设计多环环间混杂复合材料飞轮的依据。本文的算例分析还表明, 无论单一纤维或混杂的复合材料飞轮, 空心结构的初始极限转速和储能密度均高于相应的实心结构的结果; 且对于空心结构, 有利于通过选择合适的混杂方案, 实现一定意义上的"等强度"设计。

关键词: 复合材料飞轮; 环间混杂; 离心应力; 有限元

中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

ANALYSES OF THE CENTRIFUGAL STRESS OF MULTI-RING INTERMIXING COMPOSITE FLYWHEEL

QIN Yong[1], XIA Yuanming[1,*], MAO Tianxiang[2]

(1. Dept. of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, ASC, Hefei 230027, China;
2. Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing 100080, China)

Abstract: Based on the hypothesis of plane stress, a method is proposed for calculating the centrifugal stress and initial ultimate rotating speed of the multi-ring intermixing composite flywheel. 2D axisymmetric FEM is used to verify the effectiveness of this method. It can provide the reference for the elementary design of the multi-ring intermixing composite flywheel. The results also show that the initial ultimate rotating speed and energy-storage density of a hollow structural flywheel are both higher than of the solid structural flywheel of whether a single material or an intermixing material. As to hollow structures, it can realize an equal-strength design through the selection of a suitable material sequence.

Keywords: composite flywheel; intermixing; centrifugal stress; FEM

利用高速旋转的飞轮进行能量存储是一种新型无污染的绿色能源技术, 近十余年以来, 随着新型高强度纤维材料、电磁悬浮轴承和电力电子技术等一系列关键技术的突破, 复合材料飞轮储能系统的优越性逐渐显示出来, 与钢质飞轮相比, 它具有储能密度高、重量轻、寿命长等方面的优势。

纤维束缠绕的飞轮是各向异性的, 虽然环向具有很高的强度, 其总体强度还受径向强度的制约, 通常情况下其径向强度 (即单向复合材料的横向强度) 往往很低, 因此提高飞轮的径向强度成为飞轮设计制造中的关键问题之一[1]。利用多环套装[2~4]以及纤维束缠绕飞轮时施加张紧力[5,6]等方法可以有效地提高飞轮的径向强度。储能飞轮转子存在实心轴式结构和轮毂式结构, 而对于轮毂式结构, 可以简化为空心结构 (即金属芯轴外表面与飞轮内表面不接触); 计算表明, 采用空心结构也可以提高飞轮的径向强度[7]。另外, 鉴于飞轮在离心力作用下, 应力分布的非均匀性, 若采用不同纤维束缠绕形成多环环间混杂的复合材料飞轮 (即每一环由同一种纤维缠绕而成, 而不同环的缠绕纤维不同), 则有利于降低成本。

鉴于实际问题的三维性和复杂性, 本文作者试

收稿日期: 2003-06-16; **收修改稿日期**: 2003-07-21
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10172085)
通讯作者: 夏源明, 教授, 博士生导师, 主要从事冲击动力学、复合材料力学的研究 E-mail: ymxia@ustc.edu.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

图利用平面应力状态假设，给出计算多环环间混杂复合材料飞轮在离心力作用下应力（以下简称离心应力）和初始极限转速的方法，并给出了相关算例的分析讨论；最后利用三维有限元分析进行验证。

1　基本理论

1.1　多环飞轮在离心载荷作用下的应力分析

对于作高速匀速旋转的纤维束缠绕的复合材料飞轮，其轴向厚度一般不大，应力状态接近平面应力状态，因此本文中将其简化为平面应力状态轴对称旋转圆盘。其平衡方程[8]为

$$r^2\frac{d^2u}{dr^2}+r\frac{du}{dr}-\lambda^2u=-\frac{\rho\lambda\omega^2}{E_\theta}\left(1-\frac{\nu_\theta^2}{\lambda^2}\right)r^3 \quad (1)$$

其中：u 为径向位移；$\lambda=\sqrt{E_\theta/E_r}$；$\nu_\theta$ 为泊松系数。鉴于纤维束缠绕的复合材料飞轮的 λ 一般不等于 3，故本文中仅给出方程(1)的 $\lambda\neq3$ 的通解

$$u=C_1r^{\lambda}+C_2r^{-\lambda}-\frac{\rho\omega^2r^3}{E_\theta(9-\lambda^2)}(\lambda^2-\nu_\theta^2) \quad (2)$$

$$\sigma_\theta=C_1\frac{E_\theta}{\lambda-\nu_\theta}\lambda r^{\lambda-1}+C_2\frac{E_\theta}{\lambda+\nu_\theta}\lambda r^{-\lambda-1}-\frac{\lambda^2+3\nu_\theta}{9-\lambda^2}\rho\omega^2r^2 \quad (3a)$$

$$\sigma_r=C_1\frac{E_\theta}{\lambda-\nu_\theta}r^{\lambda-1}-C_2\frac{E_\theta}{\lambda+\nu_\theta}r^{-\lambda-1}-\frac{3+\nu_\theta}{9-\lambda^2}\rho\omega^2r^2 \quad (3b)$$

其中，C_1 和 C_2 均为未知量。

设由 N 个环组成的环间混杂复合材料飞轮，第 i 个环的内外径表面处的径向位移可以利用式（2）写成位移矢量的形式

$$u^{(i)}=G^{(i)}C^{(i)}+u_\omega^{(i)} \quad (4)$$

其中：$u^{(i)}=\begin{Bmatrix}u_{r_{i-1}}^{(i)}\\u_{r_i}^{(i)}\end{Bmatrix}$，$u_\omega^{(i)}=\dfrac{\rho^{(i)}\omega^2(\lambda^{(i)^2}-\nu_\theta^{(i)^2})}{E_\theta^{(i)}(9-\lambda^{(i)^2})}\begin{Bmatrix}r_{i-1}^3\\r_i^3\end{Bmatrix}$，

$G^{(i)}=\begin{bmatrix}r_{i-1}^{\lambda^{(i)}} & r_{i-1}^{-\lambda^{(i)}}\\ r_i^{\lambda^{(i)}} & r_i^{-\lambda^{(i)}}\end{bmatrix}$，$C^{(i)}=\begin{Bmatrix}C_1^{(i)}\\C_2^{(i)}\end{Bmatrix}$。

这里，r_{i-1} 表示第 i 环的内径，r_i 表示第 i 环的外径。第 i 个环内外径表面处的应力分量同样也可以写成力矢量的形式

$$f_\sigma^{(i)}=I^*G^{(i)}\Phi^{(i)}C^{(i)}+f_\omega^{(i)} \quad (5)$$

其中：$f_\sigma^{(i)}=\begin{Bmatrix}-r_{i-1}\sigma_{r_{i-1}}^{(i)}\\r_i\sigma_{r_i}^{(i)}\end{Bmatrix}$，$I^*=\begin{bmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

$$f_\omega^{(i)}=-\frac{3+\nu_\theta^{(i)}}{9-\lambda^{(i)^2}}\rho^{(i)}\omega^2\begin{Bmatrix}-r_{i-1}^3\\r_i^3\end{Bmatrix}$$

$$\Phi^{(i)}=\begin{bmatrix}\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}-\nu_\theta^{(i)}} & 0\\ 0 & -\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}+\nu_\theta^{(i)}}\end{bmatrix}$$

由式(4)可以得到 $C^{(i)}=G^{(i)-1}(u^{(i)}-u_\omega^{(i)})$，再代入式(5)消去系数向量 $C^{(i)}$ 即可得到

$$f_\sigma^{(i)}=I^*G^{(i)}\Phi^{(i)}G^{(i)-1}u^{(i)}-I^*G^{(i)}\Phi^{(i)}G^{(i)-1}u_\omega^{(i)}+f_\omega^{(i)} \quad (6)$$

令 $K^{(i)}=I^*G^{(i)}\Phi^{(i)}G^{(i)-1}$，则可以得到第 i 个环的刚度方程

$$K^{(i)}u^{(i)}=f^{(i)} \quad (7)$$

其中，$f^{(i)}=f_\sigma^{(i)}+K^{(i)}u_\omega^{(i)}-f_\omega^{(i)}$ (8)

$$K^{(i)}=\begin{bmatrix}k_{11}^{(i)} & k_{12}^{(i)}\\k_{21}^{(i)} & k_{22}^{(i)}\end{bmatrix}=\frac{1}{\xi^{\lambda^{(i)}}-\xi^{-\lambda^{(i)}}}\cdot\begin{bmatrix}-\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}-\nu_\theta^{(i)}}\xi^{\lambda^{(i)}}-\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}+\nu_\theta^{(i)}}\xi^{-\lambda^{(i)}} & \dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}+\nu_\theta^{(i)}}+\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}-\nu_\theta^{(i)}}\\ \dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}+\nu_\theta^{(i)}}+\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}-\nu_\theta^{(i)}} & -\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}-\nu_\theta^{(i)}}\xi^{-\lambda^{(i)}}-\dfrac{E_\theta^{(i)}}{\lambda^{(i)}+\nu_\theta^{(i)}}\xi^{\lambda^{(i)}}\end{bmatrix} \quad (9)$$

这里，$\xi=r_{i-1}/r_i$。

在最外环的外边，即 $r=r_N$ 处，有边界条件 $\sigma_{r_N}^{(N)}=0$。在第 k 和 $k+1$ 环的界面处，有径向应力和径向位移的连续条件，即

$$\sigma_{r_k}^{(k)}=\sigma_{r_k}^{(k+1)},\ u_{r_k}^{(k)}=u_{r_k}^{(k+1)}\ (k=1,2,\cdots,N-1) \quad (10)$$

若飞轮是空心结构的，则有内边界条件 $\sigma_{r_0}^{(1)}=0$，由方程（7）～方程（10），则得到空心飞轮的总体刚度方程

$$\begin{bmatrix}k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)}+k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(1)}+k_{11}^{(2)} & \ddots & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \ddots & k_{22}^{(N-2)}+k_{11}^{(N-1)} & k_{12}^{(N-1)} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^{(N-1)} & k_{22}^{(N-1)}+k_{11}^{(N)} & k_{12}^{(N)}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^{(N)} & k_{22}^{(N)}\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}u_{r_0}^{(1)}\\u_{r_1}^{(1)}\\u_{r_2}^{(2)}\\\cdots\\u_{r_{N-1}}^{(N-1)}\\u_{r_N}^{(N)}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}f_1^{(1)}\\f_2^{(1)}+f_1^{(2)}\\f_2^{(2)}+f_1^{(3)}\\\cdots\\f_2^{(N-1)}+f_1^{(N)}\\f_2^{(N)}\end{Bmatrix} \quad (11)$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)}+a & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)}+k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(1)}+k_{11}^{(2)} & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & k_{22}^{(N-2)}+k_{11}^{(N-1)} & k_{12}^{(N-1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^{(N-1)} & k_{22}^{(N-1)}+k_{11}^{(N)} & k_{12}^{(N)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{21}^{(N)} & k_{22}^{(N)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{r_0}^{(1)} \\ u_{r_1}^{(1)} \\ u_{r_2}^{(2)} \\ \cdots \\ u_{r_{N-1}}^{(N-1)} \\ u_{r_N}^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{(1)}+b \\ f_2^{(1)}+f_1^{(2)} \\ f_2^{(2)}+f_1^{(3)} \\ \cdots \\ f_2^{(N-1)}+f_1^{(N)} \\ f_2^{(N)} \end{Bmatrix} \tag{13}$$

若飞轮是实心结构的, 且飞轮内表面与金属芯轴连接, 则将芯轴理解为第 0 环, 且令式(2)、式(3)中的 $\lambda=1$, 并根据 $\lim\limits_{r\to 0}\sigma_r$ 为一有限数值, 即可得到 $C_2^{(0)}=0$, 然后再由第 0 环的方程(2)、方程(3b)消去未知参数 $C_1^{(0)}$, 从而得到

$$\frac{E_m}{1-\nu}u_{r_0}^{(1)} = r_0\sigma_{r_0}^{(1)} + \frac{\rho\omega^2 r_0^3}{4} \tag{12}$$

其中, E_m 为金属材料的弹性模量, ν 为金属材料的泊松系数。令 $a=E_m/(1-\nu)$, $b=\rho\omega^2 r_0^3/4$。再将式(12)代入式(11), 即可得到实心飞轮的总体刚度方程(见上式(13))

求解刚度方程(12)或方程(14), 即可得到各界面处的径向位移向量, 代入式(4)中即可得到系数向量

$$C^{(i)} = G^{(i)^{-1}}(u^{(i)} - u_\omega^{(i)}) \tag{14}$$

代入式(2)、式(3)即可得到 N 个环组成的环间混杂复合材料飞轮在离心载荷作用下的应力场以及径向位移场。

1.2　初始极限转速的计算方法

复合材料飞轮在高速旋转时, 总体强度受径向强度控制, 故可依据径向强度获得初始极限转速, 本文中给出了基于 1.1 的应力分析方法计算初始极限转速的一个叠代算法。首先设定初始转速, 然后计算应力分布, 接下来计算每一个环内的最大径向应力与径向强度的比值, 称为环内径向强度比

$$R^{(i)}(i) = \frac{\max(\sigma_r^{(i)})}{[\sigma_r]_i} \quad i\in(1,N) \tag{15}$$

并取 $R^j = \max[R^{(j)}(i)]$, 再用 $\sqrt{R^{(j)}}$ 作为因子来调整转速 ω, 即令 $\omega^{(j+1)} = \omega^{(j)}/\sqrt{R^{(j)}}$; 同时通过 $|R^{(j)}-1|<\epsilon$ 控制流程, 最终求得初始极限转速(叠代流程如图 1 所示)。

2　算例与分析

利用文 1.1 中的计算方法, 本文作者针对不同结构(空心和实心)的内半径为 30 mm、外半径为 120 mm、轴向厚度为 100 mm、环向厚度为 30 mm 的 3 个环组成的 6 种环间混杂(包括非混杂)复合材料飞轮(表 2), 计算了转速为 60 kr/min 时的应力场(见图 2 和图 3)。本文中还计算了这 6 种环间混杂复合材料飞轮的初始极限转速、质量和储能密度等(见表 2), 材料参数列在表 1 中。

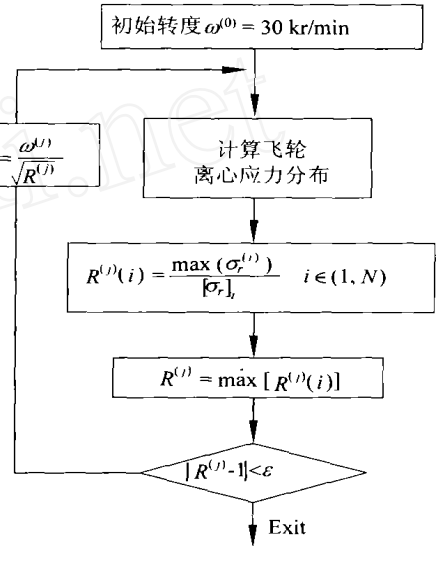

图 1　初始极限转速计算流程

Fig. 1　Algorithm of initial ultimate rotating speed

表 1　复合材料飞轮转子的材料参数[9]

Table 1　Material property of composite flywheel rotor[9]

材料参数	M	A	B	C
纵向杨氏模量 E_θ/MPa	202	38.6	130	155
横向杨氏模量 E_r/MPa	202	8.27	9	9
纵向拉伸强度 X/MPa	700	1026	1800	2900
纵向压缩强度 X'/MPa	700	610	1400	1600
横向拉伸强度 Y/MPa	700	31	80	70
纵向压缩强度 Y'/MPa	700	118	168	168
泊松比, $\nu_{\theta r}/\nu_{\theta z}/\nu_{rz}$	0.28	0.26/0.25/0.25	0.3/0.25/0.25	0.3/0.25/0.25
剪切强度 ($G_{\theta r}/G_{\theta z}/G_{rz}$)/GPa	-	2/2/5	2/2/5	2/2/5
密度 ρ/(kg·m^{-3})	7800	1800	1600	1600

注: M——Mandrel (metal), A——glass/epoxy, B——T300/2500, C——T800H/2500

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2　不同环间混杂复合材料飞轮的分析结果

Table 2　Results of different flywheels by material sequences

	Material sequences	Ultimate rotating speed / (kr · min^{-1})	Mass /kg	Energy density / (J · kg^{-1})
(1) Hollow structure				
Case1-0	C+ C+ C	65.1536	6.78	1.78E5
Case1-1	A + B+ C	61.3578	6.95	1.55E5
(2) Solid structure				
Case2-0	M + C+ C+ C	65.07	8.99	1.36E5
Case2-1	M + A + B+ C	36.3929	9.16	4.22E4
Case2-2	M + B+ A + C	25.8868	9.38	2.24E4
Case2-3	M + B+ C+ A	31.3507	9.27	3.17E4

注: 混杂方案中的M、A、B、C 对应表 1 的 4 种材料, 依序从左至右表示从内径到外径。

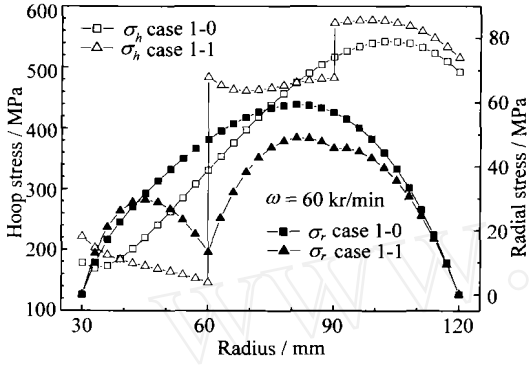

图 2　空心飞轮的离心应力曲线

Fig. 2　Centrifugal stress of hollow flywheels

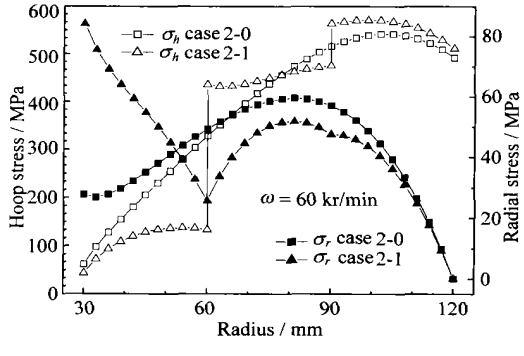

图 3　实心飞轮的离心应力曲线

Fig. 2　Centrifugal stress of solid flywheels

从图 2、图 3 可以看出:

(1) 单一纤维复合材料飞轮的环向和径向应力沿径向均连续光滑分布(无论空心或实心); 而混杂飞轮的环向应力沿径向分段连续分布, 径向应力沿径向连续分布, 但不光滑(无论空心或实心)。

(2) 无论单一纤维或混杂的复合材料飞轮, 也无论空心或实心结构, 在转速为 60 kr/min 时, 局部区域的径向应力已接近或超过复合材料的横向拉伸强度; 但环向应力远未达到复合材料的纵向拉伸强度。这说明, 飞轮的径向强度低是限制其转速进一步提高的主导因素, 这和文献[1]的结论是吻合的; 因此有必要结合多环套装[4]和张紧力缠绕[5,6]等工艺方法来提高飞轮的径向强度。

(3) 无论单一纤维或混杂的复合材料飞轮, 空心结构飞轮的径向应力均不同程度地小于相应的实心结构飞轮的径向应力, 这是因为空心结构飞轮释放掉了金属芯轴对飞轮内环的约束, 这与金属空心飞轮具有同样的结果, 详见文献[7]; 说明选用空心结构有利于提高复合材料飞轮的径向强度。

(4) 无论空心或实心结构, 单一纤维复合材料飞轮的径向应力沿径向非线性分布, 且在径向中部附件的径向应力最大。这是采用混杂的复合材料飞轮、实现一定意义上"等强度"设计的依据; 但对于实心混杂飞轮, 若内层采用低模量的纤维, 反而导致径向应力增大。

从表 2 可以看出:

(1) 无论单一纤维或混杂的复合材料飞轮, 空心结构的初始极限转速均高于相应的实心结构的初始极限转速, 储能密度亦如此。这与前述看法(3)是一致的。

(2) 对于实心的混杂复合材料飞轮, 采用低模量的纤维混杂后, 均导致初始极限转速有明显的不同程度的降低。这是由于低模量的纤维而引起的, 因此不宜采用低模量的纤维来制造实心的混杂复合材料飞轮。

3　三维数值分析

为了验证前述平面应力简化求解的有效性, 即分析平面应力简化可能带来的误差, 本文中对表 2 中 Case1-1 的空心结构复合材料飞轮在转速为 60 kr/min时的应力状态进行了三维有限元分析。由于结构的轴对称和上下对称性, 故仅取轴向的 1/2 来建立轴对称的有限元模型; 图 4 即为Case1-1 的有限元模型网格, 由 1125 个 8 节点轴对称单元和 3516 个节点组成; 边界条件为: r= 30 mm 处, σ_r= 0; r= 120 mm 处, σ_r= 0; z = 50 mm 处, σ_z= 0, τ_{rz}= 0。对整体模型施加绕 z 轴旋转的离心载荷, 模型材料参数见表 1。本文中采用ABAQUS 程序进行了计算, 计算结果如图 5 所示, 图 5 中还给出了平面应力解析方法的结果。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

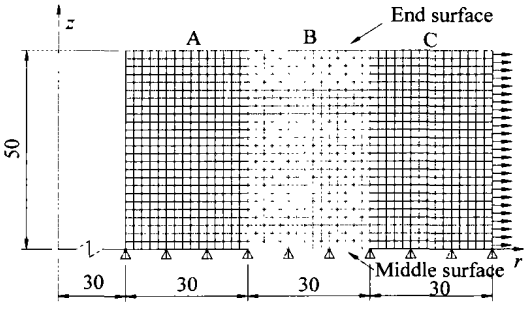

图 4　空心结构的飞轮有限元模型

Fig. 4　FEM model of hollow structure flywheel

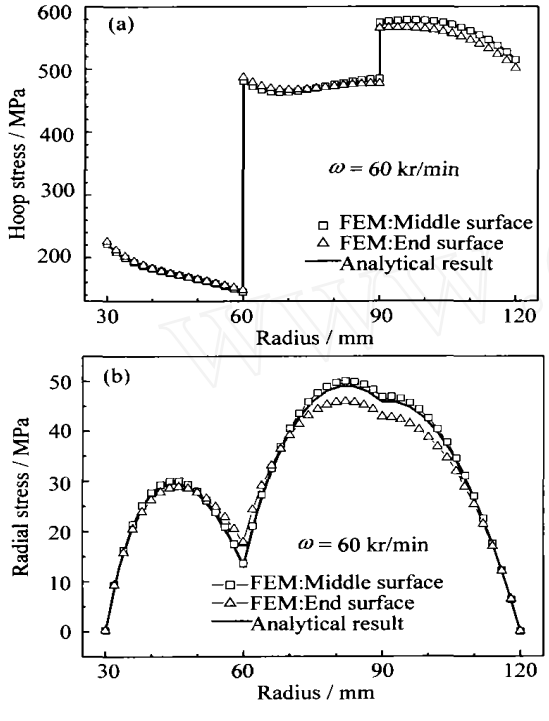

图 5　离心应力分布曲线 (Case1-1)

Fig. 5　Curves of centrifugal stress of Case1-1

从图 5 可以看出, 有限元模型中面的环向和径向应力分布与解析结果十分接近, 而端部的应力分布与解析结果则有一定的差别。这说明, 前述的平面应力假设下的解析计算方法是合理有效的。

4　结　论

(1) 本文作者提出了在平面应力简化假设下计算多环环间混杂复合材料飞轮离心应力和初始极限转速的方法, 三维有限元分析验证了这一方法是有效的, 可作为初步设计多环环间混杂复合材料飞轮的依据。

(2) 无论单一纤维或混杂的复合材料飞轮, 空心结构的初始极限转速和储能密度均高于相应的实心结构的结果; 且对于空心结构, 有利于通过选择合适的混杂方案, 实现一定意义上的“等强度”设计。

(3) 对于实心结构的混杂复合材料飞轮, 不宜采用低模量的纤维复合材料。

参考文献:

[1] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113- 116.

[2] Lee S Y, Springer G S. Filament winding cylinders (I): Process model [J]. *Journal of Composite Materials*, 1990, 24(12): 1270- 1298.

[3] Cai Z, Gutowski T. Winding and consolidation analysis for cylindrical composite structures [J]. *Journal of Composite Materials*, 1992, 26(9): 1374- 1399.

[4] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(5): 95- 99.

[5] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮的预应力简化分析 [J]. 复合材料学报, 2003, 20(6): 87- 91.

[6] 秦　勇, 夏源明, 毛天祥. 计及复合材料飞轮内孔卸载影响的多厚环套装的简化分析[J]. 复合材料学报, 2004, 21(2): 117- 122.

[7] Genta G. Kinetic Energy Storage: Theory and Practice of Advanced Flywheel Systems [M]. Woburn: Butterworth & Co. Ltd., 1985. 101- 118.

[8] Tutuncu N. Effect of anisotropy on stresses in rotating discs [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 1995, 37(8): 873- 881.

[9] Sung K H, Kim D J, Sung T H. Optimum design of multi-ring composite flywheel rotor using a modified generalized plane strain assumption [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 2001, 43(4): 993- 1007.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net