

# 黄河下游花园口 - 夹河滩河段二维洪水模拟

万洪涛<sup>1</sup>, 周成虎<sup>1</sup>, 吴应湘<sup>2</sup>, 万 庆<sup>1</sup>

- (1. 中国科学院地理科学与资源研究所资源与环境信息系统国家重点实验室, 北京 100101;  
2. 中国科学院力学研究所应用流体力学研究室, 北京 100080)

**摘要:** 黄河下游花园口至夹河滩河段系典型的游荡型河段。在该河段, 黄河大堤内范围宽广, 一般洪水频率年份, 水流主要限制在主槽内, 因此大堤内分布有不少居民点以及纵横交错的保护居民点的生产堤和不少高于地面的灌溉渠堤和公路, 使洪水行洪范围受到了很大的限制。当洪峰流量很大时, 洪水将造成生产堤溃决, 极大地危害滩区居民的生活。因此, 设计模拟模型计算网格时需要考虑大堤、生产堤、明显高于地面的道路等阻水建筑物的影响, 使这些堤及公路成为计算格网的边。不规则四边形网格能够很好地拟合黄河这种复杂的计算域。数值模拟时采用有限体积法, 为确保通量的单向性, 文中使用 Osher 格式计算通量。通过对 1982 年洪水的模拟, 模拟结果表明了模型的合理性。

**关键词:** 二维洪水数值模拟; 黄河下游; 不规则网格; 有限体积法; Osher 格式

**中图分类号:** TV 122.2      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-6791(2002)02-0215-08

黄河流域是典型的季风气候区, 降水季节性强, 每年约 60%~80% 的降水集中在 7~10 月, 而且多以暴雨形式出现。下游地区的洪水是由短历时、高强度的暴雨造成。黄河的大洪水时具有峰高量小的特点, 一次洪水历时 10~12 d, 主要集中在 5 d 以内<sup>[1]</sup>。黄河下游花园口至夹河滩系典型的游荡型河段, 以强烈的堆积性“地上悬河”著称于世。这段河道长 100.3 km, 河道纵比降 20.3‰, 两岸堤距 5~20 km, 槽宽 3.2~4.5 km。一般滩槽高差 1~2 m, 有的小于 1 m。堤防临背悬差一般 3~5 m, 最大达 10 m。河流曲折系数约 1.15, 比降 17.2‰~26.5‰。该河段特性为河身宽浅, 水流湍急, 汊流交织, 沙洲众多, 主流摆动不定, 河床由粉和细沙组成, 变形迅速。具有高、中、低三级滩地, 由于大量漫流淤积, 使槽、滩经常易位, 主流摆动频繁, 险情丛生<sup>[2,3]</sup>。

由于黄河经常发生大洪水, 引起河道决口, 历史上黄河经常发生河堤被冲溃, 甚至引起河流改道。据统计, 黄河下游堤防在 1949 年以前 2 000 多年的时间里, 决口达 1 500 多次<sup>[4]</sup>; 由于黄河下游具有以上特点, 有必要在河道内对洪水及行洪过程进行数值模拟, 以获取洪水期间河道内的水文特性, 了解洪水在河道内各处的水深以及洪水演进规律。在河道洪水模拟实际应

收稿日期: 2000-05-25; 修订日期: 2000-10-13

基金项目: 中国科学院知识创新工程领域前沿项目 (XIG-DOO-5); “九五”国家重中之重攻关项目 (95-B02-02-02) 资助

作者简介: 万洪涛 (1969-), 男, 江西吉安人, 博士。主要从事地理信息系统、水文模型的集成以及遥感在流域管理中的应用等研究。

用方面, Hansen (1957) 将有限差方法用于二维潮流和明渠非恒定流计算; Balloffet (1969)、Strelkoff (1970)、Wylie (1970)、Amein 和 Fang (1970)、Fenema 和 Chaudry (1980) 等用有限差分法进行了明渠非恒定流计算。张二骏 (1981) 用有限元方法进行过长江下游流场计算; 谭维炎 (1991, 1994)、程晓陶 (1997) 等用有限体积法进行过潮流、溃坝洪水演进和河道洪水演进计算。对于实际情况复杂的黄河河道, 本文采用有限体积法, 对其 1982 年 8 月的一场大洪水进行模拟并分析, 以期对黄河下游游荡性河道的水文水力特性有所认识。

## 1 控制方程

根据黄河花园口至夹河滩河段河道宽浅, 水流湍急的特性, 本文采用守恒形式的垂向平均二维浅水 N-S 方程组来进行模拟。该方程组由质量和动量守恒方程组成<sup>[5-7]</sup>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(huu)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} + \frac{\partial(gh^2/2)}{\partial x} = gh(S_{0x} + S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial(hvv)}{\partial y} + \frac{\partial(gh^2/2)}{\partial y} = gh(S_{0y} + S_{fy}) \quad (3)$$

式中  $h$  为水深 (m);  $u$ 、 $v$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的流速 (m/s);  $g$  为重力加速度;  $S_{0x}$ 、 $S_{fx}$  为  $x$  方向的底坡及能坡;  $S_{0y}$ 、 $S_{fy}$  为  $y$  方向的底坡及能坡。

为便于用有限体积法求解上述方程, 实现对洪水的数值模拟, 以上质量和动量守恒方程可统一表达为<sup>[5,8-10]</sup>:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f(q)}{\partial x} + \frac{\partial g(q)}{\partial y} = b(q)$$

其中  $q = (h, hu, hv)^T$ ;  $f(q) = (hu, hu^2 + gh^2/2, huv)^T$ ;  $g(q) = (hv, huv, hv^2 + gh^2/2)^T$ ;  $b(q) = [0, gh(S_{0x} - S_{fx}), gh(S_{0y} - S_{fy})]^T$ 。

## 2 计算方法和计算网格

### 2.1 计算网格

用有限体积法求解守恒型积分形式的流体动力学方程时, 可以采用各种网格来离散计算域, 如规则(矩形)网格或不规则网格, 结构网格或无结构网格<sup>[9,11,12]</sup>。对边界形状较复杂的求解域, 常用任意三角形或四边形构成不规则网格, 目前多倾向于采用凸四边形网格。无结构网格的优点是: 与边界及水下地形拟合较好, 利于边界条件的实现; 便于控制网格密度, 易作修改和适应性调整; 且建网比曲线网格容易, 大型三角网可用程序自动生成。

本文中所用的计算网格为不规则四边形网格<sup>[13]</sup>(图 1), 辅以少数五边形和三角形网格。建立该网格时考虑了河道内的水利工程分布状况(图 2), 使计算网格各边尽量分布在水工建筑物上, 从而对流场进行更好的模拟。

### 2.2 有限体积法基本原理

在任意计算单元上对方程(4)进行积分, 可得到有限体积法的基本公式:

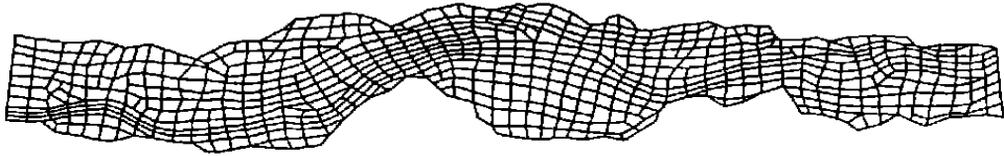


图 1 洪水模拟计算网格<sup>[13]</sup>

Fig. 1 Computational mesh

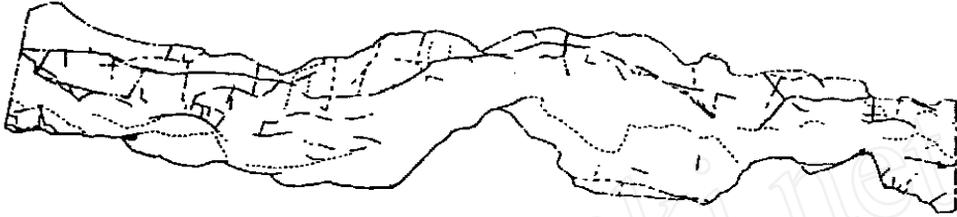


图 2 模拟河段内阻水建筑物分布

Fig. 2 Map of flood controlling structure

$$\iint q_i d = - \oint F(q) \cdot ndL = \iint b(q) d \tag{5}$$

式中  $n$  为单元边界外法向量； $d$  和  $dL$  为面积分和线积分的微元； $F(q) \cdot n$  为  $n$  方向的通量，且  $F(q) = [f(q), g(q)]^T$ 。各单元中，假定矢量  $q$  为常量，可得到式(5)离散形式的方程为

$$A \frac{dq}{dt} = - \sum_{j=1}^m F_n^j(q) L^j + Ab(q) \tag{6}$$

式中  $A$  为单元面积； $m$  为单元边数； $j$  为边的编号； $L^j$  为第  $j$  边的长度； $b(q)$  为方程的源项。 $F_n(q)$  为  $F(q)$  在  $n$  方向的通量，表示为

$$F_n(q) = \cos \theta f(q) + \sin \theta g(q) \tag{7}$$

式中  $\theta$  为法向和  $x$  轴的夹角。为计算方便，Spekreijse(1988)<sup>[14]</sup>引入变换  $T(\theta) F_n(q)$ 。 $T(\theta)$  为坐标轴旋转角度  $\theta$  的变换矩阵：

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \tag{8}$$

显然， $T(\theta)$  是  $H$  矩阵，满足  $T(\theta)^{-1} = T(\theta)^T$ ，而

$$T(\theta) F_n(q) = f[T(\theta) q] = f(\bar{q}) \tag{9}$$

在此变换下，守恒物理量向量  $q$  成为沿单元边界外法向的向量  $\bar{q}$ 。

可见， $f(q)$  具有旋转不变性：

$$F_n(q) = T(\theta)^{-1} f(\bar{q}) \tag{10}$$

将式(10)代入式(6)得：

$$A \frac{dq}{dt} = - \sum_{j=1}^m T(\theta)^{-1} f(q) L^j + Ab(q) \tag{11}$$

这就是最终用有限体积法计算流场的表达式，式中  $\bar{q}$  可由单宽流量  $q$  的切向和法向流速转置而得，使得式(11)的计算量小于式(6)。

### 2.3 法向量计算

用式(11)求解流场时,必须给出单元各边外法向的流量  $q$ 。根据前述离散化模型,得到  $q$  需沿单元各边法向求解一维黎曼问题。其控制方程为

$$\bar{q}_t + [f(\bar{q})]_{\bar{x}} = 0 \quad (12)$$

$\bar{x}$  轴的原点位于该边上并沿外法向。初始条件是给定  $t=0$  时,该边内外侧的  $\bar{q}$ ,  $\bar{q}_L$ ,  $\bar{q}_R$ , 即  $\bar{x} < 0$  时  $\bar{q} = \bar{q}_L$ ,  $\bar{x} > 0$  时  $\bar{q} = \bar{q}_R$ 。求解这个黎曼问题,可得到  $t=0^+$  时坐标原点处沿边界外法向的流量在  $\bar{x} \sim \bar{y}$  坐标系内的表达式  $F_{LR}(\bar{q}_L, \bar{q}_R)$ 。根据(11)式,  $F_{LR}$  还要通过逆旋转变换才能给出该流量在  $x \sim y$  坐标系的表达式  $F_n(q)$ 。

本文采用 Osher 格式来估算  $F_{LR}$ <sup>[5,9]</sup>。为使符号简化,省略(12)式中的“-”号。首先讨论方程(12)的特征性质。 $f$  的雅可比阵为

$$A = \frac{df}{dq} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中  $c = \sqrt{gh}$ 。求解矩阵  $A$  的特征值方程和特征向量方程  $|A - \lambda I| = 0$ ,  $A \cdot r_k = \lambda_k \cdot r_k$  得特征值和特征向量为

$$\lambda_1 = u - c \quad \lambda_2 = u \quad \lambda_3 = u + c \quad (14)$$

$$r_1 = (1, u - c, v)^T \quad r_2 = (0, 0, 1)^T \quad r_3 = (1, u + c, v)^T \quad (15)$$

由浅水波理论,沿特征线  $dx/dt = \lambda_k$ , 应保持黎曼不变量  $J_k(q)$  关系:

$$\begin{aligned} 1: \quad J_1^{(1)} &= u + 2c = \text{const}, & J_1^{(2)} &= v = \text{const} \\ 2: \quad J_2^{(1)} &= u = \text{const}, & J_2^{(2)} &= h = \text{const} \\ 3: \quad J_3^{(1)} &= u - 2c = \text{const} & J_3^{(2)} &= v = \text{const} \end{aligned} \quad (16)$$

求解上述黎曼问题时,可根据不变量的性质建立方程组:

$$\begin{aligned} u_L + 2c_L &= u_A + 2c_A, & v_L &= v_A \\ u_A &= u_B, & h_A &= h_B \\ u_R + 2c_R &= u_B + 2c_B, & v_R &= v_B \end{aligned} \quad (17)$$

由此解出:

$$\begin{aligned} u_A &= u_B = (J_L + J_R)/2 \\ h_A &= h_B = (J_L - J_R)^2 / (16g) \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $J_L = u_L + 2c_L$ ,  $J_R = u_R - 2c_R$

为确定  $f(q)$ , 仿照 FVS 格式将  $f$  根据其特征值的符号分裂成

$$f(q) = f^+(q_L) + f^-(q_R) \quad (19)$$

其中  $f^{\pm}(q)$  的雅可比阵  $A^{\pm}(q)$  分别对应于  $A$  的正、负特征值。因  $f^{\pm}(q)$  可看作沿正负特征方向传播的流量,故黎曼问题的近似解可取为

$$\begin{aligned} F_{LR}(q_L, q_R) &= f^+(q_L) + f^-(q_R) \\ &= f(q_L) + \int_{q_L}^{q_R^-} A^-(q) dq = f(q_R) - \int_{q_L}^{q_R^-} A^+(q) dq \end{aligned} \quad (20)$$

根据 符号的不同, 该积分的取值可分为下列四种情况:

$$F_{LR}(q_L, q_R) = \begin{cases} f(q_1) & (\text{若 } 0) \\ f(q_2) & (\text{若 } 0) \\ f(q_2) - f(q_3) + f(q_1) & ((q_1) > 0, (q_2) < 0) \\ f(q_3) & ((q_1) < 0, (q_2) > 0) \end{cases} \quad (21)$$

$q_3$  为 改变符号的点处的  $q$  值。得到网格单元各边上的  $F_{LR}(q_L, q_R)$  后, 代入式(11), 即可解得该网格下计算时刻的  $q$  值。

### 3 初始条件和边界条件

#### 3.1 初始条件

计算前须给每个计算单元赋初始状态, 包括  $x$ ,  $y$  向初始流速, 水面高程或水深等。在模型开始计算时,  $x$ ,  $y$  向初始流速为 0, 水深假定为 0.5 m, 水面高程为水深和地面高程之和。然后省略微分控制方程中的对流项, 以初始时刻的入流为未来 24 h 的入流进行恒定流计算, 算得的流速、水面高程和水深作为模型计算的初始流速, 水面高程或水深。

#### 3.2 边界条件

在二维洪水模拟模型中, 一般有三种类型的边界条件: 固壁边界条件、开边界条件和内部边界条件。这些边界条件均赋予单元界面上。

(1) 固壁边界条件 固壁边界常为计算域的边界。在这种边界上, 质量通量为 0, 这种边界应处理好边界上的压力项(因固壁边界法向流速为零, 故对流项为零), 它等于边界格子形心处的压力项和法向对流项之和<sup>[9]</sup>(形心处法向流速一般不为零, 尤其当陆边界切向与形心处流速方向不一致时不应忽略), 即第二分量为  $hu|u| + gh^2/2$ 。 $h$  为边界处的水深,  $u$  为边界处的法向流速。

(2) 开边界条件 在河道或蓄洪区中, 只有上下游断面为此种边界, 上游边界为入流边界, 给予已知流量过程线, 下游为出流边界, 给予水位过程线或水位流量关系。

(3) 内部边界条件 在模型计算域中, 存有不少阻水建筑物, 如: 子堤、引水渠堤、道路等, 在这种计算边界上, 不用 Osher 格式, 而是用如下方法估算通量<sup>[9,15]</sup>: 质量通量计算。内部边界处的质量通量计算一般采用水利建筑物过水经验公式。一般的水工建筑物为: 闸、堰、桥孔、管道、堤等。边界为堰, 则采用堰流经验公式; 为桥, 则用孔流经验公式。为堤, 但水位低于堤顶时, 作为固壁边界处理; 如水位高于堤顶时, 则采用堰流经验公式计算流量; 动量通量计算。内部边界处的动量通量, 可用下式计算:

$$f(\bar{q}) = \left[ q_m, q_m u_n + \frac{gh^2}{2}, q_m v_t \right]^T \quad (22)$$

式中  $h$  为水深,  $u_n$  和  $v_t$  分别为边界法向和切向方向的流速; 其中  $u_n = u \cos \alpha + v \sin \alpha$ ;  $v_t = v \cos \alpha - u \sin \alpha$ ,  $u$  和  $v$  分别为  $x$  和  $y$  方向的流速。

### 4 模拟结果及分析

1982 年 8 月上旬黄河下游发生的大洪水是三门峡水库建成后发生的最大一场洪水，花园口洪峰流量达到  $15\,300\text{ m}^3/\text{s}$ ，代表了黄河下游大流量、小含沙的典型情况。建立黄河下游花园口~夹河滩河段洪水行洪为数值模拟模型时用到了如下资料：(1) 黄河河道内 1: 50 000 地形图；(2) 黄河河道内 1: 50 000 土地利用图；(3) 黄河河道内 1: 50 000 工程设施分布图；(4) 黄河河道内水文站点图；(5) 黄河下游花园口和夹河滩测站的水文资料等。

黄河大堤内范围宽广，枯季时，河道内水流很小，一般洪水年份，洪峰流量并不大。因此，大堤内分布有不少居民点，为保护这些居民点及方便农业生产，大堤范围内生产堤纵横交错，并有不少高于地面的灌溉渠堤和公路存在，这些渠、堤和路网，大大地限制了洪水的行洪范围，但当洪峰量很大时，则洪水将造成生产堤溃决，极大地危害了滩区居民的生活。设计模拟模型计算网格时需要考虑大堤、生产堤、明显高于地面的道路等阻水建筑物的影响，使这些堤及公路为所建立计算格网的边<sup>[13]</sup>。在建立黄河下游花园口 - 夹河滩河段洪水模拟模型时，所用的网格考虑了黄河河道内的工程分布与设置。根据黄河河道内的土地利用分布图(图 3)及等高线和高程点等基础数据内插得到各个计算网格的糙率系数和平均底高程。

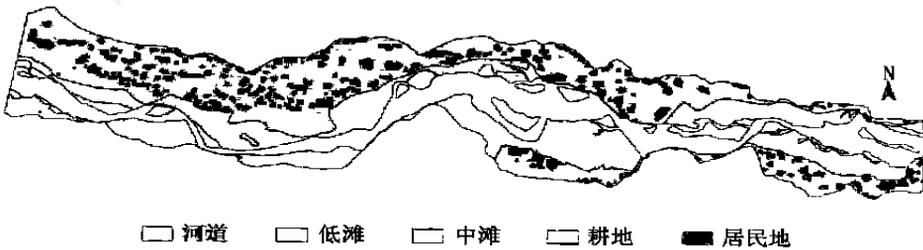


图 3 花园口-夹河滩段土地利用类型

Fig. 3 Landuse of Yellow river reach from Huayuankou to Jiahetan

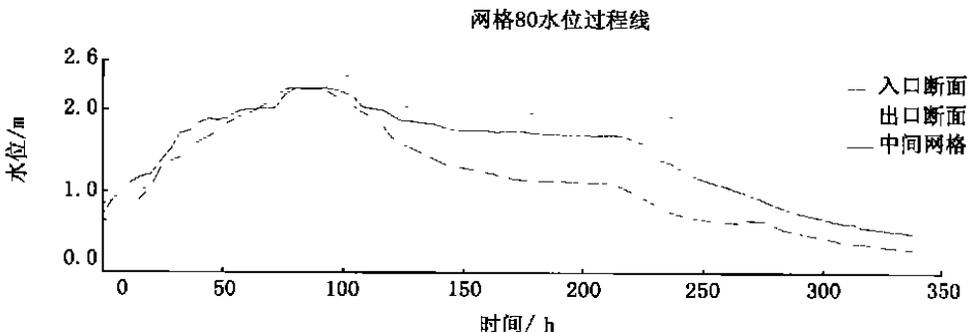


图 4 模拟得到的洪水水位过程线

Fig. 4 Estimated stage hydrograph of the flood event

洪水模拟时段从 1982 年 7 月 30 日开始至 8 月 10 日结束，计算步长  $t$  取 30 s。图 4 为模拟得到的洪水水位过程线，图中点线为河道入口(花园口)处的水位过程线，虚线为出口(夹河滩)处的水位过程线，实线表示的是任取的中间网格(网格 80)水位过程线。从图中可知，计算得

到的中间网格水位过程线与计算域出入口处的实测水位过程线具有相似的发展趋势，且中间网格计算值与出、入口处的实测值相差不大；入口、网格 80 及出口处洪峰依次出现，洪峰出现时刻也很合理，80 号网格洪峰出现时刻早于夹河滩测站，晚于入口处花园口测站。图 5 为洪峰时刻花园口 - 夹河滩河段水流流场。

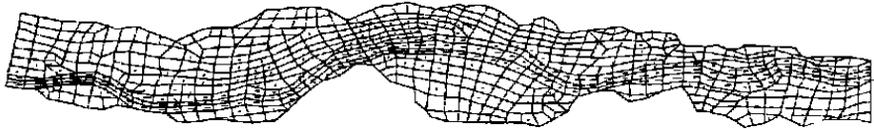


图 5 洪峰时刻花园口 - 夹河滩河段水流流场

Fig. 5 Estimated velocity field of the flood peak

## 5 结 论

研究表明，采用守恒形式的垂向平均二维浅水 N-S 方程建立的洪水模型能较好地模拟黄河洪水。模拟时采用的无结构不规则网格和有限体积计算方法，对求解几何形状复杂的黄河下游河道比较有效。在求解网格单元界面处通量采用 Osher 格式，该格式具有物理基础且符合解的特征构造，有守恒性、逆风性、单调保持性，对间断的高分辨率等优良特性，对连续流和间断流都能保证数值解收敛于物理解，且求解过程简单明了，计算量小。

所建立的黄河下游花园口 - 夹河滩河段的二维洪水模拟模型，模拟的 1982 年 8 月洪水与实测值相差不大，流场合理。合理的模拟结果，对今后洪水预报、洪水时灾民撤退具有指导意义，能为洪灾评估提供淹没区的淹没水深、淹没历时、流速场等基础信息，而这些信息用其他技术手段（如遥感等）是不可能获取的。

本文在模拟黄河的水文和水力特性时，只模拟了含沙量小的洪水，因此没有将泥沙因素考虑在内，这对世界上含沙量最大的河流——黄河是个很大的缺陷，在今后的进一步模拟研究时应考虑泥沙的因素，以模拟高含沙量的大洪水。

致谢：在实现本文所论述的有限体积法时，得到了南京水文水资源研究所谭维炎教授、施勇老师，中国水利水电科学院水力学研究所程晓陶研究员、中国科学院力学研究所彭世翎副研究员的帮助和指导，在此表示衷心的感谢。

### 参考文献：

- [1] 吴致尧. 黄河下游的防洪问题及对策[J]. 人民黄河, 1987, (6): 3 - 7.
- [2] 宾光楣. 黄河下游游荡性河道治理浅见[J]. 人民黄河, 1987, (2): 32 - 36.
- [3] 山东黄河河务局. 河道整治对黄河下游河道冲淤变化的影响[J]. 人民黄河, 1991, (5): 57 - 60.
- [4] 徐福龄. 黄河下游河道的历史演变[A]. 中美黄河下游防洪措施学术讨论会论文集[C]. 北京: 中国环境科学出版社.
- [5] 谭维炎, 胡四一. 二维浅水明流的一种二阶高性能算法[J]. 水科学进展, 1992, 3(1): 89 - 95.
- [6] Zhao D H, et al. Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basin[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1994, 120(7): 863 - 883.
- [7] 周建军, 林秉南, 王连祥. 河道平面二维水流数值计算[J]. 水利学报, 1991, (5): 8 - 18.

- [8] 谭维炎, 胡四一. 计算水动力学的方向[J]. 水科学进展, 1992, 3(4): 310 - 317.
- [9] 谭维炎. 计算浅水动力学——有限体积法的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998, 10.
- [10] 周雪漪. 计算水力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [11] 刘 智, 林秉南, 何少苓. 三角形网格在二维不恒定流计算中的应用[J]. 水利学报, 1987, (9): 25 - 33.
- [12] Taniguchi N, *et al.* FVM on the unstructured grid system[J]. C & F 19, 1991.
- [13] 程晓陶, 等. 黄河下游花园口 孙口河段水沙运动仿真模型研究报告[R]. 八五攻关子专题报告, 1997, 12.
- [14] Spekreijse S P. Multigrid solution of the steady Euler equation[J]. CWI tract 46, 1988.
- [15] Ralph A, Wurbs. Dam - breach flood wave models[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1987, 113(1): 29 - 46.
- [16] 张德馨. 从“82.8”暴雨洪水特点分析三花间发生大洪水的可能性[J]. 人民黄河, 1996, 18(5): 30 - 33.

## 2-D flood simulation of the lower Yellow River from Huayuankou to Jiahetan \*

WAN Hong-tao<sup>1</sup>, ZHOU Cheng-hu<sup>1</sup>, WU Ying-xiang<sup>2</sup>, WAN Qing<sup>1</sup>

(1. LREIS, Institute of Geography, CAS, Beijing 100101, China;

2. Department of Applied Fluid Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The lower Yellow River reach from Huayuankou to Jiahetan is a typical wandering river. The generation of computational mesh, which is used to simulate the flood, is affected by the distribution of water works in the river channel. The spatial information about the two Yellow River banks, the protecting dykes, and these roads that is obviously higher than the ground are need to be used to generate the computational mesh. As a result these dykes and roads must be located in the element interface of the computational mesh. In the model the finite-volume method is used to solve the shallow wave equations and the Osher scheme is used to calculate the flux through the interface between the neighbor element. The flood event with peak discharge of  $15\ 300\ \text{m}^3/\text{s}$ , occurred in the period from July 30 to August 10, 1982, is simulated. The estimated result indicates that the simulation method is good.

**Key words:** 2-D flood simulation; the lower Yellow River; irregular and unstructured mesh; finite volume method; Osher scheme.

\* The project is a key research programme in the 9th Five-Year Plan in China (95-B02-02-02)