学术论文

超声速含灰气体钝体绕流的传热增强及颗粒惯性沉积效应*

A. N. Osiptsov[1] L. A. Egorova[1] V. I. Sakharov[1] 王柏懿[2**]

1. Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119899, Russia;
2. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室，北京 100080

摘要 研究了高、中等 Reynolds 数条件下，稀相含灰气体绕球体的定常超声速流动问题，对于物体迎风面前表面上发生颗粒沉积的情况，研究了由于颗粒引起的驻点热流增加，给出了传热增强的最大值，指明了驻点热流的增加取决于流动 Re 数、颗粒惯性参数、气固比热之比以及物面温度等控制参数.

关键词 超声速流动 含灰气体 钝体 热传递 增强机理 颗粒惯性沉积

研究高速含灰气体中物体的热传递是十分复杂的多参数问题，这是因为近壁区内会产生完全不同的流型. 高速气固两相绕流的实验研究[1,2]最初都是采用粗颗粒进行的，这类含灰气体流动称之为惯性粒子沉积区制. 在数值模拟含灰气体流动时，对于有无惯性粒子沉积情况要采用完全不同的数学模型. 本文继续前人的相关研究[3]，专门细致地探讨各控制参数对驻点热流相对变化的影响. 对于实际的应用(例如，高速飞行器在地球、火星的含尘大气中运动)，飞行器绕流的 Mach 数与 Reynolds 数在相当大的范围上变化. 本文将考虑最有实际意义的变化范围：Ma 为 $2\sim10$ 以及 Re 为 $10^2\sim10^8$.

1 含灰气体钝体绕流问题的一般表述

现考虑一个均匀含灰气体绕过轴对称钝头体的定常超声速流动. 对于稀相含灰气体，颗粒的体积分数很小，可以忽略不计. 这类两相介质可采用双流体模型[4]，其基本假设如下：载气相为粘性完全气体(其比热 c_p 和 c_v 为常数)，弥散相由球形刚性粒子(它们的半径 σ 和质量 m 相同)组成. 下文中，下标 s，∞ 和 c 分别表示固相，自由来流和高超声速极限条件下绝热驻点处的参数，必要时以上标 * 表示有量纲变量. 当绕颗粒的流动为连续流时，气固相间动量和能量交换的表达式(对每个粒子)可写成下列形式[5]

$$f_s = 6\pi\sigma\mu^*(V^* - V_s^*)G,\ q_s = 4\pi\sigma\lambda^*(T^* - T_s^*)D, \tag{1}$$

$$G = \left(1 + \frac{1}{6}Re_s^{2/3}\right)\Phi_1(Ma_s, Re_s),$$

$$D = (1 + 0.3Pr^{1/3}Re_s^{1/2})\Phi_2(Ma_s, Re_s),$$

$$Ma_s = \frac{|V^* - V_s^*|}{a^*},\ Re_s = \frac{2\sigma|V^* - V_s^*|\rho^*}{\mu^*},$$

$$Pr = \frac{c_p\mu^*}{\lambda^*}.$$

其中 V^* 和 T^* 为速度和温度，μ^* 和 λ^* 为气体的黏性和导热系数(它们对温度有幂次律依赖关系)，a^* 为气体声速，而修正函数 Φ_1 和 Φ_2 为[6]：

$$\Phi_1 = (1 + \exp(-0.427Ma_s^{-4.63} - 3Re_s^{-0.88}))/\varphi, \tag{2}$$

$$\Phi_2 = \left(1 + 3.42\frac{Ma_s}{Re_s}\frac{1 + 0.3Re_s^{1/2}Pr^{1/3}}{Pr}\right)^{-1},$$

$$\varphi = 1 + (Ma_s/Re_s)[3.82 + 1.28\exp(-1.25(Re_s/Ma_s))].$$

2002-04-23 收稿，2002-06-30 收修改稿

* 国家自然科学基金(批准号：19972069)和俄罗斯基础研究基金(编号 99-01-3920a)资助项目

** 联系人，E-mail：wby@imech.ac.cn

引进曲线坐标系(x, y)，其原点位于物体的驻点处，而 x-和 y-轴分别沿物体的母线和垂直于物体表面. 本文采用的无量纲变量定义如下

$$x=\frac{x^*}{L},\ y=\frac{y^*}{L},\ u=\frac{u^*}{U_\infty},\ v=\frac{v^*}{U_\infty},\ \rho=\frac{\rho^*}{\rho_\infty^*},$$

$$n_s=\frac{n_s^*}{n_{s\infty}^*},\ p=\frac{p^*}{\rho_\infty^* U_\infty^2},T=\frac{2T^* c_p}{U_\infty^2},\mu=\frac{\mu^*}{\mu_c^*}.$$

其中 u 和 v 为速度在 x-和 y-方向上的分量，p 和 ρ 为气体压力和密度，n_s 为颗粒数密度，L 为物体在驻点处曲率半径，U_∞为自由来流速度. 当流场中颗粒轨道没有交叉时，无量纲含灰气体模型方程取下述形式[4]：

$$\mathrm{div}(\rho V)=0,\ \mathrm{div}(n_s V_s)=0, \tag{3}$$

$$\rho(V\nabla)V+\nabla p+\alpha\beta\mu n_s(V-V_s)G=$$

$$\frac{2\varepsilon}{3\kappa}[-\nabla(\mu\mathrm{div}V)+3\mathrm{div}(\mu\Lambda)],$$

$$(V_s\nabla)V_s=\beta\mu G(V-V_s),$$

$$(V_s\nabla)T_s=\frac{2c_p}{3c_s p_r}\beta\mu D(T-T_s),$$

$$\rho(V\nabla)T=2(V\nabla)p+\frac{2\varepsilon}{\kappa}\left[2\mu S^2-\frac{2}{3}\mu(\mathrm{div}V)^2\right]+$$

$$\frac{\varepsilon}{\kappa Pr}\mathrm{div}(\mu\nabla T)+2\alpha\beta\mu n_s G\mid V-V_s\mid^2+$$

$$\frac{2}{3}\frac{\alpha\beta\mu}{Pr}n_s D(T_s-T),$$

$$p=\frac{\gamma-1}{2\gamma}\rho T,\mu=T^\omega,\kappa=\frac{\gamma-1}{\gamma+1},$$

$$Re=\frac{U_\infty\rho_\infty^* L}{\mu_\infty^*},\alpha=\frac{mn_{s\infty}^*}{\rho_\infty^*},$$

$$\varepsilon=\frac{1}{Re}\frac{\mu_c^*}{\mu_\infty^*},\ \beta=\frac{6\pi\sigma\mu_c^* L}{mU_\infty}.$$

其中 Λ 为载气相应变率张量，γ 为气体比热比，c_s 为颗粒材料比热，α 为颗粒质量载荷率，而 β 为颗粒惯性参数.

物面上的边界条件为：壁面温度 T_w 为常数，气体无滑移，颗粒无反弹. 在弓形激波前方，气体和颗粒处于平衡状态. 考虑到在各类已知的应用中，自由来流的颗粒浓度一般都不超过几个百分点($\alpha\ll1$)，下文中我们将忽略颗粒对载气相参数的影响，而主要研究控制参数变化时颗粒导致物面驻点热流的增强.

2 $\alpha\ll1$ 时含灰气体绕球体的超声速流动

作为钝体的典型例子，我们考虑半径为 L 的球体，载气相的热物理特性为常数($\gamma=1.4$, $Pr=0.7$ 以及 $\omega=0.5$). 在 $\alpha\ll1$ 情况下，我们可以分别求算气体和颗粒的参数：首先计算载气相参数，然后在给定的气体速度/温度场中计算弥散相参数.

对 Re 为 $10^2\sim10^5$ 情况，球体迎风前表面附近的载气相参数是通过在非均匀网格上(结点向物面逐渐密集)数值求解完全的 Navier-Stokes 方程而得出的，我们基于有限体积方法构造了一个具有激波捕捉能力的隐式有限差分格式. 但是，高 Reynolds 数情况下，边界层变得很薄，求解完全的 Navier-Stokes 方程会遇到一些数值上的困难. 因此，对 $Re>10^5$和高 Mach 数流动，我们采用渐近方法(即所谓的“无粘激波层加边界层”模式)来计算载气相的流场. 此时无黏激波层内气体参数由 Hayes 近似分析解[7]给定. 当载气相给定时，激波层内颗粒速度和浓度的分布只依赖于 Mach 数和另外两个与颗粒相关的无量纲参数：约化颗粒惯性参数 $\beta_0=\beta\mu_1/u_1\varphi_1$以及颗粒阻力偏差参数 $Rb=Re_{s0}^{2/3}/6$. 这里，下标 1 表示无黏流驻点处的无量纲参数，u_1 为气体无量纲速度梯度的数值，而 $Re_{s0}=2\sigma\rho_c^* U_\infty/\mu_c^*$. 此外，颗粒在激波层内的温度分布还依赖于两相比热之比 c_s/c_p.

我们采用完全的 Lagrange 方法[8]来确定弥散相的参数. 引入 Lagrange 变量 x_0 和 τ，其中 x_0 为位于计算域外缘 $y=y_{sho}$处的颗粒轨道起点的无量纲坐标，而 $\tau=t^* U_\infty/L$ 为颗粒从 $y=y_{sho}$开始沿给定的轨道运动所经历的无量纲时间. 本文选定 y_{sho}的要求是确保整个边界都完全位于未扰流场中，因此该常数等于计算域 $0\leqslant x\leqslant1$ 中弓形激波到物面的最大距离. 在 Lagrange 坐标下，弥散相的动量和能量方程为

$$\frac{\mathrm{d}x_s}{\mathrm{d}\tau}=\frac{u_s}{1+y_s},\frac{\mathrm{d}y_s}{\mathrm{d}\tau}=v_s,$$

$$\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}\tau}=\beta\mu G(u-u_s)-\frac{u_s v_s}{1+y_s}, \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}\tau}=\beta\mu G(v-v_s)+\frac{u_s^2}{1+y_s},$$

$$\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}\tau}=\frac{2\beta c_p}{3c_s Pr}\mu D(T-T_s).$$

基于表面 $y=y_{sho}$ 处的边界条件，我们可以得到弥散相连续方程

$$\frac{1}{n_s(\tau,x_0)}=\frac{(1+y_s)\sin(x_s)[u_s(\partial y_s/\partial x_0)-v_s(1+y_s)(\partial x_s/\partial x_0)]}{(1+y_{sho})^2\sin(x_0)\cos(x_0)}. \tag{5}$$

为在给定的颗粒轨道上运用上述方程，我们引进下述附加未知变量：

$$w_1=\frac{\partial x_s(\tau,x_0)}{\partial x_0},\ w_2=\frac{\partial u_s(\tau,x_0)}{\partial x_0},$$
$$w_3=\frac{\partial y_s(\tau,x_0)}{\partial x_0},\ w_4=\frac{\partial v_s(\tau,x_0)}{\partial x_0}.$$

将颗粒运动方程对 x_0 求导便可给出这些变量所满足的方程

$$\frac{dw_1}{d\tau}=\frac{w_2}{1+y_s}-\frac{u_s w_3}{(1+y_s)^2}, \tag{6}$$

$$\frac{dw_2}{d\tau}=\beta\mu G\left(w_1\frac{\partial u}{\partial x}+w_3\frac{\partial u}{\partial x}-w_2\right)+\beta(u-u_s)\cdot\frac{\partial}{\partial x_0}(G\mu)-\frac{u_s w_4+v_s w_2}{1+y_s}+\frac{u_s v_s w_3}{(1+y_s)^2},$$

$$\frac{dw_3}{d\tau}=w_4,\frac{dw_4}{d\tau}=\beta\mu G\left(w_1\frac{\partial v}{\partial x}+w_3\frac{\partial v}{\partial y}-w_4\right)+\beta(v-v_s)\frac{\partial}{\partial x_0}(G\mu)+\frac{2u_s w_2}{1+y_s}-\frac{u_s^2 w_3}{(1+y_s)^2}.$$

方程(4)，(5)和(6)构成了一个封闭的常微分方程组，它们在 $\tau=0$ 时的初始条件为：

$$x_s=x_0,\ y_s=y_{sho},u_s=\sin(x_0),$$
$$v_s=-\cos(x_0),T_s=T_\infty,$$
$$w_1=1,w_2=\cos(x_0),w_3=0,w_4=\sin(x_0).$$

3 颗粒存在时最大驻点热流的估算

对于颗粒有惯性沉积的流动，我们假定沉积粒子全部能量都转化为物体表面处的热能，本文不考虑反弹粒子效应(或屏蔽效应)．这样，弥散相对驻点热流的贡献为

$$Q_s=-mn_{sw}^*v_{sw}^*[c_s(T_{sw}^*-T_w^*)+v_{sw}^{*2}/2]. \tag{7}$$

其中下标 sw 表示壁面处颗粒参数值．引入无量纲参数，可以得到含灰气体与纯净气体两种情况下的驻点热流比值(这里 Q_0 为气体对驻点热流的贡献)：

$$\frac{Q_0+Q_s}{Q_0}=1+\alpha\sqrt{Re}J(Ma,Re,\beta_0,Rb,c_s/c_p,T_w). \tag{8}$$

上式右侧第二项表示由于粒子存在造成的传热增强，而函数 J 取下述形式

$$J=\frac{Pr\mid n_{sw}v_{sw}\mid[v_{sw}^2+(c_s/c_p)(T_{sw}-T_w)]T_\infty^{1/2}}{T_w^{1/2}(\partial T/\partial y_1)_w},$$
$$y_1=y\sqrt{Re}. \tag{9}$$

(9)式表明粒子造成的热流增强和乘积 $\alpha\sqrt{Re}$ 成比例．既使自由来流中粒子载荷率 α 非常低，在大 Reynolds 数下该因子的量级可以达到 1．这对于预报在粒子云中运动的高速飞行器的最大热负荷是十分重要的．

4 计算结果和讨论

本文目的是研究超声速流动中(这里取 $Ma=6$)有颗粒存在时，驻点热流增强函数 J 对控制参数的依赖关系．图 1 和 2 给出高 Reynolds 数流动($Re\approx 10^8$)的计算结果，根据两相边界层理论[8]，可以认为粗粒子穿越边界层运动时参数保持不变．图 1 表明由于粒子的存在，驻点热流比值的增加可以高达 $0.4\alpha\sqrt{Re}$．从图中还可以看到：当其他相似准则(Rb，c_p/c_s，T_w 和 Re)保持不变时，函数 J 随 β_0 的变化相当显著．在本文考虑的参数范围内，J 对 β_0 的依赖是非单调的：随着 β_0 增加 J 先下降($\beta_0\leqslant 1$ 时)，达到一个极小值，然后再上升．对于相同的 T_w，随着 Rb 增加，非单调性变得更加明显，而且出现了另一个极大值(见曲线 4)．对于相同的 Rb，随着 T_w 增加，此非单调性亦更为显著．此外，当 $Rb\leqslant 1$ 时，除了 $\beta_0=0$ 附近的小范围外，J 随 T_w 的增加而下降．这些结果表明了传热增强效应的多参数依赖性．图 2 示出了两相比热之比 c_p/c_s 对增强函数 J 的影响．一般而言，对于同一个 β_0 值，J 随 c_p/c_s 的减少而显著上升．有趣的是，在 T_w 和 Rb 保持不变情况下，当 c_p/c_s 从 2 下降到 0.25 时，J 有不同的变化趋势：当气体比热 c_p 小于颗粒比热 c_s 时(例如，$c_p/c_s=0.25$)，β_0 较大时 J 单调地随 β_0

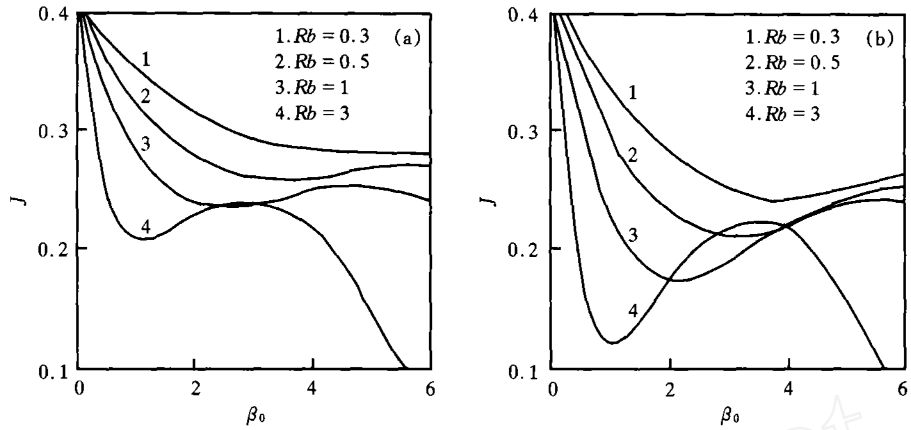

图1 $Re=10^8$ 及 $c_p/c_s=1$ 条件下，J 随 β_0 的变化

(a) $T_w=0.14$; (b) $T_w=0.5$

而增加，其最终达到的值可以大于 $\beta_0=0$ 时的值(见曲线1)．相反地，当 $c_p>c_s$ 时(例如，$c_p/c_s=2.0$)，J 单调地随 β_0 而减小，并且不会达到一个极小值(见曲线4)．中等 Reynolds 数的结果分别在图3($Re=10^5$)和图4($Re=10^3$)中给出．在这些计算中，阻力参数 Rb 保持不变($Rb=0.5$)，物面壁温取两个不同数值($T_w=0.14$ 相应于冷壁情况)，而 c_s 随温度变化情况则相应于 SiO_2 颗粒．所得到的结果表明：对于 $c_p/c_s\leqslant1$ 情况，除了 $\beta_0=0$ 邻域的小范围，J 随 T_w 增加而下降．这种现象，在 Reynolds 数很高和中等大小两种条件下都类似地出现．但是，当 $c_p/c_s>1$ 时，在相当大的 β_0 值范围上，J 将随 T_w 的增加而上升(见曲线3)．此外，将图3(a)和4(a)与图1(a)和2相比较，可以发现：对于 c_p/c_s 为常数情况，当 Re 减小时，J 趋于下降．一般而言，J 对 Re 的依赖很弱，特别是对于 Reynolds 数很高的流动．最后，应当注意的是，对于热壁情况(例如，$T_w=0.42$)，当热参数 c_p/c_s 的值较小时，J 可以变为负值(见图4(b)的曲线1)．发生这种情况是由于中等惯性颗粒到达物体表面时的温度远低于物面温度，这时粒子的作用是冷却壁面．

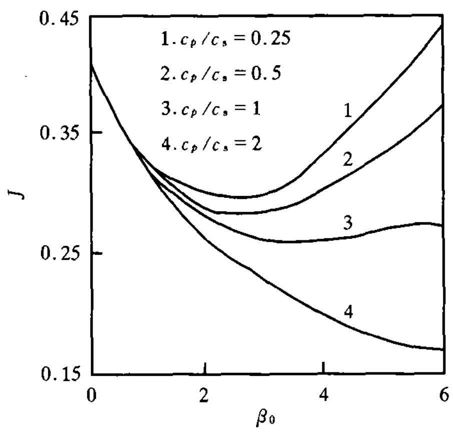

图2 高 Reynolds 数及 $T_w=0.14$，$Rb=0.5$ 条件下，J 随 β_0 的变化

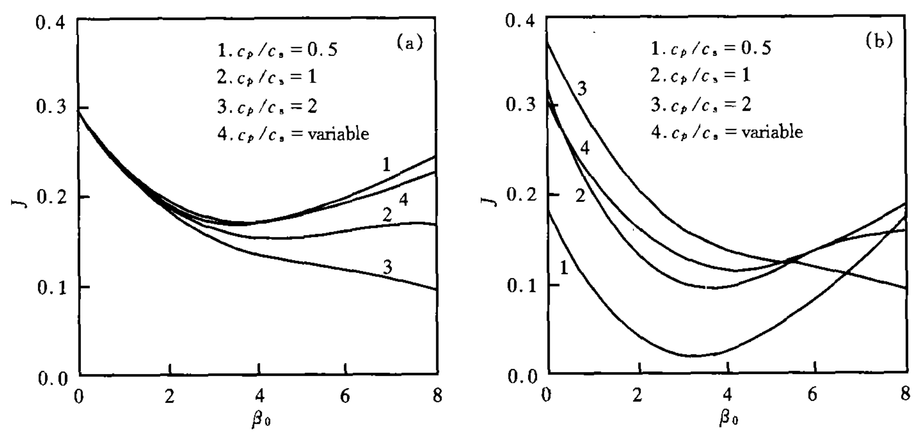

图3 $Re=10^5$ 及 $Rb=0.5$ 条件下，J 随 β_0 的变化

(a) $T_w=0.14$; (b) $T_w=0.42$

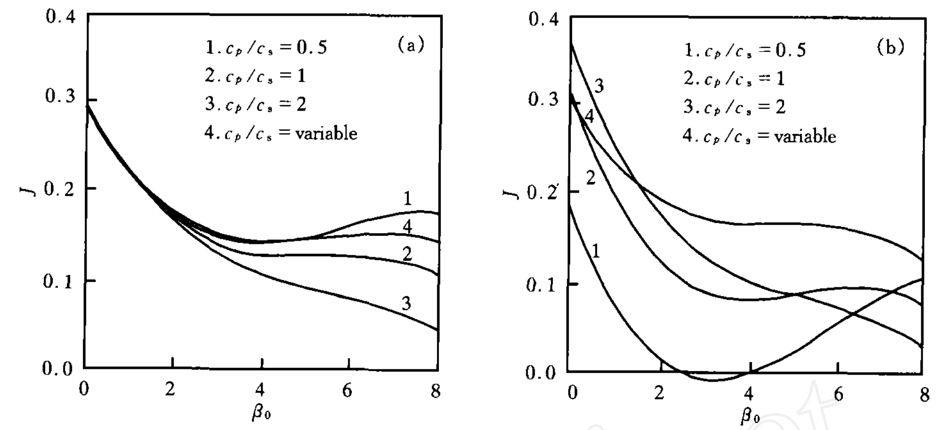

图 4 $Re = 10^3$ 及 $Rb = 0.5$ 条件下，J 随 β_0 的变化

(a) $T_w = 0.14$; (b) $T_w = 0.42$

5 结语

本文基于数值计算，针对颗粒有惯性沉积的情况，对于含灰气体粘性超声速绕流中球体驻点热流增强进行了参数研究，所考虑的参数范围是对实际应用最有意义的. 理论估算表明，由于颗粒造成的热流增强与自由来流的颗粒质量浓度和流动 Reynolds 数的平方根之乘积成正比，它还依赖于其他的许多相似参数. 本文计算还表明：增加颗粒材料的相对比热，或者减小无量纲壁面温度，颗粒造成的热流增强均趋于加大.

参 考 文 献

1 Dunbar L E, et al. Heating augmentation in erosive hypersonic environments. AIAA Journal, 1975, 13(7): 908

2 Hove D T, et al. Stagnation region heat transfer in hypersonic particle environments. AIAA Journal, 1976, 14(10): 1486

3 Egorova L A, et al. On the limits of the inertial particle deposition regime and heat transfer in a supersonic dusty-gas flow past bodies. Izv Ross Akad Nauk, Mekh Zhidk Gaza (in Russian), 2001, (6): 111

4 Marble F E. Dynamics of dusty gases. Annu Rev Fluid Mech, 1970, 2: 397

5 Osiptsov A N, et al. Effect of fine particles on the boundary layer structure in hypersonic flow past a blunt body. Izv Akad Nauk SSSR, Mekh Zhidk Gaza (in Russian), 1986, (5): 55

6 Carlson D J, et al. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles. AIAA Journal, 1964, 2(11): 1980

7 Hayes W D, et al. Hypersonic Flow Theory. New York: Acad Press, 1959

8 Osiptsov A N. Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories. In: Proc 3rd Intern Conf Multiphase Flow. Lyons, France, 1998