

# 伴随微孔洞生长的裂纹弹塑性定常扩展<sup>1)</sup>

魏悦广

(中国科学院力学研究所 LNM, 北京 100080)

**摘要** 裂纹在韧性材料中扩展时, 将伴随着微孔洞的萌生和生长. 孔洞的萌生和演化将直接影响着材料的总体断裂韧性和强度. 以往的研究主要集中在将裂纹的扩展刻划为微孔洞的萌生、生长和汇合这样一个过程. 从传统的断裂过程区模型出发研究微孔洞的萌生和生长对材料总体断裂韧性的影响, 通过采用 Gurson 模型, 建立塑性增量本构关系, 然后针对定常扩展情况直接进行分析. 孔洞对材料断裂韧性的影响由本构关系刻划, 而在孔洞汇合模型中, 上述影响则由断裂过程区的改变来体现. 研究结果显示, 微孔洞的萌生与生长将使材料断裂韧性降低并随着初始孔洞体积百分比的增大裂纹呈脆性扩展且发生损伤破坏.

**关键词** 孔洞生长, 弹塑性, 定常扩展, 断裂韧性, 损伤破坏

## 引 言

自微孔洞的萌生、生长和汇合被用来刻划材料损伤及裂纹扩展过程以来<sup>[1~2]</sup>, 有不少学者依此为出发点, 通过建立适合不同情况的力学模型, 分析了材料的损伤演化及裂纹的扩展过程. 特别是当 Gurson 模型提出以后<sup>[3]</sup>, 在此方面的研究更是如火如荼. 自 90 年代初以来, 研究工作已逐步向着系统化及更深层次发展. 其代表性工作为: Tvergaard 完善了考虑孔洞演化的 Gurson 弹塑性本构关系<sup>[4]</sup>; Tvergaard 和 Hutchinson<sup>[5,6]</sup> 首次采用断裂过程区模型研究了考虑孔洞生长的裂纹扩展问题, 将断裂韧性和裂尖分离应力峰值与初孔洞体积百分比参数联系起来, 裂纹扩展准则的采用方式与传统的不考虑微孔洞影响时的情况相类似, 由材料的裂尖断裂韧性 (或称分离能量) 决定并依赖于裂尖处的分离应力峰值和张开位移, 而微孔洞的存在将直接影响材料的总体力学特性; Xia 和 Shih<sup>[7,8]</sup> 提出了一个裂纹沿孔洞体的扩展模型, 孔洞体材料由 Gurson 本构关系刻划, 裂纹随孔洞的汇合而扩展, 裂纹扩展由孔洞体积百分比的临界值控制, 另外也依赖于构元的尺度, 在孔洞体的外部为传统的弹塑性材料, 以及计外部塑性功对断裂韧性的贡献 (在下文中简称为 XS 模型). 通过对传统断裂过程区模型和 XS 模型的上述特征的分析可知, 前者对应的断裂过程区尺寸小于后者所对应的断裂过程区尺寸, 这点也可直接从文献 [5~8] 的结果中看出, 说明两种模型的适用范围有差异. 通过对弹塑性断裂问题较深入的考查, 使人们对含有孔洞的断裂模型有了进一步的认识. 例如, 有些现象由孔洞汇合机制是无法解释的, 如金属 / 陶瓷强粘界面复合材料的破坏情况, 如果由 XS 模型预测, 裂纹一定是沿金属材料内部扩展的, 而实际情况并非如此<sup>[9,10]</sup>. XS 模型的另一不足之处是难以精确求得裂尖的分离能量  $\Gamma_0$ . 文献 [5~8] 所得到的结果对应的裂纹扩展都是逐步进行的, 只有当扩展步非常多时才可达到实际中所关心的定常扩展的情况.

1998-12-15 收到第一稿, 1999-12-17 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (19891180; 19925211) 和中国科学院基础研究资助项目.

本文采用传统断裂过程区模型，直接分析裂纹定常扩展并伴随有微孔洞萌生和生长时的材料断裂韧性。所采用的两种常用断裂过程区模型分别为粘聚力区模型（常称为 EPZ 模型）和无位错核模型（常称为 SSV 模型）。作者在文 [11] 中曾采用 EPZ 模型简要地分析了含孔洞延性材料的断裂韧性情况。另外，裂纹定常扩展过程中，裂尖附近的材料将发生塑性变形并伴随着微孔洞的生长。孔洞的萌生和演化将会影响塑性变形对裂纹扩展的屏蔽作用，这也将是本文所要探讨的主要问题之一。本文也将研究对于不同硬化和不同强度的材料，初始体积百分比对断裂韧性的影响，以及孔洞的自身生长情况。为清楚起见，本文仅考虑 I 型平面应变裂纹的弹塑性定常扩展问题。

在分析孔洞生长的裂纹定常弹塑性扩展时，从 Gurson 模型的增量本构关系出发，沿用 Dean 和 Hutchinson 方法 [12]，对增量关系直接积分。

### 1 基本问题和基本关系

#### 1.1 问题

I 型裂纹问题如图 1(a) 所示。考虑裂纹定常扩展时，在塑性区内产生微孔洞，初始体积百分比为  $f_0$ ，在裂尖附近微孔洞将有较大增长，定常扩展情况如图 1(b) 所示。几种断裂过程区模型的刻划如图 2 所示，图 2(a) 为常用的粘聚力区模型，即 EPZ 模型；图 2(b) 为常用的无位错核模型，即 SSV 模型；图 2(c) 为孔洞汇合模型。采用前两种模型的优点在于从总体能量中可将

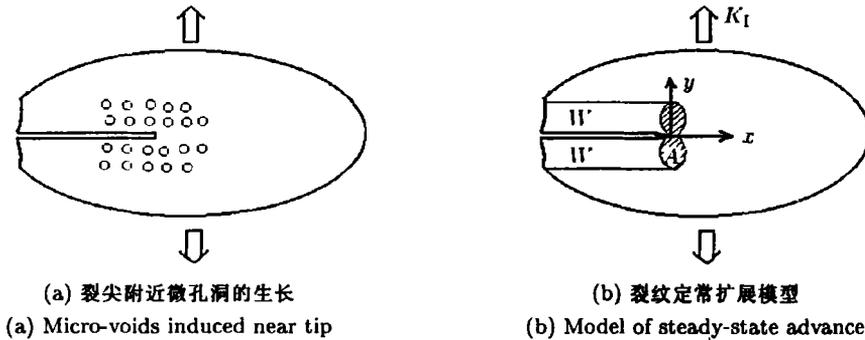


图 1 I 型裂纹的扩展。  
Fig.1. Crack growth for mode I case.

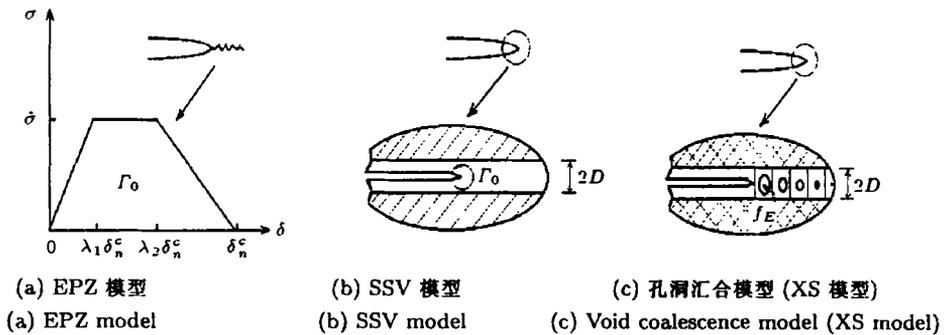


图 2 三种断裂过程区模型  
Fig.2. Three fracture process zone models

裂尖释放能量与塑性耗散能量有效地区分开来，从而为考查塑性变形对裂纹扩展的屏蔽作用创造条件。如图 2(a) 所示，对 EPZ 模型， $\sigma$ - $\delta$  曲线下的面积为裂纹扩展时裂尖所需能量  $\Gamma_0$ 。EPZ 模型的两个独立的重要参量为  $(\Gamma_0, \bar{\sigma})$ ,  $\delta_n^c$  可由  $(\Gamma_0, \bar{\sigma})$  表达，而其它形状参数  $(\lambda_1, \lambda_2)$  对结果不敏感。关于 EPZ 模型的详细数学表征，详见文献 [13, 14] 及 [10]。从图 2(b)，对 SSV 模型，在裂尖弹性带内，环绕裂尖计算  $J$  积分可得  $\Gamma_0$ 。SSV 模型的两个重要参数为  $\Gamma_0$  和  $D$ 。关于 SSV 模型的详细描述可参考文 [15]。如果将 SSV 模型中裂尖的弹性带处理为 Gurson 孔洞体材料（弱层），即对应 XS 模型，如图 2(c) 所示。XS 模型也有两个控制参量，即  $f_E$  和  $D$ ，其中  $f_E$  为裂尖最大孔洞体积百分比； $2D$  为孔洞材料层的厚度。如前所述，XS 模型难以给出裂尖能量  $\Gamma_0$  与参数  $f_E$  和  $D$  的关系。本文将分别采用 EPZ 模型和 SSV 模型进行分析。

### 1.2 Gurson 模型增量本构关系的推导

Gurson 得出描述加载面的势函数为

$$\bar{\Phi} = \left(\frac{\sigma_e}{\bar{\sigma}}\right)^2 + 2q_1 f \cosh\left(\frac{3\sigma_m}{2\bar{\sigma}}\right) - [1 + (q_1 f)^2] = 0 \tag{1}$$

其中  $q_1$  为 Tvergaard (1990)<sup>[4]</sup> 修正系数。在本文研究中，取其值为 3/2。  $\sigma_e = \sqrt{(3/2)\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$  为宏观等效应力， $\sigma_m = \sigma_{kk}/3$  为平均应力， $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$  为偏应力张量， $\bar{\sigma}$  为基体材料的当前等效应力， $f$  为当前孔洞体积百分比。孔洞体积百分比的增长率为

$$\dot{f} = (1 - f)\dot{\epsilon}_{kk}^p \tag{2}$$

这里对定常扩展情况，假定材料一旦发生塑性变形，在塑性区将产生体积百分比为  $f_0$  的孔洞，故只需考虑由于塑性变形引起孔洞的增长率。塑性应变率为

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl} \tag{3}$$

其中  $h$  可由加载面的一致性条件  $\dot{\bar{\Phi}} = 0$  求得为

$$h = - \left\{ (1 - f) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial f} \delta_{ij} + \frac{\bar{h}}{(1 - f)\bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{\sigma}} \sigma_{ij} \right\} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \sigma_{ij}} \tag{4}$$

$\bar{h}$  为基体材料的塑性硬化系数： $\bar{h} = d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}^p$ 。在本研究中，考虑基体材料为幂硬化材料。则有

$$\bar{h} = E[(\bar{\sigma}/\sigma_Y)^{1/N-1}/N - 1]^{-1} \tag{4a}$$

$N$  (0~1) 为幂硬化系数， $\sigma_Y$  为屈服应力。  $Q_{ij} = \partial \bar{\Phi} / \partial \sigma_{ij}$  为加载面正交张量。从材料微构元的功率互等可得

$$(1 - f)\bar{\sigma}\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p \tag{5}$$

从 (1)~(5) 可得基本增量方程组

$$\left. \begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= L_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl} - \frac{3E}{(1 + \nu)\bar{\sigma}^2} S_{ij}S_{kl}\dot{\epsilon}_{kl} \\ \dot{f} &= \frac{9(1 - f)f\alpha}{2\bar{\sigma}} S_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} \sinh\left(\frac{3\sigma_m}{2\bar{\sigma}}\right) \\ \dot{\bar{\sigma}} &= \frac{2\bar{h}\alpha}{(1 - f)\bar{\sigma}} S_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} \left[ \left(\frac{\sigma_e}{\bar{\sigma}}\right)^2 + \frac{9}{4}f\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \sinh\left(\frac{3\sigma_m}{2\bar{\sigma}}\right) \right] \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

其中  $\alpha, S_{ij}$  定义为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{3E}{(1+\nu)\bar{\sigma}^2(h+Q_{ij}L_{ijkl}Q_{kl})}} \\ S_{ij} &= \alpha \left[ \sigma'_{ij} + \frac{1}{2} \frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} f\bar{\sigma}\delta_{ij}\sinh\left(\frac{3\sigma_m}{2\bar{\sigma}}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$L_{ijkl}$  为弹性模量张量

$$L_{ijkl} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} + \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \delta_{ij}\delta_{kl} \right] \quad (8)$$

从 (6) 式可知, 当应变增量及各变量的当前值已知时, 可得到应力增量, 孔洞体积百分比增量以及基体材料等效应力增量.

## 2 定常扩展问题的求解方法

### 2.1 增量方程的导数形式

在定常扩展时, 设想观察者站在裂纹尖端并随之一起运动, 他将会感觉周围介质的运动状态保持不变. 所以裂纹尖端场各场量将相对于裂尖参考系保持不变. 如此可将各场增量表达式转换为其对裂尖坐标的导数与裂尖速度的乘积. 以塑性应变增量为例

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = -\dot{a} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^p}{\partial x} \quad (9)$$

由于增量基本方程 (见 (6)) 是率无关的, 所以整个解答与裂纹扩展速度  $\dot{a}$  无关. 增量方程将转换为对  $x$  坐标 (运动方向) 的偏微分方程. 将形如 (9) 式的增量关系代入 (6), 可得下列张量方程 (为表达方便起见, 采用紧凑形式)

$$\partial \Sigma / \partial x = D \partial \Theta / \partial x \quad (10)$$

其中  $\Sigma = (\sigma_{ij}, f, \bar{\sigma})$ ;  $\Theta = (\varepsilon_{ij})$ ;  $D$  为方程 (6) 的系数张量 (四阶).

### 2.2 数值求解方法

定常扩展问题的求解将转化为对 (10) 式及相应边界条件下的定解问题. 文献 [12] 就常规 I 型裂纹的扩展情况给出了求解的具体方案, 下面针对本文问题作以简要叙述.

对 I 型裂纹扩展情况, 存在三种区域: 弹性区、主塑性区 (A) 和卸载区 (W), 如图 1(b) 所示. 在弹性区和卸载区, 式 (10) 中的系数张量  $D = D^e$  为弹性张量并与坐标无关, 式 (10) 可直接积分得到传统的应力应变关系; 在主塑性区, 式 (10) 可积分为

$$\Sigma(x, y) = \Sigma(x^*, y) - \int_x^{x^*} (D \partial \Theta / \partial x) dx \quad (11)$$

式 (11) 积分从主塑性区与弹性区的边界点开始直到卸载区的远端,  $(x^*, x)$  为同一积分邻域的两端点水平坐标. 两端点  $(x^*, x)$  将落在同一单元内或相邻单元的相邻高斯点.

有限元基本关系可表示为

$$K^e U = \int_S N^T F dS + \int_V B^T D^e \Theta^p dV, \quad \text{其中: } K^e = \int_V B^T D^e B dV \quad (12)$$

$B$ ,  $N$  和  $U$  分别为应变矩阵、形函数矩阵和节点位移矩阵; 此处  $D^e$  可理解为弹性矩阵; 上标  $e$ ,  $P$  和  $T$  分别表示对应量的弹、塑性值及转置. 有限元处理方法是在裂纹尖端主塑性区及卸载区设计等高度且平行于裂纹表面的单元带以便对  $x$  进行积分. 本文采用八节点的位移等参元, 积分点为  $2 \times 2$  的高斯点分布. 求解方法简述为以下步骤:

(1) 将前一步的塑性应变值代入 (12) (初始塑性应变取为  $\Theta^P = 0$ , 即以弹性解为初始解), 求得节点位移  $U$ ;

(2) 由  $\Theta = BU$  求得应变分布, 再由弹性应力 - 应变关系及 (11) 分别求出弹性区、主塑性区以及卸载区的当前应力场  $\Sigma$ ;

(3) 由  $\Theta^P = \Theta - D^{e-1} \Sigma$  求出新一轮的塑性应变场并重复上述步骤反复迭代直到获得收敛的结果为止.

### 3 解答及分析

对于 I 型裂纹定常扩展情况, 总体能量释放率为

$$\Gamma_{ss} = \Gamma_0 + \Gamma_P = \frac{1 - \nu^2}{E} K_{ss}^2 \quad (13)$$

其中  $\Gamma_0$  为裂尖扩展所需能量 (裂尖断裂韧性),  $\Gamma_P$  为塑性区和卸载区耗散的能量之和,  $K_{ss}$  为远场 (I 型  $K$  场) 的应力强度因子. 总体能量释放率与裂尖断裂所需能量之比可表示为

$$\Gamma_{ss}/\Gamma_0 = \varphi(N, \hat{\sigma}/\sigma_Y, \sigma_Y/E, \nu, f_0) \quad (\text{EPZ 模型}) \quad (14)$$

$$\Gamma_{ss}/\Gamma_0 = \psi(N, R_0/D, \sigma_Y/E, \nu, f_0) \quad (\text{SSV 模型}) \quad (15)$$

常采用小范围屈服时塑性区尺寸  $R_0$  为裂尖特征长度, 它与裂尖分离能量的关系为

$$R_0 = \frac{E\Gamma_0}{3\pi(1-\nu^2)\sigma_Y^2} \quad (16)$$

定常扩展时, 裂尖张开位移始终满足临界条件

$$\delta = \delta_n^c, \quad \text{在 } x = 0 \quad (\text{EPZ 模型}) \quad (17)$$

$$\Gamma = \Gamma_0, \quad \text{在 } x = 0 \quad (\text{SSV 模型}) \quad (18)$$

其中  $\delta_n^c$  的取值可通过关系式  $\Gamma_0 = (1/2)\hat{\sigma}\delta_n^c(1 + \lambda_2 - \lambda_1)$  (见图 2(a)) 由其他参数表示;  $(\lambda_1, \lambda_2)$  的取值对结果的影响较小, 在本文的分析中恒取为 (0.15, 0.5).

本文所给出的结果均对应裂纹定常扩展情况. 在下面的结果中, 图 3, 图 4 和图 5 为采用 EPZ 模型得出的结果, 而图 6 为采用 SSV 模型获得的结果.

图 3(a) 中给出了对应几种孔洞体积百分比初值时的弱硬化材料 ( $N = 0.05$ ) 总体断裂韧性与裂尖分离应力峰值间的关系. 从图中可看出, 对于弱硬化材料, 当初始孔洞体积百分比很小时, 断裂韧性曲线趋向无孔洞的情况, 随着  $f_0$  增大, 并当界面较强时, 即分离应力峰值大于 2.5 倍的屈服应力时, 总体断裂韧性明显下降, 材料变脆. 对弱硬化材料, 当裂尖的分应力峰值大约为屈服应力的 3 倍左右时, 总体断裂韧性急剧上升, 此时, 塑性变形对裂纹扩展的屏蔽作用明显增大. 为了与弱硬化材料的结果对照, 图 3(b) 给出了硬化材料总体断裂韧性与分离应力峰值的关系. 得出的结论与图 3(a) 所给出的相类似. 此时, 出现明显塑性屏蔽效应是当分离应

力的峰值为大约 5 倍的屈服应力处。从图 3(b) 还可看出, 当初始孔洞体分比及裂尖分离应力峰值一定时, 强硬化材料 ( $N = 0.3$ ) 的总体断裂韧性将低于一般硬化材料 ( $N = 0.2$ ) 的总体断裂韧性。该结论与孔洞汇合模型的结果不一致, 当然孔洞汇合模型难以保证对不同硬化材料情况实现分离应力峰值的相同取值。从图 3(a) 和图 3(b) 明显可看出, 孔洞使材料断裂韧性降低。

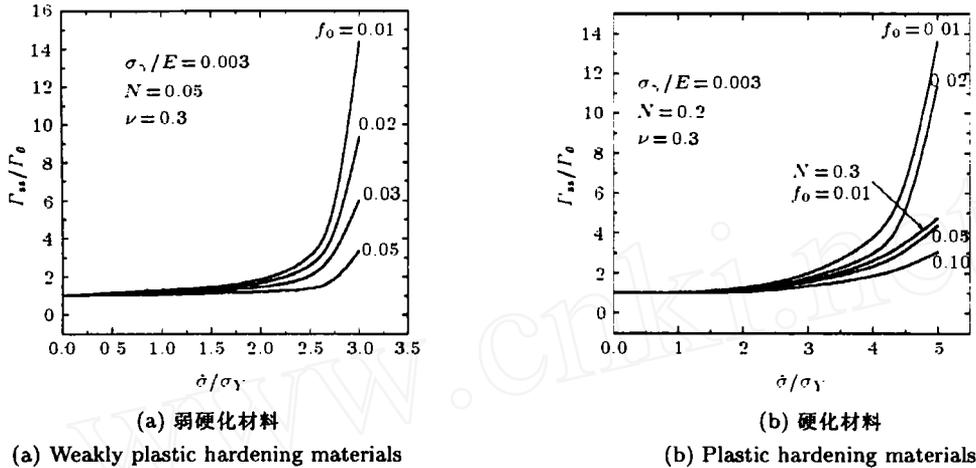


图 3 断裂韧性与分离应力峰值的关系

Fig.3 Fracture toughness vs. peak separation stress for two cases

图 4(a) 给出了弱硬化材料情况对应几种屈服应变值 (屈服应力与杨氏模量的比) 时总体断裂韧性与初孔洞体分比的参数曲线。从图中可看出, 屈服应变的增加将使材料总体断裂韧性降低, 屈服应变较大的材料, 其总体断裂韧性较低。图 4(b) 为硬化材料的对应结果。对比图 4(a) 和图 4(b) 可看出, 弱硬化情况的断裂韧性对屈服应变的取值较敏感, 而硬化情况对屈服应变的取值则不太敏感。

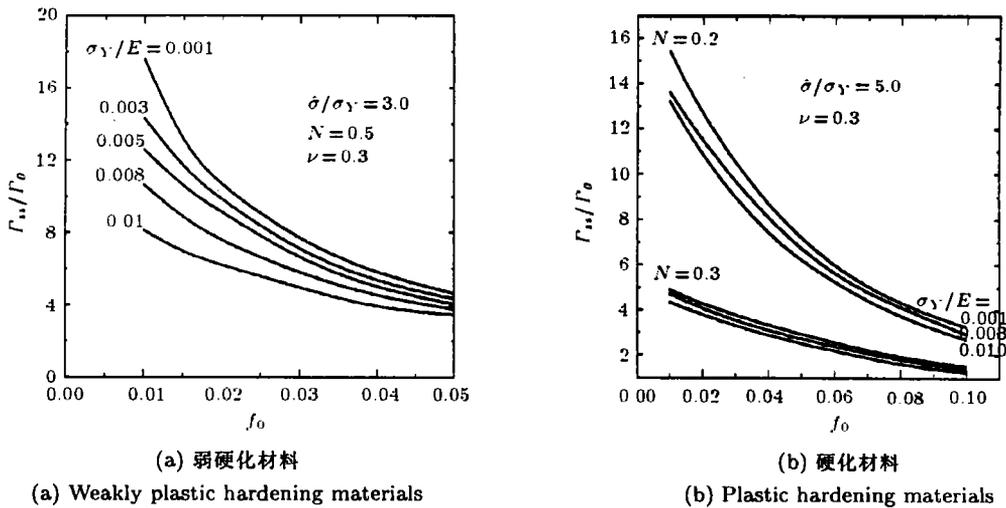


图 4 断裂韧性与孔洞体积百分比初值的关系

Fig.4 The variations of fracture toughness with increase of initial volume fraction of voids for two cases

图 5 给出了裂纹定常扩展时裂尖附近最大体积百分比随材料屈服应变的变化曲线。其中图 5(a) 对应弱硬化情况，而图 5(b) 为一般硬化材料情况。由图可看出，最大孔洞体积百分比不仅与屈服应变密切相关，而且对初始孔洞体分比的取值很敏感，无论是强弱硬化材料均如此；初始孔洞体分比的值越小，最大孔洞体分比对屈服应变的依赖性越强烈。由图 5 可知，屈服应变大则断裂韧性低（见图 4）的材料，在裂纹扩展时孔洞生长较快。强硬化材料，最大孔洞体分比对屈服应变的依赖性较弱，特别当  $f_0$  较大时这种依赖性更弱，如图 5(b) 所示。

图 6 为采用 SSV 模型得到的结果。分别将图 6(a) 和图 6(b) 与图 3(a) 和图 3(b) 进行对比，可看出在 EPZ 模型中分离应力的峰值参数与 SSV 模型中的无位错核厚度参数的倒数的作用非常相似。由图 6 可知，对 SSV 模型，断裂韧性除了依赖于无位错核厚度外，还强烈地依赖

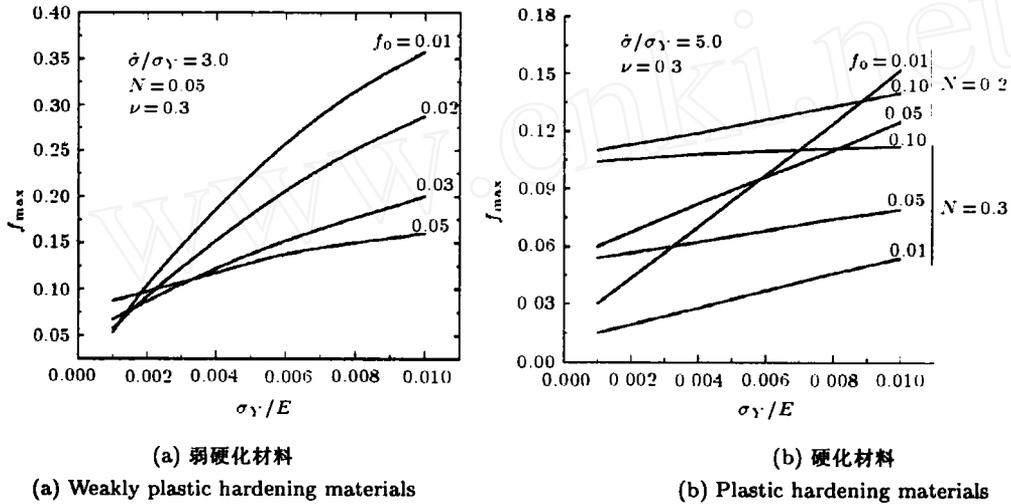


图 5 裂尖最大孔洞体积百分比随屈服应变的变化  
Fig.5 The variations of maximum volume fraction of voids with increase of yielding strain for two cases

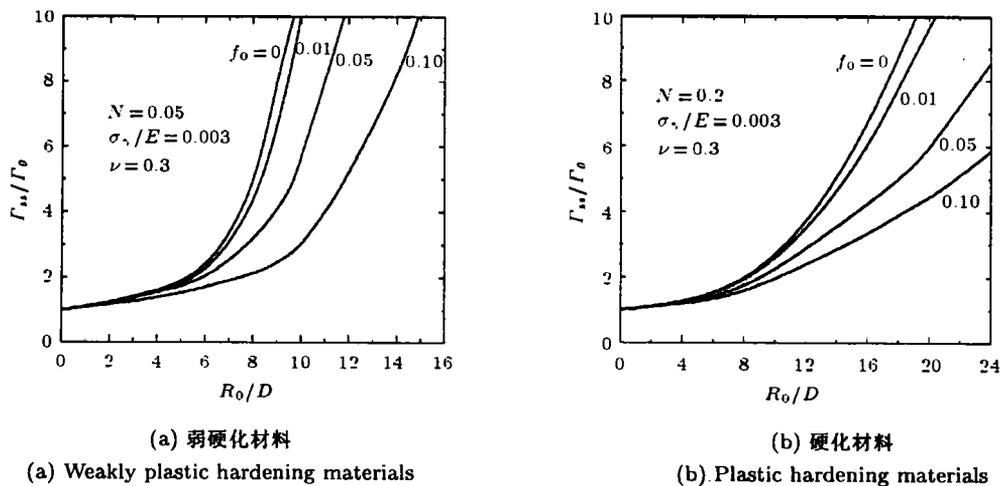


图 6 断裂韧性随无位错核厚度的变化  
Fig.6 Fracture toughness vs. Dislocation-free zone thickness

着孔洞体积百分比的初值. 当然断裂韧性也对材料屈服应变参数较敏感, 其变化规律与 EPZ 模型的结果类似, 限于篇幅, 这里没有给出. 对于弱硬化材料, 当无位错核厚度小到大约为  $1/8$  的  $R_0$  值时, 塑性变形对裂纹扩展的屏蔽作用急剧增大, 如图 6(a) 所示; 对于硬化材料的情况, 出现明显塑性屏蔽作用是当无位错核厚度小到大约为  $1/14$  的  $R_0$  值附近, 其中  $R_0$  为小范围屈服情况塑性区的尺寸.

#### 4 结论及讨论

本文采用传统的描述裂纹弹塑性扩展的断裂过程区模型, 分析了裂纹定常扩展时, 在塑性区萌生微孔洞并随着裂纹扩展而生长以及对材料断裂韧性的影响. 主要结论是: (1) 当界面强度给定时,  $f_0$  的增大将降低断裂韧性, 它的存在使材料变脆; (2) 考虑孔洞时, 弱硬化材料的断裂韧性对屈服应变较敏感. 屈服应变越大的材料, 断裂韧性越低; (3) 孔洞的生长对屈服应变和幂硬化指数很敏感; (4) 对 SSV 模型, 取得同样的断裂韧性, 初体积百分比越大时, 对应的无位错核的厚度越小.

上述结论也可通过考察断裂过程区的变形情况予以解释. 对于弱硬化材料, 当  $f_0$  较小时, 在过程区裂纹面的变形形貌如一短瓶径, 在瓶径处孔洞体积百分比急剧增大, 材料明显呈韧性变形特征; 随着  $f_0$  增大, 瓶径变长 (断裂过程区变大) 并趋向斜直线,  $f_0$  的增长变缓,  $f_{\max}$  值变小, 韧性降低, 材料呈脆性破坏特征.

通过对裂纹定常扩展伴随孔洞萌生和生长问题的研究, 使我们回答了这样一个重要问题, 究竟孔洞使韧性材料断裂韧性增加, 即, 使韧性材料变得更韧, 还是孔洞使韧性材料变脆并诱发其损伤破坏, 答案为后者.

需要强调的是, 在研究微孔洞萌生和增长对材料性能的影响时, 采用常规断裂过程区模型与采用孔洞汇合断裂模型所得结果在涉及到材料的塑性硬化影响方面有差异. 对于这点, 还有待于进一步探讨和研究.

#### 参 考 文 献

- 1 Cottrell AH. Mechanisms of fracture, In Tewksbury Symp. Fracture, University of Melbourne, 1963, 1~27
- 2 Rice JR, Johnson MA. The role of large crack tip geometry changes in plane strain fracture. In: Kanninen MF, Adler WF, Rosenfield AR, Jaffee R I, ed. Inelastic Behavior of Solids. NY: McGraw-Hill, 1970. 641~672
- 3 Gurson AL. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I—yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J Engng Mater Technol*, 1977, 99: 2~15
- 4 Tvergaard V. Material failure by void growth to coalescence. *Adv Appl Mech*, 1990, 27: 83~151
- 5 Tvergaard V, Hutchinson JW. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J Mech Phys Solids*, 1992, 40: 1377~1397
- 6 Tvergaard V, Hutchinson JW. Effect of T-stress on mode I crack growth resistance in a ductile solid. *Int J Solids Struct*, 1994, 31: 823~833
- 7 Xia L, Shih CF. Ductile crack growth-I. A numerical study using computational cells with microstructurally-based length scales. *J Mech Phys Solids*, 1995, 43: 233~259
- 8 Xia L, Shih CF. Ductile crack growth-II. Void nucleation and geometry effects on macroscopic fracture behavior. *J Mech Phys Solids*, 1995, 43: 1953~1981
- 9 Lipkin DM, Clarke DR, Evans AG. Effect of interfacial carbon on adhesion and toughness of gold-sapphire interfaces. *Acta Mater*, 1998, 46: 4835~4850
- 10 Wei Y, Hutchinson JW. Models of interface separation accompanied by plastic dissipation at multiple scales. *Int J Fracture*, 1999, 95: 1~17

- 11 魏悦广. 考虑孔洞损伤演化的延性材料断裂韧性. '99 全国固体力学学术会议, 哈尔滨, 1999 (Wei Yueguang. Fracture toughness of ductile materials with micro-void damage and evolution. 99' National Solid Mechanics Conference. Harbin, 1999 (in Chinese))
- 12 Dean RH, Hutchinson JW. Quasi-static steady crack growth in small scale yielding. In *Fracture Mechanics*, ASTM STP 700, 1980, 383~405
- 13 Tvergaard V, Hutchinson JW. The influence of plasticity on mixed mode interface toughness. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41: 1119~1135
- 14 Wei Y, Hutchinson JW. Nonlinear delamination mechanics for thin films. *J Mech Phys Solids*, 1997, 45: 1137~1159
- 15 Suo Z, Shih CF, Varias AG. A theory for cleavage cracking in the presence of plastic flow. *Acta Metall Mater*, 1993, 41: 151~157

## ELASTIC-PLASTIC CRACK ADVANCE UNDER STEADY-STATE ACCOMPANIED BY THE MICRO-VOID GROWTH <sup>1)</sup>

Wei Yueguang

(LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** When a crack propagates along the ductile material, a process of the void nucleation and growth will be accompanied. The global fracture toughness and strength of material will be influenced considerably due to void nucleation and evolution. Previous researches have mainly focused on the fracture process, in which crack advance is described by a process of the void nucleation, growth and coalescence. In this paper, based on the conventional fracture process zone models, the effects of micro-void nucleation and growth on the global fracture toughness are studied. In the research, a set of the increment constitutive equations of plasticity is derived based on the Gurson's model, and then used to the steady-state crack advance case directly. The effect of voids on the fracture toughness is described by the constitutive equations. The approach is different from that by adopting the void coalescence model, the effect is mainly expressed with the change of the fracture process zone. The results of present research show that the global fracture toughness of material will decrease with void nucleating and growing, and as the initial void volume fraction increases, crack propagates with brittle characteristics and material is in the void damage failure.

**Key words** void growth, elastic-plastic, steady-state propagation, fracture toughness, damage failure

---

Received 15 December 1998, revised 17 December 1999.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19891180; 19925211) and by the Fundamental Research Project from Chinese Academy of Sciences.