

文章编号: 1001-4888(2002)04-0425-08

用 Fourier 变换莫尔法测量 流体自由表面微幅波的振幅*

王 薇¹, 倪 刚², 鄂学全¹

(1. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080; 2 北京空气动力研究所, 北京 100074)

摘要: 采用一种非接触的光学方法——傅立叶变换莫尔法(Fourier transform method), 结合数字图像处理技术, 对微幅振荡的水表面波的振幅进行测量。它是对全场中每一个像素点进行测量, 比接触测量法具有更高的灵敏度。它为微幅水表面波振幅的测量提供了一种手段。通过将计算机生成的周期性光栅图像经投影机直接投影到被测物体的参考平面, 经 CCD 摄像头、图像板捕捉存储形成数字化的光栅图像, 利用傅立叶变换莫尔法处理光栅图像, 从而获得包含有水表面波的振幅的相位信息, 再经适当的几何变换获得振幅信息。我们在垂直振荡装置上进行了不同激励频率和不同振幅的表面波的振幅测量。

关键词: 垂直振荡; 水表面波; 傅立叶变换莫尔法; 条纹; 图像处理

中图分类号: O 35; O 43 **文献标识码:** A

1 引言

在自然界中, 常有水体的自由表面由于某种轻微的扰动(如微风吹拂), 出现微幅振荡的波纹。在实验中, 如 Faraday 实验^[1-5], 也产生微振幅表面波, 一般在 1mm 量级以下。对这些波的波幅测量是很困难的。

近几年来, 由于计算机以及光学测量技术的发展, 使得全息技术、散斑技术和莫尔技术这些非接触光学方法变得更实用。这些方法提供了一个较宽的灵敏度范围, 同时提供了通过条纹图像测量参数的可视化的能力。采用传统莫尔法用于固体表面变形的测量是有效的^[6-13]。但用此方法应用于流体表面波微振幅测量(1mm 以下)是十分困难的。这是由于流体表面是镜面反射, 波振动的频率远比固体表面变形的高, 即液体表面形状变化快。这给采用传统莫尔法增

* 收稿日期: 2001-10-13; 修订日期: 2002-09-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972068)

作者简介: 王薇(1965-), 女, 工程师。主要从事实验流体力学方面的研究。

加了难度,如莫尔条纹符号及中心的确定,莫尔条纹阶次的判断,莫尔条纹间数据的插值等 Yamamoto 等^[14-16](1986)采用倾斜光栅的阴影莫尔法,测量 550mm 长、400mm 宽、400mm 深水槽中垂直放置一个 70mm 直径、200mm 长共振导管时水槽内的表面波,从而研究水槽壁面对垂直导管的影响 Grant 等^[17](1989)采用投影型莫尔法描述在大直径封闭结构中波的相互作用影响,这种方法可用于获得实时的三维记录 模型实验是在 $9\text{m} \times 9\text{m} \times 0.9\text{m}$ 的波池中进行的 随后,Grant 等^[18](1990)又采用同样的实验方法,对大范围的水表面进行了测量,但这些实验水波的运动频率极缓慢

选用傅立叶变换莫尔法,再利用计算机图像处理技术,对流体自由表面的微振幅波的幅值进行了定量测量,这在国内外尚未见报道 它不同于传统的莫尔等高线技术,需双光栅叠加产生莫尔条纹,它由计算机生成光栅图像,光栅图像经投影机直接投影到被测物体的参考平面,经 CCD 摄像头、图像板捕捉存储形成数字化的光栅图像 再利用 Fourier 变换在空间频率域处理光栅图像

首先介绍实验设备;其次介绍傅立叶变换莫尔法;最后介绍采用傅立叶变换莫尔法计算获得的垂直振动水表面波振动振幅的三维图像重建结果

2 实验装置

针对垂直振荡水柱产生的微幅表面波进行测量,探求测量方法,现将实验装置介绍如下:

2.1 测量系统

我们的测量实验系统包括三个基本组成部分(如图 1 所示):1. 计算机产生光栅和光栅投影光学成像系统;2. 图像采集和图像处理系统;3. 垂直振动实验装置

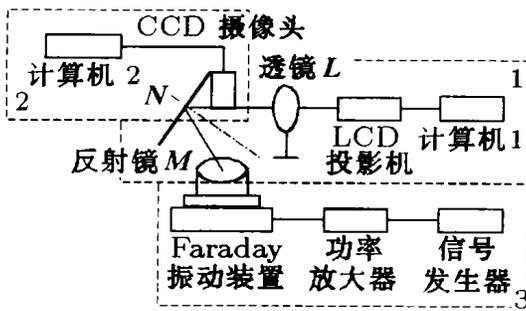


图 1 实验设备简图

计算机 1 生成的周期性光栅图像经 LCD 投影机投影至透镜 L , L 缩小投影光栅图像经反射镜 M 直接把光栅图像投影到振动实验装置的液体表面(参考平面 R)。再经焦距为 18mm 或 12mm 的 CCD 短焦镜头实现成像,由图像板捕捉到计算机 2 中 捕捉到数字化的光栅图像再采用傅立叶变换莫尔法做反演计算,重建光栅图像 每像素点上的波动振幅信息 其中计算机生成的光栅图像条纹粗细及条纹间距均由计算机控制,连续可调 它为选取合适的条纹粗细及条纹间距

提供了极大的方便

投影光学成像系统的光路图如图 2 所示,它与投影系统光轴与摄像系统光轴交叉型的投影莫尔法近似,但在傅立叶变换莫尔法中,光栅图像被直接投影到物体表面,不需要使用第二光栅产生莫尔条纹

图 3 显示投影机的光轴与相机的光轴交叉于参考平面 R 的 O 点的几何关系图 参考平面为一假想平面,系指当被测物体静止不动时,垂直振动实验装置的液体表面即为参考平面 R 。光栅像周期方向为坐标 X 方向,垂直于纸面为 Y 方向,摄像机轴向为振幅 $h(x, y)$ 方向 当液体表面静止不动为一个平面即 $h(x, y) = 0$ 时,光栅图像可由一个 Fourier 级数表示:

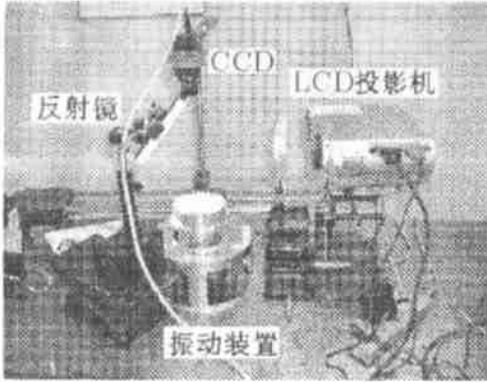


图 2 投影光学成像系统光路图

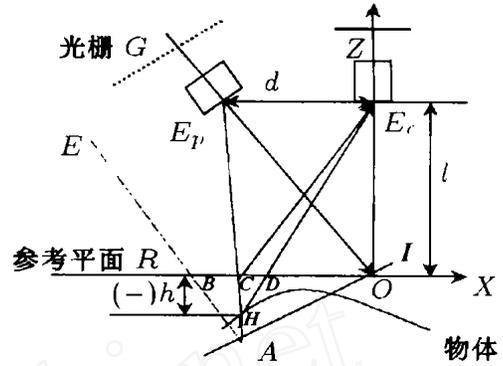


图 3 成像系统光学装置示意图

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \{ 2\pi i n f_0 [x + s_0(x)] \} \quad (1)$$

式中,

$$f_0 = 1/p_0, \quad s_0(x) = \overline{BC} \quad (2)$$

f_0 为观察到的光栅像的基频

为了方便后面的讨论, 方程 (1) 重写为:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \{ i [2\pi n f_0 x + n \Phi(x)] \} \quad (3)$$

其中,

$$\Phi(x) = 2\pi f_0 s_0(x) = 2\pi f_0 \overline{BC} \quad (4)$$

当液体表面变化即 $h(x, y) \neq 0$ 时, 则光栅图像随 $h(x, y)$ 的变化而变形, 此时, 该变形光栅图像可表示为:

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \{ 2\pi i n f_0 [x + s(x, y)] \} \quad (5)$$

或

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \{ i [2\pi n f_0 x + n \Phi(x, y)] \} \quad (6)$$

其中,

$$\Phi(x, y) = 2\pi f_0 s(x, y) = 2\pi f_0 \overline{BD} \quad (7)$$

$r(x, y)$ 为物体表面非均匀分布的反射率

2.2 垂直振动实验装置

我们的振动实验装置与传统的 Faraday 实验不同, Faraday 实验是盛流体的容器整体上下垂直振动, 而本实验是容器底部垂直振动而侧壁不动, 容器中的流体表面波是流体底部激励产生的, 边界条件与以往有明显区别 振动装置的详细介绍见参考文献 [5]

2.3 测量方法

试验是在垂直振动频率 8Hz 的情况下, 对水表面波的振幅进行测量 试验是一个动态试验, 水表面波不是静止的, 被采集的图象也是动态的 我们采用 CCD 摄像头配合图像板连续采集, 采样频率 $f = 100\text{Hz}$, 被采集的图象是连续的 在一个振动周期内, 可获得至少 12 幅图像, 这为我们反演计算图像中每个像素点的振幅值提供必要条件 对每幅图像进行处理, 可得到随时间变化的振幅 (或波高), 即动态振幅值 本文只是就一幅图像进行反演计算

3 傅立叶变换莫尔法

变形光栅图像可由方程(6)表示,由于方程中相位携带位移信息,我们需要解决的问题是如何从光栅图像中获得相位 $\Phi_{x,y}$. 方程(6)可重写为:

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(x, y) \exp(2\pi i n f_0 x) \quad (8)$$

其中, $q_n(x, y) = A_n r(x, y) \exp\{i n \Phi_{x,y}\}$ (9)

通过利用快速傅里叶变换,我们计算方程(8)的1-D 傅里叶变换:

$$G(f, y) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp(-2\pi i f x) dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(f - n f_0, y) \quad (10)$$

其中, $G(f, y)$ 和 $Q_n(f, y)$ 分别为 $g(x, y)$ 和 $q_n(x, y)$ 的1-D 傅里叶变换谱. 由于在大多数情况下, $r(x, y)$ 和 $\Phi_{x,y}$ 与光栅图像基频 f_0 比较变化非常慢,因此 $Q_n(f - n f_0, y)$ 是相互分离的,如图4所示. 我们只选择一个谱 $Q_1(f - f_0, y)$, 即图中的点划线部分. 将其偏移 f_0 至原点,并计算其傅里叶反变换,获得方程(9)中的 $q_1(x, y)$, 则信号:

$$q_1(x, y) = A_1 r(x, y) \exp\{i \Phi_{x,y}\} \quad (11)$$

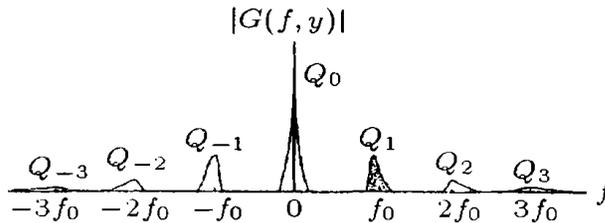


图4 变形光栅图像当 y 方向取一固定值时,沿 x 方向作傅立叶变换的频谱图
(点划线为经滤波处理,提取的一次频谱)

对方程(3)作同样的滤波运算获得:

$$q_0(x, y) = A_1 \exp\{i \Phi(x)\} \quad (12)$$

由方程(11)和(12)产生一个新的信号:

$$q_1(x, y) q_0^*(x, y) = |A_1|^2 r(x, y) \exp\{i[\Delta \Phi_{x,y}]\} \quad (13)$$

其中,

$$\Delta \Phi_{x,y} = \Phi_{x,y} - \Phi(x) = 2\pi f_0 (\overline{BD} - \overline{BC}) = 2\pi f_0 \overline{CD} \quad (14)$$

由于方程(13)产生的信号是一个复信号,其指数函数的虚部中包含有我们感兴趣的相位信息,因此对方程(13)取复对数操作:

$$\lg[q_1(x, y) q_0^*(x, y)] = \lg[|A_1|^2 r(x, y)] + i \Delta \Phi_{x,y} \quad (15)$$

相位分布在虚部项中.

4 相位去包络及相位与高度的转换

采用傅立叶变换莫尔法计算的只是位相的主值,其值域为 $[-\pi, \pi]$, 位相不连续,为了获得

连续的位相变化必须进行位相的去包络, 将其位相恢复为位相的连续值^[13], 利用位相与表面波波动振幅的关系即如下的几何关系, 可定量地得到水表面波的波动振幅

由图 2 可知 $\Delta E_p H E_c \Delta C H D$, 则

$$CD = - dh(x, y) / [l_0 - h(x, y)] \tag{16}$$

定义被测量物体高度高出参考平面 R 时 $h(x, y)$ 为正 将方程(14)代入方程(16), 则:

$$h(x, y) = l_0 \Delta \phi_{x, y} / [\Delta \phi_{x, y} - 2\pi f_0 d] \tag{17}$$

将方程(2)代入方程(17), 则:

$$h(x, y) = l_0 p_0 [\Delta \phi_{x, y} / 2\pi] / \{p_0 [\Delta \phi_{x, y} / 2\pi] - d\} \tag{18}$$

5 实验结果及讨论

我们利用前面介绍的实验系统, 测量了在单频激励下(振动频率 $f = 8\text{Hz}$), 在任意时间下水表面波运动的条纹图像, 并采用傅立叶变换莫尔法对条纹图像进行反演计算, 获得三维表面高度分布图 图 5 显示的为 CCD 摄像头经图像板采集获得的图像, 大小为 500×400 像素 图 5(a) 为未变形光栅图像, 图 5(b) 为变形的光栅图像, 在图中可发现有很明显的反光点, 这是由于水表面是镜面反射, 因此要完全在测量中消除反光是不可可能的, 但可以通过添加少量的添加剂适当削减, 我们在水中添加了少量的牛奶 图 6 为变形光栅图像 5(b) 在 Y 方向取一固定值时, 沿 X 方向变化的强度分布图 经过我们的观察, 我们发现在图中的跳变即为反光造成的

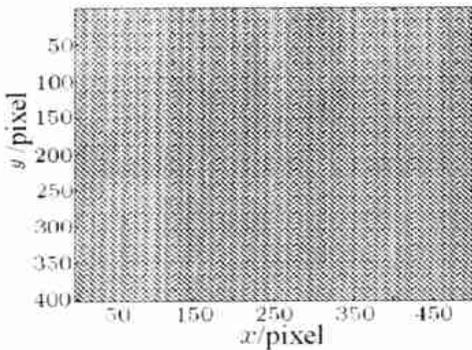


图 5(a) 未变形光栅图像

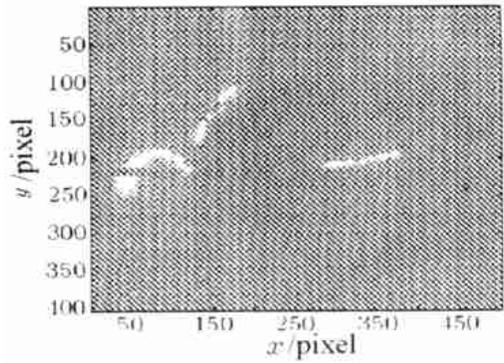


图 5(b) 变形光栅图像($f = 8\text{Hz}$)

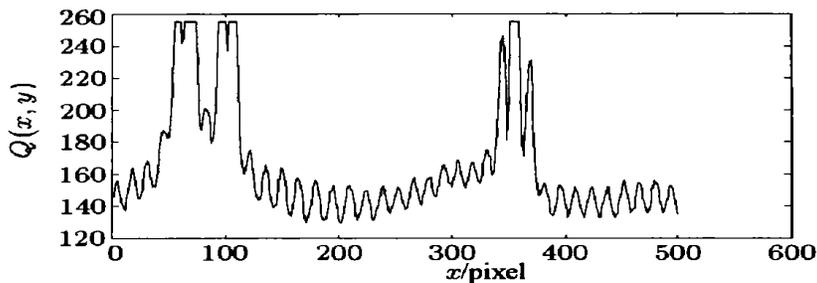


图 6 变形光栅图像沿 x 方向变化的强度分布图(y 值为一固定值)

这些反光点,即为我们在后面称之为的背景噪音.图7显示利用FFT算法计算方程(10)的傅里叶谱,通过滤波,提取一阶频谱,将其偏移至原点,并计算其傅里叶反变换,获得方程(11)中的复信号 $q_1(x, y)$.此时通过将采集的时域信号转换为频域信号,并在频域处理,经滤波已将背景噪音(反光)及信号的高次谐波去除,剩下的就是我们所需要的包含有相位信息的量.再将此滤波信号通过傅立叶反变换为时域信号.图8显示通过计算方程(15)的虚部获得的 $\Delta\phi_{x, y}$ 带包络的相位分布图,相位分布 $[-\pi, \pi]$ 之间,此时还没有去包络.图9给出垂直振荡水表面波振动幅值的三维分布.在相位信息中,包含有振幅信息,经适当的几何变换即可获得由相位图中获得的振幅图.图9就是将相位去包络后,通过利用方程(18)计算获得的.从图中我们可以发现,其表面波的振动振幅是微米级的约为 $50\sim 80\mu\text{m}$ 之间,图中给出了全场每像素点的振幅信息.

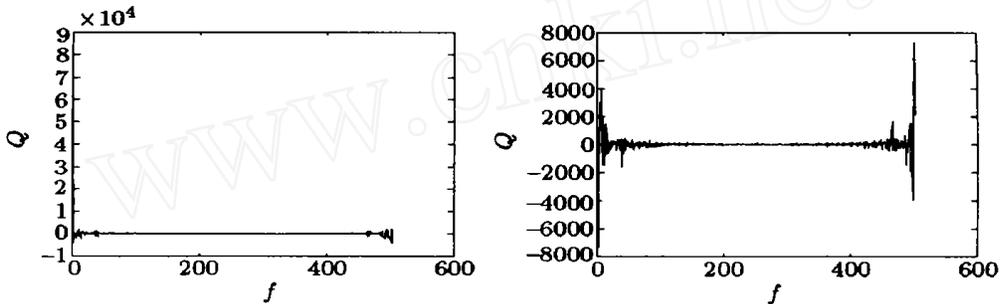


图7 光栅图像的傅立叶谱(y 值为一定值)

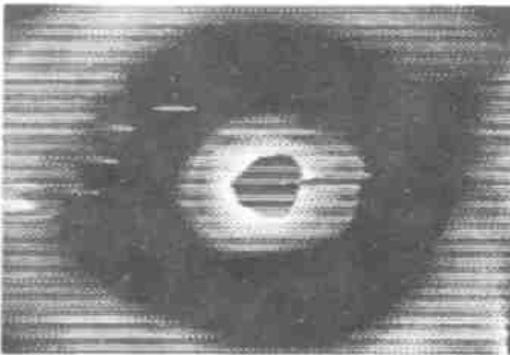


图8 带包络的相位分布图

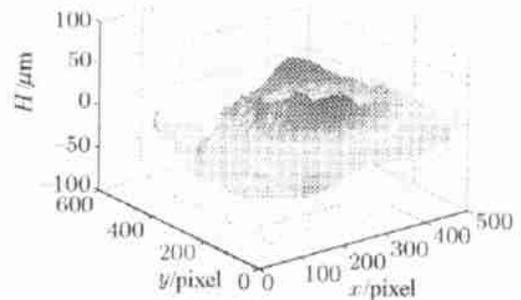


图9 表面高度分布图(激励频率 $f = 8\text{Hz}$)

本文只是计算了垂直振动激励振动频率 f 为 8Hz 某一时刻的水表面波的振幅.当连续采样时,我们可反演计算出连续变化的表面波振幅.另外本文只进行了一维情况的计算,对于二维情况,只要进行 X, Y 两方向的运算,即可实现.

6 结论

傅立叶变换莫尔法多用于对静止不动的漫反射的固体表面变形测量,但用于流体测量,只是测量大尺度的、变化极慢的情况,对于垂直上下振动的表面波的振幅测量,尚未见报道.传统的莫

尔等高线法需判别条纹符号, 确定条纹中心、条纹阶次, 同时只能确定两等高线上的数据, 两等高线间的数据则需要通过插值得到。由于傅立叶变换莫尔法不同于传统的莫尔等高线技术, 它完全摆脱了莫尔法中诸多困难。傅立叶变换莫尔法能够完全自动的区分物体形状的凸凹, 它不需要判别条纹阶次、确定条纹中心, 以及不需要对两等高线条纹间数据进行插值, 它给出的是图像中的每个像素点的位相信息。傅立叶变换莫尔法优于传统莫尔法, 它比传统的莫尔法具有更高的精度, 它通过在频率域中滤波, 完全摆脱了高次谐波及背景噪声的影响。

致谢: 在本课题中中科院力学研究所段俐副研究员、康琦研究员、高宇欣工程师对本实验上给予了大力的支持, 在此向他们表示诚挚的感谢。

参考文献:

- [1] Faraday M. On the forms and states assumed by fluids in contact with vibrating elastic surfaces [J]. Phil Trans R. Soc Lond, 1831, 121: 319- 340
- [2] Ciliberto S, Gollub J P. Chaotic mode competition in parametrically forced surface waves [J]. J. Fluid Mech, 1985, 158: 381- 398
- [3] Edwards W S, Fauce S. Patterns and quasipatterns in the Faraday experiment [J]. J. Fluid Mech, 1994, 278: 123- 148
- [4] Jiang L. Moderate and steep Faraday waves: instabilities, modulation and temporal asymmetries [J]. J. Fluid Mech, 1996, 329: 275- 307
- [5] 高宇欣, 鄂学全. 微幅振荡流体表面波图谱显示方法 [J]. 实验力学, 1998, 13(3).
- [6] H Philip Stahl. White-Light Phase-Measuring Interferometry [J]. Optical Testing and Metrology III Recent Advances in Industrial Optical Inspection. In: Proc SPIE, 1990, 1332(2): 720- 730
- [7] Anand K A. Moire methods using computer-generated [J]. Optical Engineering, 1993, 32(1): 107- 116
- [8] Xianzhu Zhang, Walter P North. Retroreflective grating analysis versus physical measurements of surface contour [J]. Opt Eng, 1998, 37(5): 1464- 1467
- [9] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. J. Opt Soc Am., 1982, 72(1): 156- 160
- [10] Macy W W Jr. Two-dimensional fringe-pattern analysis [J]. Appl Opt, 1983, 22(23): 3898- 3901
- [11] Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. Appl Opt, 1983, 22(24): 3977- 3982
- [12] Thomas Kreis. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method [J]. J. Opt Soc Am., 1986, 3(6): 847- 855
- [13] Morimoto Y, Seguchi Y, Higashi T. Moire Analysis of Strain by Fourier Transform [J]. JSM E International Journal, Series I, 1989, 32(4): 540- 546
- [14] Yamamoto K, Nomoto A, Yamashita H. Visualization of Pressure Distribution by Applying Moire Topography to Free-surface Water Table [M]. In: Flow Visualization II, Hemisphere, Washington, 1982, 669- 673
- [15] Yamamoto K, Nomoto A. Observation of the Switching Process in Wall Attachment Amplifier by Applying Inclined Grid Moire Topography to Water Table [M]. In: Flow Visualization III, Hemisphere, Washington, 1985, 316- 320

- [16] Yamamoto K, Kawamata S, Nomoto A. Visualization of surface wave inclined grid moire topography [D]. In: Proc of The 4th International Symposium on Flow Visualization, Paris, France, 1986 791-796
- [17] Grant I, Padilla I, Stewart N. Measurement Of Water Surface Elevation Using Moire Techniques [D]. In: Proceeding of the Eighth International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 1989, 2: 547- 552
- [18] Grant I, Padilla I, Stewart N. Application of Optical Techniques to Water Surface Measurement [D]. In: Proceeding of the Ninth International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 1990, 1: 27- 35

Fourier Transform Method for Measuring the Micro Amplitudes of Water Surface Waves

WANG Wei¹, NI Gang², E Xue-quan¹

(1. Institute of Mechanics Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China;

2 Beijing Institute of Aerodynamic, Beijing 100074, China)

Abstract: A non-contact optical technique, Fourier Transform method with a digital image processing technique is applied to measure the vibration amplitudes of the water surface wave generated in a vertical oscillating apparatus. It can obtain the depth information corresponding to each pixel point with high precision. This technique has higher accuracy than that of contact measurements, and offers a new way to measure the micro vibration amplitudes of the vertical water surface waves. In this research, first the grating images generated by a computer are directly projected by a projector onto a reference plane of the vertical oscillating apparatus, which is defined according to a liquid surface when the fluid of the vertical oscillating apparatus is stationary, i.e., $h(x, y) = 0$. Then, those grating images before and after deformation are captured by a CCD camera followed by a graphical processing board to store as digital grating images. After that, FTP is applied to process these grating image, and phase information is yield, which includes the vibration amplitudes of the water surface wave. Finally, the phase information is transformed by appropriate geometrical transform to the amplitude value.

Key words: water surface wave; Fourier transform method; image processing