

再入湍流尾迹及其对雷达散射的影响研究¹⁾

牛家玉 于 明

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 就高超声速再入体尾迹等离子体场而言, 为进行其亚密湍流雷达散射截面的理论分析, 提出了计算湍流尾迹脉动等离子体场强的理论模型及求解方法, 即在研究高超声速尾迹流动特征的基础上, 推导、使用包括化学组份浓度脉动强度的 $k-\varepsilon-g$ 湍流模型, 用以封闭高超声速粘性尾迹湍流运动时均控制方程组, 并用全隐式有限差分法求解, 算例小钝锥体的飞行条件为零攻角、 $M_\infty = 21.3$, $Re_{\infty D} = 1.33 \times 10^6$, $M_\infty = 20.5$, $Re_{\infty D} = 3.22 \times 10^5$, 计算结果得到了合理的参数分布; 考虑电磁波在上述等离子体介质中的传播, 以单电子多次散射模型——畸变波 Born 近似方法, 计算了湍流尾迹脉动等离子体雷达散射截面, 给出散射能 (RCS) 在不同极化状态下的分布, 分析了散射背景场脉动湍流对电磁波在其中传播的影响。

关键词 高超声速再入体, 湍流尾迹, 雷达散射截面, 电子密度脉动场强

前 言

在对再入飞行器的跟踪、识别方案研究中, 进行雷达回波信号分析是一项重要的技术手段。研究^[1]表明, 当电磁波在带电介质中传播时, 有效介电常数就会改变, 尤其是在等离子体跟随流体做湍流运动时, 会因等离子体的湍流脉动而引起折射指数 (对应介电常数) 振幅和相位的脉动, 因此而影响雷达回波信号 (能量) 的定量分析。进一步通过已有关于再入飞行器雷达探测信号分析^[2]的研究指出: 典型的再入钝锥体沿轨道飞行过程中, 探测雷达的回波能量主要来源于尾迹湍流亚密 (等离子体固有频率小于雷达发射波频率) 区域的散射。从理论上求解再入尾迹湍流等离子体雷达散射截面 (RCS) 较成熟的近似方法有 P.E. Bisping 的一阶畸变波 Born 近似方法^[3] (单电子多次散射)

$$\sigma_{u, D_B} = 4\pi r_e^2 \int_V \frac{\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} S(k) |\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{G}_0|^2 dV \quad (1)$$

在弱脉动条件下考虑单电子一次散射的一阶 Born 近似方法^[4]

$$\sigma_{u, D_B} = 4\pi r_e^2 \int_V \frac{\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} S(k) dV \quad (2)$$

式中 σ_{u, D_B} 为湍流亚密雷达散射截面 (RCS), r_e 为经典电子半径, $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle$ 为电子数密度脉动强度 (即 Δn_{e-} 的均方值), $S(k)$ 为湍流脉动的能谱函数, k 为自由空间波数, ν, ω 分别为电子碰撞频率及雷达工作 (圆) 频率, $\omega = 2\pi f$, f 为雷达发射波频率。

1999-03-22 收到第一稿, 1999-04-20 收到修改稿。

1) 谨以此文纪念郭永怀先生 90 周年诞辰。

式 (1) 中的 E_0, G_0 分别为入射电磁波在背景场中诱导的零次电场及其并矢 Green 函数。

由式 (1), (2) 明显看出再入湍流尾迹电子密度脉动强度、湍流能谱函数 (包含湍流涡运动大尺度 L 及小尺度 l) 以及散射场电子碰撞频率等参数决定着 RCS 量值的大小。

关于计算湍流尾迹 RCS 理论中的电子数密度脉动场量求解问题的研究可追溯到 60 年代, 早期的工作主要涉及理论分析及近似计算, 皆因难以准确处理高超声速湍流尾迹流动问题, 于是依两条途径发展了计算亚密湍流 RCS 值所需等离子体背景场参数的方法: 一是用雷诺平均场量代替脉动场强度量, 即常用假设 $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle = k \cdot n_{e-}^2(\bar{T})$, $k \leq 1$, 为此人们便致力于湍流尾迹平均场量的分析方法研究, 取得不少有意义的成果^[5~7]; 另一途径是试图直接提供湍流脉动场强度量, 即基于尾迹湍流场平均速度亏损和速度脉动的统计特性, 提出非平衡化学反应中的电子数密度脉动的随机模型^[8], 并对典型流动做了有启发性的分析, 由于在使用过程中难于选取恰当的数学模型, 且无相应的实验数据来检验, 故实际应用很少。

随着计算机技术的迅猛发展, 模拟湍流运动的数值研究有了长足发展, 但受计算机容量与速度限制, 特别是对于高速流动使用 N-S 方程直接数值模拟各级尺度的湍流尚有困难, 工程上多用湍流模式理论来解决各种具体问题。常用的模型方程有描写湍流涡粘性的零方程 (代数形式)、一方程和二方程以及应力输运方程等多种^[9]。在研究湍流燃烧火焰扩散、湍流与化学反应相互作用等问题时, 又发展了描写标量 (如化学反应组份浓度) 脉动的守恒方程, 从而得到湍流脉动对于流场参数影响的理论分析结果, 有些计算结果与相应的实验符合较好 (可见文^[10]及其有关参考文献等)。

关于再入体尾迹湍流等离子体散射场的脉动量求解方法与结果的研究迄今尚不多见, 先进国家通过建立大型地面模拟实验设备进行有关湍流量的试验测量研究^[11], 同时开展可能的数值解理论研究, 但多是不考虑化学反应的可压缩剪切流问题。

本文针对高超声速再入亚密湍流尾迹 RCS 的计算而研究尾迹湍流场的模拟问题, 试图提出计算化学非平衡再入湍流尾迹脉动等离子体场的理论方法, 进一步用文^[3]的畸变波 Born 近似方法计算 RCS, 分析湍流脉动对于 RCS 的影响效果。目前使用的亚密湍流 RCS 计算方法^[3,4]均以均匀、各向同性湍流为背景, 这正是充分发展了的湍流场, 为此本文便针对再入尾迹充分发展的湍流区域来建立模化方程: 首先假定不计尾迹中层流向湍流转捩过程, 认为转捩是在沿流向某位置突然发生的, 依据较成熟的半经验公式确定转捩位置; 另外关于湍流对化学反应的影响, 本文忽略反应速率的脉动, 用时均化的反应生成率来代替反应生成率的时均值。在这些前提下导出了适用于高超声速湍流尾迹的方程组, 即时均量方程加 $k-\varepsilon-g$ 模型方程^[12]。本文考虑零攻角再入飞行尾迹, 流场中电子主要密集在粘性内尾迹区, 故采用满足轴上对称、外缘无粘的边界层方程来描写尾迹流场。对典型再入体的典型轨道条件做了计算, 得到了有意义的结果。

在建立了 $k-\varepsilon-g$ 封闭模型的高超声速尾迹湍流运动方程组以后, 作者曾对湍流远尾迹做相似剖面假定而后导出了准一维计算方程组, 在赋予适当的初始条件后得到了湍流尾迹等离子体场定性合理的解。

当再入轨道较低时, 尾迹转捩位置离颈部位置较近, 即在近尾迹区内, 流动现象复杂, 且受上游身部及底部流动影响严重, 相似性假设不尽合理。为更准确地描述尾迹流场, 本文采用全隐式有限差分法求解 $k-\varepsilon-g$ 模型封闭的湍流尾迹方程组。就典型算例计算, 得到湍流尾迹沿流向轴上和径向流动参数分布, 结果与不可压缩轴对称尾迹^[13]和燃气喷流^[14]的相应计算作

比较, 各参数分布定性合理. 用此流场计算出的电子密度脉动强度, 在简化假定的湍流涡尺度条件下, 用文 [3] 方法计算了 RCS 在不同极化方向的扫描分布结果, 并做出湍流脉动对 RCS 影响的定性分析.

1 湍流尾迹理论模型及数值计算

1.1 理论模型

依照湍流模式理论, 首先通过雷诺平均, 将再入尾迹流动控制方程分解为时间平均项及以低阶相关表示的脉动效应项, 导出时均湍流方程组, 其通用形式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\varphi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr_\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j\varphi}) + S_\varphi \quad (3)$$

在各向同性条件下, 可用湍流涡粘性的概念将湍流扩散表示成

$$-\overline{\rho u_j\varphi} = \frac{\mu_t}{Pr_\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \quad (4)$$

由此可将式 (3) 写成

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\varphi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) + S_\varphi \quad (5)$$

式中, $\Gamma_\varphi = \mu_e/Pr_\varphi$, Pr_φ 代表对动量 (u)、能量 (H)、组份质量 (C_i)、湍能 (k) 及其耗散率 (ε) 以及组份浓度脉动强度 ($g = \langle C_e^2 \rangle$) 等各量的湍流输运系数; 有效粘性系数 $\mu_e = \mu + \mu_t$, 其中 μ 为分子粘性, μ_t 为湍流涡粘性, 选用不同的湍流模型 μ_t 的表达形式不同.

定常、轴对称的高超声速尾迹的湍流流动基本方程通用形式可由 (5) 式导得

$$\rho u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma_\varphi \cdot r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + S_\varphi \quad (6)$$

式中通用因变量 φ , 通用输运系数 Γ_φ 及源项 S_φ 代表的物理量示于表 1 中.

表 1 通用方程组
Table 1 General equations

Equations	φ	Γ_φ	S_φ
Continuity	1	0	
Momentum (x direction)	u	μ_e	$-\frac{dp}{dx}$
Enthalpy	h	μ_e/Pr	$u \frac{dp}{dx} + \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{Le-1}{Pr} \mu_e r \sum h_i \frac{\partial C_i}{\partial r} \right]$
Concentration of chemical species	C_i	$\mu_e Le/Pr$	\dot{w}_i
Turbulent energy	k	μ_e/Pr_k	$\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho \varepsilon$
Dissipation	ε	μ_e/Pr_ε	$\frac{\varepsilon}{k} \left[C_{\varepsilon 1} \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon \right]$
Concentration fluctuation intensity	g	μ_e/Pr_g	$C_{g1} \mu_t \left(\frac{\partial C_i}{\partial r} \right)^2 - C_{g2} \rho \frac{\varepsilon}{k} g$

1.2 计算方程

为便于分离变量求解方程式 (6), 我们引进 Von Mises 坐标变换

$$s = x, \quad \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial r} = \rho u r, \quad \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\rho v r, \quad \Psi \text{ 为流函数,}$$

则式 (6) 成为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{1}{\Psi} \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\frac{\mu_e}{Pr_\varphi} \frac{\rho u r^2}{\Psi} \frac{\partial \varphi}{\partial \Psi} \right) + S_\varphi \quad (7)$$

1.2.1 对于层流尾迹, 在我们算例使用的温度范围内用 Rayleigh(1899) 导出的近似公式确定分子粘性系数

$$\mu_e = \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^\omega, \quad \mu_T = 0,$$

$$Pr = \text{常数}, \quad Le = \text{常数}$$

1.2.2 当湍流尾迹不考虑脉动影响时, 即用零方程封闭模型时, 湍流涡粘性系数 μ_T 取为

$$\mu_T = \kappa \delta \rho_c (u_e - u_c)$$

近似取 $Pr = Pr_t = \text{常数}$, $Le = Le_t = \text{常数}$.

1.2.3 当湍流尾迹考虑脉动影响使用二方程 $k-\varepsilon$ 模式时, 湍流涡粘性系数为

$$\mu_t = C_{\mu 0} \rho \frac{k^2}{\varepsilon},$$

式中湍流动能 k , 湍能耗散率 ε 近似服从方程式 (4) 及 (5).

方程式 (6) 中的各输运系数及参数 $C_{e1}, C_{e2}, C_{g1}, C_{g2}, Pr_k, Pr_\varepsilon, Pr_g, Le_t$ 均取为适当的常数.

1.3 RCS 计算方法

根据 I.P. Shkarofsky 提出考虑湍流涡运动大、小尺度的波数谱函数, P.E. Bisbing^[3] 导出了近似计算雷达波在湍流亚密等离子体尾迹流场中的散射截面计算方法, 并提供出计算软件. 本文用前述算例流场参数进行了 RCS 计算.

2 计算结果及分析

2.1 流场计算结果

本文以半角 $\theta = 8^\circ$, 底直径 $D_B = 78.19 \times 10^{-2} \text{ m}$ 的小钝锥体零攻角在大气中飞行为例, 计算了在 (I) $M_\infty = 21.26$, $Re_{\infty D} = 1334000$ 及 (II) $M_\infty = 20.45$, $Re_{\infty D} = 322400$ 条件下的高超声速尾迹流场, 包括层流及湍流流动状态, 为比较脉动的影响, 还进行了不计脉动 ($k = 0$) 的零方程封闭模型的数值计算. 在所计算的湍流尾迹部分, 适当地给定初边值条件后解出了尾迹中心轴上和径向剖面上的各参数分布. 主要计算结果如下:

2.1.1 沿流向中心轴上流动参数变化 (以情况 I 为例)

自尾迹颈部向下游发展, 流动速度单调增长, 转捩点后很短距离内很快增长到 $u_c/u_e \approx 0.9$, 而后逐渐趋近于 1; 温度单调下降, 其降温速率与流速变化相同.

电子数密度单调减小, 转捩点后变化更快, 而后变化平缓 (图 1). 图中示出考虑脉动 ($k = k$) 比不计脉动 ($k = 0$) 时湍流场中电子数密度变化更陡峭, 且均在较近尾迹区变化迅速, 远尾迹区变化平缓, 约离锥体底部 50 倍底径处达到可忽略的程度.

湍动能 (图 2) 单调减少, 湍能耗散率 (图 3) 先增后减, 它们的变化规律与不可压平板二方程模型湍流计算结果定性一致; 电子组份浓度脉动能 (图 4) 呈递减变化, 亦在近尾迹区变化迅速, 远尾迹区变化缓慢.

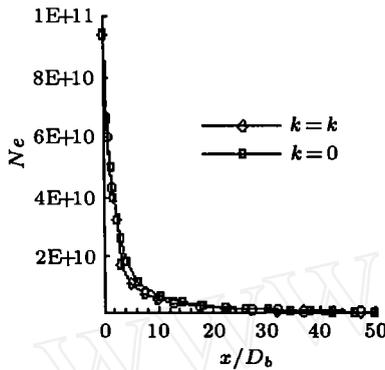


图 1 中心轴电子数密度

Fig.1 Electron number density in centerline

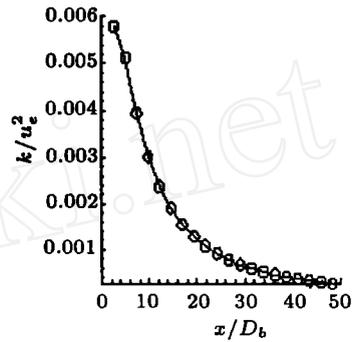


图 2 中心轴湍动能

Fig.2 Turbulent kinetic energy in centerline

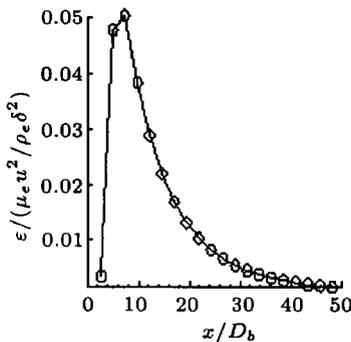


图 3 中心轴湍能耗散率

Fig.3 Dissipation in centerline

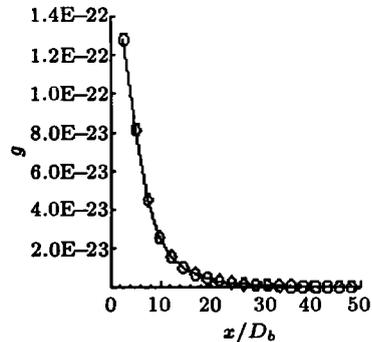


图 4 中心轴电子浓度脉动能

Fig.4 Mean square of the electron concentration fluctuation in centerline

2.1.2 沿尾迹径向剖面流动参数变化

电子数密度 (图 5) 自轴向到外缘单调变化.

湍动能 (图 6(a)), 电子组份浓度脉动强度 (图 7(a)) 均为非单调变化, 最大值出现在偏离中心轴一定距离处, 它们的变化规律分别与文 [13] 和文 [14] 所给结果 (图 6(b), 图 7(b)) 定性一致.

湍流剪应力 ($-\overline{\rho u'v'}$) 得到物理上合理分布结果, 与文 [13] 的结果定性相符.

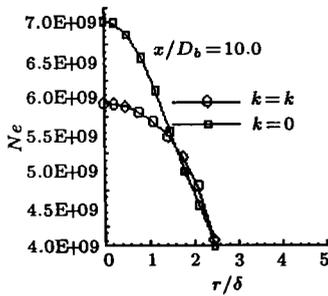


图 5 径向电子数密度
Fig.5 Electron number density along radius

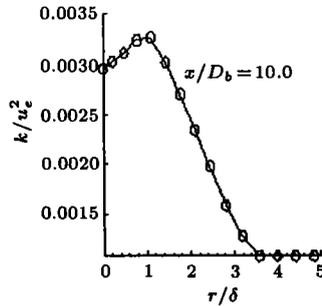


图 6(a) 径向脉动能
Fig.6(a) Turbulent kinetic energy along radius

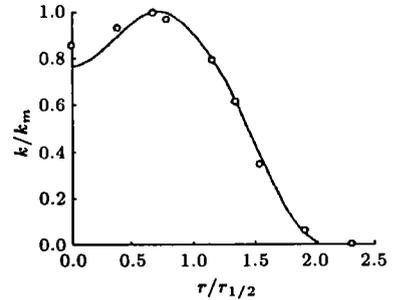


图 6(b) 归一化径向脉动能^[13]
Fig.6(b) Normalized turbulent kinetic energy along radius

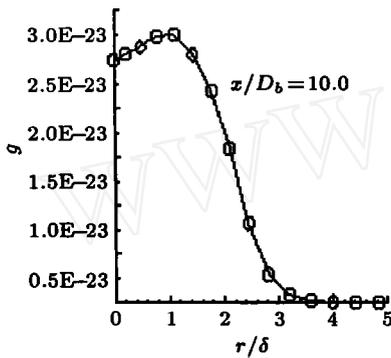


图 7(a) 径向电子组份浓度脉动
Fig.7(a) Mean square of the electron concentration fluctuation along radius

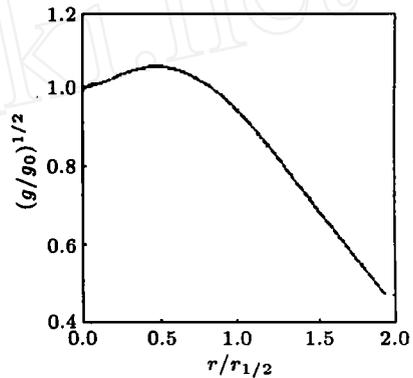


图 7(b) 归一化径向电子组份浓度脉动^[14]
Fig.7(b) Normalized mean square of electron concentration fluctuation along radius

算例 II 的计算结果与例 I 规律一致。

2.2 RCS 计算

根据上述数据用畸变波 Born 近似方法^[3]进行了飞行情况 I 的钝锥体湍流亚密尾迹 RCS 计算。依流向电子密度的变化速率，以 100 倍物体底径长度为间隔将尾迹流场分为三段，计算每一段等离子体圆柱在水平极化、横向极化、纵向极化状态下，工作频率为 300 MHz 的雷达散射截面 (RCS) 值随视角的变化关系。

以第二段等离子体柱结果为例，RCS 值随视角变化示于图 8(a), 8(b), 8(c) 中。图中曲线 k 表示考虑脉动影响的情况； k_1 表示以平均电子数密度平方值的 10% 代替电子数密度脉动强度 (即 $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle = 0.1n_{e-}^2$) 的情况； k_2 表示以平均电子数密度平方值代替电子数密度脉动强度 (即 $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle = n_{e-}^2$) 所得结果。

从以上结果可见：不同极化状态的 RCS 随视角呈振荡曲线变化；在水平极化及横向极化状态脉动影响差别较大，而在纵向极化状态差别甚小，但相对而言，当取 $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle = 0.1n_{e-}^2$ 后计算 RCS 时，结果脉动影响不大。

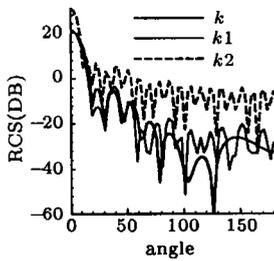


图 8(a) 第二段水平极化 RCS 值
Fig.8(a) Parallel polarized RCS
of 2nd station

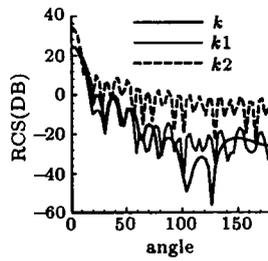


图 8(b) 第二段横向极化 RCS 值
Fig.8(b) Transverse polarized
RCS of 2nd station

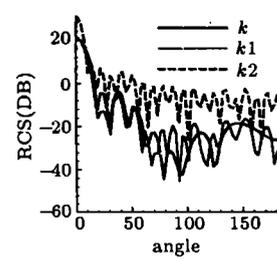


图 8(c) 第二段纵向极化 RCS 值
Fig.8(c) Parallel polarized RCS
of 2nd station

3 结 论

1) 沿流向尾迹轴上各参数(速度、温度、电子数密度、湍动能、湍能耗散率、电子组份浓度脉动等)及沿径向剖面各参数的分布规律,定性地符合物理流动状况。

2) 沿流向在转捩点后的较近距离内,湍流脉动对流动参数影响较大,而向下游发展,脉动的影响迅速减弱,使得计及脉动与不计脉动差别不大。

3) 从每一段散射背景流场(等离子体场)在不同极化状态下计算得到的 RCS 随视角变化关系来看,所得的散射效应与已有文献 [3] 中理论计算规律一致。

4) 就本文算例使用的物形、飞行条件而言,在适当地选取湍流运动尺度的条件下,用弱脉动假设(如设 $\langle \Delta n_e^2 \rangle = 0.1n_e^2$) 便可通过求解湍流时均等离子体场而近似得到工程所需的 RCS 理论预计值,从而避免了因求解脉动方程带来的复杂性。

5) 作者认为以下两方面的问题尚待进一步研究:一是对于不同物形再入体飞行条件,结论 4 的普适性如何;二是“适当”选取湍流尺度的规律性如何。

参 考 文 献

- 1 Tatarskii B E. Wave Propagation in a Turbulent Medium, 1961
- 2 Pippert G F. On the structure of wake turbulence deduced from field radar measurements. AIAA Paper 63-0446, 1963
- 3 Bisbing P E. Development of a computer model for scattering of electromagnetic waves by a turbulent wake. ADA-032662, 1976
- 4 Fernandez F L et al. Wake radar cross section of slender re-entry vehicles. BSD-TR-64-152, 1964
- 5 牛家玉, 许国斌等. 再入飞行器尾迹流场及其雷达散射效应研究. 空气动力学学报, 1996, 14(4) (Niu Jiayu, Xu Guobin et al. The study of wake flowfield and radar cross section of the reentry vehicle. *Acta Aerodynamica Sinica*, 1996, 14(4) (in Chinese))
- 6 Korkan K D et al. A unified theory to the two-dimensional and axisymmetric laminar, transition and turbulent wake process utilizing the integral technique, AIAA 77-708
- 7 Zeibeig S L et al. Finite-difference calculation of hypersonic wakes. *AIAA J*, 1964, 2(8)
- 8 Gibson W E. Stochastic model for turbulent, reacting wakes. *AIAA J*, 1966, 4(11)
- 9 是勋刚. 湍流. 天津大学出版社, 1994 (Shi Xungang. Turbulence. Tianjin University Press, 1994 (in Chinese))
- 10 Burr R F et al. Numerical modeling of compressible reacting turbulent shear layers. AIAA Paper 90-1463, 1990
- 11 Hayami R A. The application of light gas gun facilities for hypervelocity aerophysics research. AIAA Paper 92-3998, 1992

- 12 Lauder B E et al. *Mathematical Model of Turbulence*. London: Academic Press Inc. 1972
- 13 Lewellen W S et al. Application of turbulence model equations to axisymmetric wakes. AIAA Paper 73-648, 1973
- 14 Jensen D E et al. Prediction of rocket exhaust flame properties. *Combustion and Flame* (25), 1975

THE STUDY OF REENTRY TURBULENT WAKES AND ITS EFFECTS ON RADAR CROSS SECTION ¹⁾

Niu Jiayu Yu Ming

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract For analysis of radar cross section (RCS) of hypersonic underdense turbulent wake of reentry vehicles, a theoretical method for calculating the plasma fluctuation intensity is developed based on analysis of the characterization of the hypersonic wake flow. In the method k - ϵ - g turbulent model is adopted to complete Reynolds equation, in which the chemical component fluctuation intensity is taken into account. The governing equations are solved by fully implicit finite-difference schemes. For calculating RCS, the single-electron multiple-scattering model—distorted wave Born approximation is used. As an example the turbulent wake flow field and the RCS of a small blunt cone are computed in which $M_\infty = 21.3$ and 20.5 , $Re_{\infty D} = 1.33 \times 10^6$ and 3.22×10^5 . The present computational results are mainly as follows:

The characteristic parameters of flow field on the centerline and along radial direction in the wake, such as velocity, temperature, electron number density, turbulent energy, dissipation, electron concentration fluctuation intensity and so on, are obtained. The distributions of these calculated quantities are reasonable.

The effects of turbulent fluctuation on the flow field parameters are remarkable in a relatively short distance after the transition point, but become weaker quickly downstream so that they may be neglected in computation for the far wake.

The variations of RCS with sight angle in different region of the scattering background flow field, under various polarization states are given by the present work, which are consistent with previous theoretical analysis^[3].

The present calculated results have also shown that for the body shape and flying conditions used in this paper, after appropriately selected scale of turbulent eddy, the RCS can be approximately predicted based on the weak fluctuation hypothesis, i.e. $\langle \Delta n_{e-}^2 \rangle = 0.1n_{e-}^2$. By the method, the difficulty of solving the fluctuation equations can be circumvented.

Key words hypersonic reentry vehicle, turbulent wake, radar cross section (RCS), electron fluctuation intensity

Received 22 March 1999, revised 20 April 1999.

¹⁾ In memory of academician Kuo Yonghuai's 90 anniversary.