

文章编号:1000-0887(2003)07-0699-09

# 圆柱振荡绕流的三维不稳定性研究\*

陆夕云<sup>1,2</sup>, 凌国灿<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学 力学和机械工程系,合肥 230026;  
2. 中国科学院 力学研究所 非线性力学国家重点实验室,北京 100080)

(戴世强推荐)

**摘要:** 通过数值求解三维不可压缩 Navier-Stokes 方程,研究了振荡圆柱绕流的旋涡不稳定性. 研究表明,在一定的参数范围内,由于旋涡不稳定性,振荡流动由二维演化成三维流动,并沿圆柱轴向形成交错排列的三维涡结构. 数值计算合理地预测了三维涡结构的空失稳波长,并与实验测试值相符很好. 文中还进一步研究了圆柱的受力特性,通过求解 Morison 方程,计算了圆柱的阻力和惯性力特性,其计算结果与已有的实验数据相吻合.

**关键词:** Navier-Stokes 方程; Reynolds 数; Keulegan-Carpenter 数; Morison 方程  
**中图分类号:** 0351 **文献标识码:** A

## 引言

圆柱非定常绕流的研究具有重要的理论和工程研究意义. 对于圆柱振荡绕流,通常由两个无量纲参数控制,一是 Keulegan-Carpenter 数,定义为  $KC = U_m T / D$ , 另一是 Reynolds 数,定义为  $Re = U_m D / \nu$ , 这里  $U_m$ 、 $T$  分别表示振荡流动的最大速度和振荡周期,  $D (= 2R)$  为圆柱直径(即两倍半径  $R$ ),  $\nu$  为流体的运动粘性系数. 对于振荡流动,有时人们又常用频率参数(定义为  $\omega = D^2 / (\nu T) = Re / KC$ ) 取代 Reynolds 数作为主控无量纲参数,它反映了  $Re$  数与  $KC$  数之比. 在本文的研究中,将采用  $KC$  数和频率参数  $\omega$  作为两个无量纲主控参数.

关于绕三维圆柱的振荡流动问题,在 Honji (1981)<sup>[1]</sup>和 Sarpkaya (1986)<sup>[2]</sup>的实验研究中发现,在一定的参数范围内,二维流动将会失稳,并演化成三维流场结构,这种失稳是一类三维旋涡不稳定(即 vortical instability)现象. 由于是 Honji 首次实验描述这种三维不稳定流动现象,后来 Sarpkaya 也称之为“Honji 不稳定”(即 Honji instability). Honji 实验研究了  $KC = 1.2 \sim 1.4$ ,  $\omega = 50 \sim 800$  时圆柱振荡绕流问题. 研究发现,在一定的参数范围内,振荡流动将演化成三维流动,在圆柱两侧形成沿圆柱轴向等间距交错排列的三维涡结构.

根据 Honji 的实验观测和分析,这类流动失稳并形成三维流场结构是由离心不稳定性(即 Centrifugal-type instability)导致. 因此, Hall (1984)<sup>[3]</sup>假设这一流动失稳机制为 Taylor-Görtler 失

\* 收稿日期: 2002-01-27; 修订日期: 2003-03-18

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(10125210); 中国科学院“百人计划”资助项目; 中国科学院知识创新工程资助项目(KICX-SW-L04); 教育部“跨世纪优秀人才培养计划”资助项目

作者简介: 陆夕云(1963—), 教授, 江苏人, 系主任, 博士(E-mail: xlu@ustc.edu.cn).

稳机制,针对很大  $Re$  数和很小  $KC$  数的极限情况,采用摄动方法和线性稳定性分析研究了圆柱振荡绕流的三维不稳定性,并分析给出了沿圆柱轴向三维涡结构的失稳波长与  $Re$  数之间的关系。Hara 和 Mei (1990)<sup>[4]</sup>也开展过类似的关于离心不稳定性的线性稳定性分析,他们主要研究了周期性波形壁上振荡流动所形成的三维流场结构。事实上,这两个问题所得到的线性稳定性分析结果是一致的。最近 Zhang 和 Dalton (1999)<sup>[5]</sup>也数值研究了圆柱振荡绕流的问题,但他们仅针对  $Re = 196$  时的圆柱振荡绕流特性开展了相关的研究,并没有给出在不同  $Re$  数和  $KC$  数下一个较完整的数值研究(这里指对应于 Honji 实验研究的参数范围)。另外,当  $Re$  数和  $KC$  数增加时,圆柱振荡绕流将演化成湍流流动,这一现象在 Sarpkaya (1986)<sup>[2]</sup>的实验研究中也得以证实。基于 Sarpkaya 的这一实验研究,本文作者 LU Xi-yun 等人 (1997)<sup>[6]</sup>也采用湍流大涡模拟方法研究了较大  $Re$  数和  $KC$  数范围内三维圆柱振荡湍流绕流问题,着重研究了圆柱的受力特性。尽管关于圆柱振荡绕流的三维不稳定性已有实验观测和理论预示,但 Hall 的实验研究也仅仅是定性的流动观测,同时 Hall 的理论预示是基于线性稳定性分析,所预测的沿圆柱展向的失稳波长与实验观测有较大的偏差。另一方面,关于这一问题的数值研究还不完全,尤其是在一定的  $Re$  数和  $KC$  数范围内从二维到三维失稳的发展演化过程的计算研究,所以本文将采用数值手段研究圆柱振荡绕流的三维不稳定性。

本文通过数值求解了三维原始变量形式的 Navier-Stokes 方程,研究了圆柱振荡绕流的三维不稳定性及其三维流场结构。在数值计算中,时间项采用分裂步法离散;空间导数采用谱方法和差分法离散求解,即圆柱的周向和轴向采用谱方法离散、在径向采用差分法离散。文中计算参数为  $KC = 1 \sim 3.2$ ,  $Re = 100 \sim 600$ 。研究表明,由于旋涡不稳定性,振荡流场由二维演化成三维流动,并沿圆柱轴向形成交错排列的三维涡结构。本文还进一步研究了圆柱的受力特性,通过求解 Morison 方程,计算了圆柱的阻力和惯性力特性。

## 1 控制方程

数值求解的控制方程是三维原始变量形式的 Navier-Stokes 方程,本文采用圆柱半径  $R$ 、最大振荡流动速度  $U_m$  和振荡周期  $T$  作为长度、速度和时间尺度对控制方程进行无量纲化。无量纲化后的三维原始变量形式的 Navier-Stokes 方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2KC} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{V}) \times \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{2}{Re} \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

这里  $\mathbf{v}$  是无量纲速度矢量,  $p$  是无量纲压力头,定义为  $p = 2p' / (\rho U_m^2) + \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} / U_m^2$ , 和  $p'$  为流体的压力和密度,  $t$  是无量纲时间。方程(2)中的无量纲参数  $KC$  数和  $Re$  数的定义与引言中一致。本文采用柱坐标系下的方程形式进行数值求解。

在本文数值计算中,坐标系固联在圆柱上,初始速度场处处为零,振荡流动从静止开始。在圆柱表面速度采用无滑移、无穿透边界条件。远场边界的速度取 Neumann 条件,同时远场边界取得足够远,以致对计算结果的影响可以忽略,这在 Lu Xi-yun 等人 (1996, 1997)<sup>[6~8]</sup>和 Lu Xi-yun (2002)<sup>[9]</sup>的研究中已有相关的计算验证。此外,在圆柱的周向和轴向取周期性边界条件。

## 2 数值方法

在控制方程(2)中,时间项的离散采用二阶精度的分裂步法求解。首先略去压力项的影

响,对流项和粘性项分别采用二阶精度的 Adams-Bashforth 和 Crank-Nicolson 格式离散,从而求出中间速度 ( $\mathbf{v}$ ),其形式可写成

$$\frac{1}{2KC} \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}^n}{t} = -\frac{1}{2} (3\mathbf{N}^n - \mathbf{N}^{n-1}) + \frac{1}{2} \mathbf{L}^n, \quad (3)$$

这里上标表示时间步,  $\mathbf{N}$  和  $\mathbf{L}$  分别代表对流项和粘性项. 求出中间速度 ( $\mathbf{v}$ ) 后,进一步考虑压力项的影响,通过压力修正,得到另一个中间速度 ( $\tilde{\mathbf{v}}$ ),其计算形式为

$$\frac{1}{2KC} \frac{\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v}}{t} = -\nabla \cdot \mathbf{v}^{n+1/2}. \quad (4)$$

最后,新时间步 ( $n+1$ ) 层次的速度可以通过如下形式求得

$$\frac{1}{2KC} \frac{\mathbf{v}^{n+1} - \tilde{\mathbf{v}}}{t} = \frac{1}{2} \mathbf{L}^{n+1}. \quad (5)$$

为了求出压力头,并保证新时间步 ( $n+1$ ) 层次的速度场满足连续方程(1),对方程(5)取散度,得到如下关系

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} = 0, \quad (6)$$

然后对方程(4)取散度,并应用方程(6)的条件,得到

$$\nabla^2 \mathbf{v}^{n+1/2} = \frac{1}{2KC} \frac{\nabla \cdot \mathbf{v}}{t}. \quad (7)$$

由此压力头  $\mathbf{v}^{n+1/2}$  可以通过求解方程(7)得出,之后基于方程(4)和(5),可以求出  $\tilde{\mathbf{v}}$  和  $\mathbf{v}^{n+1}$ . 应当指出的是,在求解两个中间速度  $\mathbf{v}$  和  $\tilde{\mathbf{v}}$  时,不需要任何速度边界条件,只有在求解新时间步 ( $n+1$ ) 层次的速度时,应用速度边界条件.

在采用分裂步法求解 Navier-Stokes 方程时,需要补充一个压力边界条件. 为了有效地控制计算误差,基于 Karniadakis 等人(1992)<sup>[10]</sup>的分析,在固壁上的压力边界条件取成如下形式

$$\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{2}{Re} \mathbf{n} \cdot \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}), \quad (8)$$

这里  $\mathbf{n}$  表示圆柱壁面的单位法向矢量.

关于空间导数的离散,沿圆柱的周向和轴向的空间导数采用谱方法离散,沿径向采用差分法离散. 为了在圆柱壁面附近有足够的分辨率,沿圆柱径向采用伸缩变换. 上述空间导数的离散形式以及沿径向的伸缩变换关系,在 Lu Xi-yun 等人(1996,1997)<sup>[6~8]</sup>和 Lu Xi-yun(2002)<sup>[9]</sup>的研究中已有较详细的描述和相关的计算验证.

### 3 圆柱受力特性计算

圆柱上的作用力由压力和剪切力两部分贡献组成. 对于圆柱振荡绕流,作用圆柱上的流内力 (inline force) 和横向力 (transverse force) 的表达式可以写成

$$C_I = -\frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \int_0^2 (p \cos \theta + \frac{2}{Re} \tau_z \sin \theta)_{r=1} d\theta dz, \quad (9)$$

$$C_T = -\frac{1}{L_z} \int_0^{L_z} \int_0^2 (p \sin \theta - \frac{2}{Re} \tau_z \cos \theta)_{r=1} d\theta dz. \quad (10)$$

这里  $C_I$  和  $C_T$  分别表示流向力和横向力的系数,  $L_z$  是圆柱的轴向长度,  $p$  和  $\tau_z$  表示压力和轴向涡量. 关于振荡流动,在 Morison 方程中的阻力和惯性力系数(分别表示为  $C_D$  和  $C_M$ )可以通过 Fourier 积分的方法求得. 对于谐振振荡流动,无量纲的 Morison 方程可写为

$$C_F = C_D \sin^2 \theta / \sin^2 \theta + C_M \frac{2}{KC} \cos^2 \theta, \quad (11)$$

这里  $C_F$  表示作用在圆柱上的流体作用力,由方程(9)和(10)求得. 为求解方程(11),在其两侧分别乘以  $\sin$  和  $\cos$  并积分,可得

$$C_M = \frac{KC^2}{3} \int_0^{\pi} C_F \cos d \cdot \quad (12)$$

$$C_D = \frac{3}{8} \int_0^{\pi} C_F \sin d \cdot \quad (13)$$

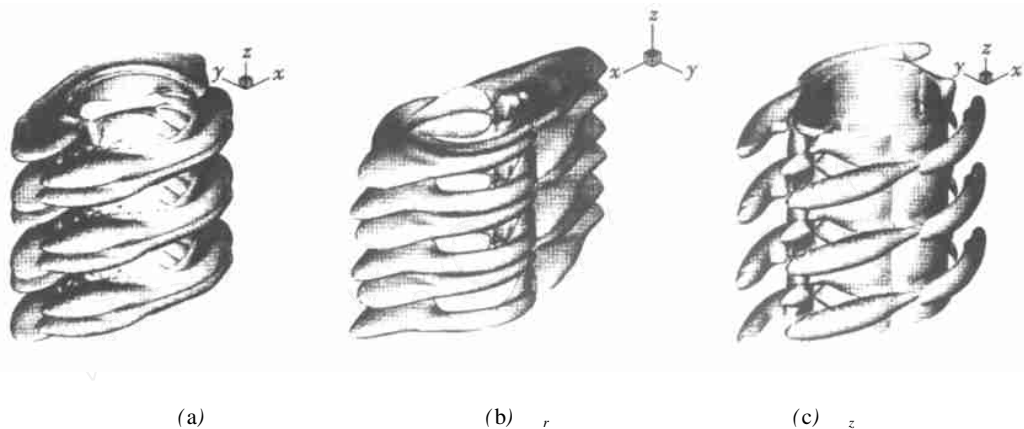


图1 涡量分量的三维等值面 ( $t = 40T, KC = 2, \quad = 300, L_z = 4$ )

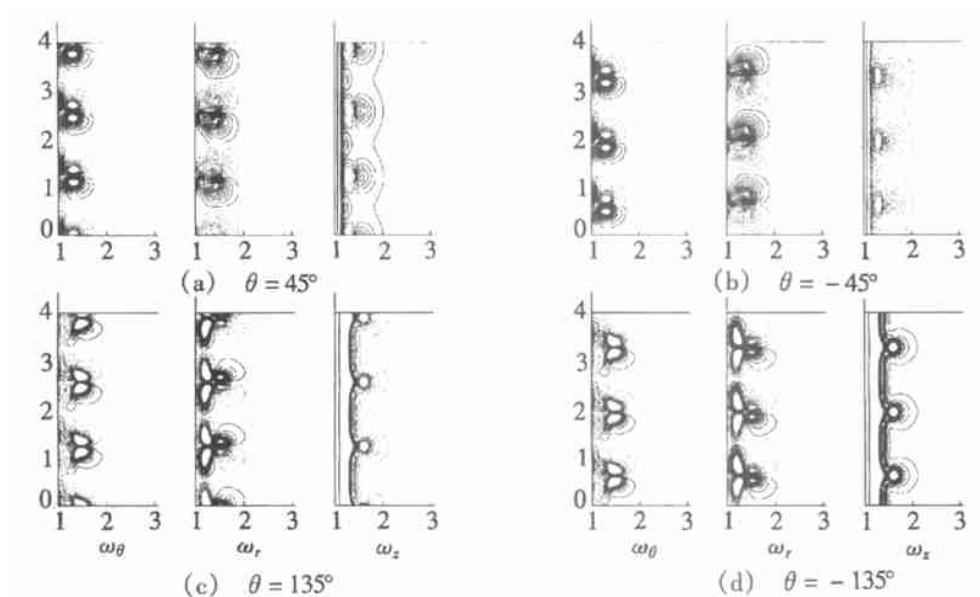


图2 在  $r-z$  平面上涡量的等值线 ( $t = 40T, KC = 2, \quad = 300, L_z = 4$ )

### 4 计算结果和讨论

在本文的计算中,沿圆柱径向的计算域为  $30R$ ,沿圆柱的周向( $\theta$ )和径向( $r$ )网格数分别为  $129 \times 101$ . 沿圆柱轴向( $z$ )的网格数取决于沿轴向的计算区域(即  $L_z$ )大小,当  $4 \leq L_z < 6$  时网格数取为 32;当  $7 \leq L_z < 9$  时的网格数为 64;当  $L_z \geq 10$  时网格数为 96. 计算的时间步长为 0.000 5. 通过计算验证,在上述的计算网格和时间步长下,进一步增加计算网格或减小时间步长对计算结果的影响可以忽略,即计算结果不依赖于计算的网格和时间步长.

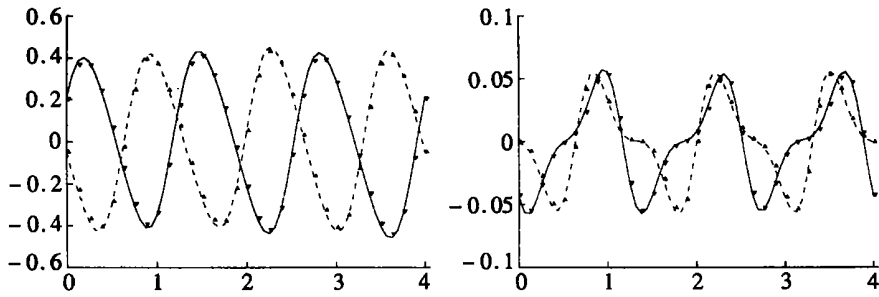
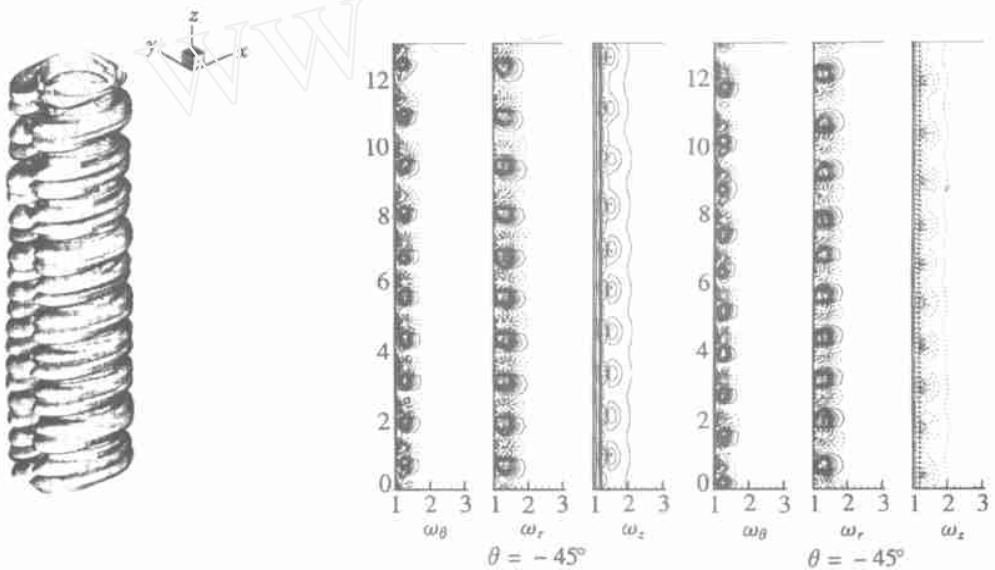


图3 周向和径向涡分量沿轴向分布

( $t = 40T$ ,  $r = 1.05$ ,  $\theta = 135^\circ$ 实线),  $\theta = -135^\circ$ 虚线);  
 符号:沿轴向计算网格为 32,实线和虚线:沿轴向计算网格为 64)



( $t = 40T$ ,  $\theta = \pm 45^\circ$ ,  $KC = 2$ ,  $N_z = 200$ ,  $L_z = 13$ )

(a) 周向涡量 ( $\omega_\theta$ ) 的三维等值面 (b) 在  $r-z$  平面上涡量的等值线

图 4

由于本文主要通过数值求解三维不可压缩 Navier-Stokes 方程来研究振荡圆柱绕流的旋涡不稳定性,这里初始条件的选取,以及沿轴向计算区域大小的选取直接影响计算结果的可靠性.在本文数值计算中,坐标系固联于圆柱上,振荡流动从静止开始,所以初始速度场处处为零.同时,为了有效地数值模拟振荡圆柱绕流的旋涡不稳定性,仅在计算的初始时刻,在圆柱近壁面的两层网格上迭加一个速度散度为零的随机扰动速度场,并保证最大的速度分量值不大于  $10^{-4}$ .这个初始随机扰动速度场的选取,一方面是为了加快振荡圆柱绕流中旋涡不稳定性的形成,另一方面也是为了保证由于旋涡不稳定性所形成的三维涡结构的波长不受初始扰动的影响,从而合理地预测沿圆柱轴向涡结构的失稳波长.此外,关于沿轴向计算区域大小的选取对计算结果的影响,在本文中有进一步的讨论.下面将针对一些典型算例进行讨论三维流场结构、轴向涡结构的失稳波长,以及圆柱的受力特性等.

首先研究由于旋涡不稳定性所导致的三维流场结构.图 1 给出了计算参数为  $KC = 2$ 、

= 300、 $L_z = 4$  在  $t = 40 T$  (这里  $T$  表示振荡周期) 时涡量分量的三维等值面, 同时图 2 中还给出了对应的几个不同剖面(即沿  $\theta = \pm 45^\circ$  和  $\pm 135^\circ$  的  $r-z$  平面)上的涡量等值线. 图 1 中给出的周向涡量分量的三维等值面可以看出, 沿圆柱轴向形成三对涡结构, 每对涡结构是旋转方向相反涡对(参见图 2), 沿轴向的这三对涡结构是准周期性的空间结构. 由于沿圆柱轴向计算区域为  $L_z = 4$ , 所以沿轴向准周期性涡结构的波长, 即  $\lambda/(2R)$ , 约为 0.667. 图 1 中所显示的三维流场结构与 Honji<sup>[1]</sup> 的实验观测相符很好. 图 1 中还显示了径向和轴向涡量分量的三维等值面, 图 2 中也给出了对应的二维剖面的等值线, 也可以清晰地显示沿轴向的三对涡结构. 另外, 在图 2 中比较对应

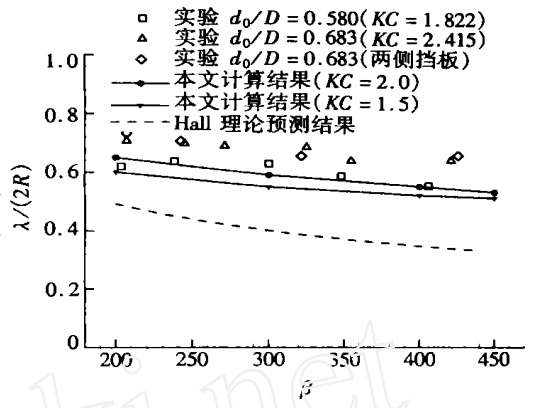


图 5 三维涡结构的波长  $\lambda/(2R)$  随  $\beta$  的变化曲线, 以及实验结果 (Honji 1981)<sup>[1]</sup> 和理论预测结果 (Hall 1984)<sup>[3]</sup>

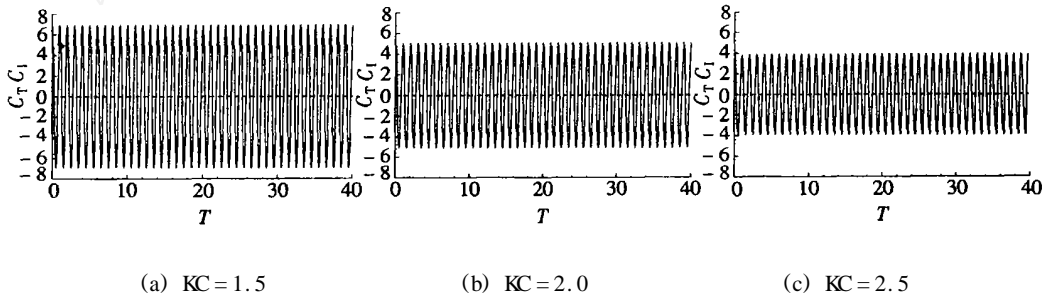


图 6 流向力和横向力系数随时间的变化曲线 ( $\beta = 200, L_z = 4$ )

于  $\theta = 45^\circ$  和  $-45^\circ$  或  $\theta = 135^\circ$  和  $-135^\circ$  两个剖面上的涡结构, 可以发现在圆柱两侧沿轴向所形成的涡结构是交错排列的, 这也是在 Honji 的实验观测中也得以证实. 所以, 由图 1 和图 2 所显示的流场结构表明, 由于旋涡不稳定性, 沿圆柱轴向形成交错排列的三维涡结构.

图 3 给出了周向和径向涡分量沿圆柱轴向的分布. 比较沿  $\theta = 135^\circ$  和  $-135^\circ$  变化曲线, 清楚地表明这两者之间存在一个空间的相位变化, 它对应于图 1 和图 2 中的交错涡结构. 另外, 为了验证计算网格对计算结果的影响, 图 3 中还给出了两组不同网格数的计算结果比较, 二者吻合很好. 这也表明, 本文的计算网格数是合理的, 计算结果不依赖于计算网格.

文中进一步验证了沿圆柱轴向计算区域的大小对计算结果的影响. 图 4 给出了  $t = 40 T$  时周向涡量的三维等值面, 以及在  $r-z$  平面(对应于  $\theta = \pm 45^\circ$ ) 上的涡量等值线, 其计算参数为  $KC = 2$ 、 $\beta = 200$ 、 $L_z = 13$ . 由于圆柱的轴向区域增大, 沿轴向形成了十对空间交错的涡结构, 这时沿圆柱轴向准周期涡结构的波长  $\lambda/(2R)$  为 0.65.

在本文计算中, 由于沿圆柱的轴向取周期性边界条件, 由图 1 和图 4 可知, 所形成的三维涡结构与沿轴向计算区域的大小密切相关. 所以, 轴向计算区域的大小直接关系到能否合理地预测轴向准周期性三维涡结构的波长  $\lambda/(2R)$ . 为了验证轴向计算区域的大小对计算结果的影响, 作为一个典型算例, 其参数为  $KC = 2$  和  $\beta = 300$ , 表 1 给出了不同  $L_z$  时, 沿圆柱轴向所形成的涡对数目, 以及对应的空间波长  $\lambda/(2R)$ . 为了较合理地计算预测沿圆柱轴向的空间失稳波长. 在本文的计算中, 将不同  $L_z$  所计算得到的空间波长  $\lambda/(2R)$  平均作为数值

预测的空间失稳波长。所以在表1中给出了相应的平均值约为0.59,这与 Honji 的实验预测值基本一致。基于本文的大量计算预测,图5给出了对应于  $KC = 1.5$  和  $2$  时空间失稳波长随的变化曲线,图中同时还给出了 Honji 的实验预测值和 Hall 的理论分析解。图5表明,本文的计算结果与实验测试值相符很好,而 Hall 的理论分析解与本文的计算结果和实验测试值有较大偏差,但计算、实验和理论三者所预测的空间失稳波长随的变化趋势是一致的。这些计算结果也表明,本文的计算可以合理地预测沿圆柱轴向涡结构的空间失稳波长。

表1 圆柱沿轴向不同计算域 ( $L_z$ ) 大小对流场结构的影响 ( $KC = 2, \Omega = 300$ )

$L_z$	4	6	7	8	10	12	13	- -
$S_p$	3	5	6	7	9	11	11	- -
$\lambda / (2R)$	0.67	0.60	0.58	0.57	0.56	0.55	0.59	0.59 *

这里  $S_p$  表示沿圆柱轴向涡结构的数目,  $\lambda / (2R)$  是沿圆柱轴向准周期性涡结构的波长,最后一列带 \* 数值表示  $\lambda / (2R)$  的平均值。

表2 阻力和惯性力系数 ( $\Omega = 200$ )

KC	$C_D$ (CAL)	$C_D$ (EXP)	$C_M$ (CAL)	$C_M$ (EXP)
1.0	2.18	/	2.19	/
1.5	1.83	/	2.15	/
2.0	1.52	1.70	2.11	2.15
2.5	1.25	/	2.07	/
2.6	1.22	1.30	2.06	2.08
3.0	1.19	/	2.04	/
3.2	1.18	1.25	2.04	2.05

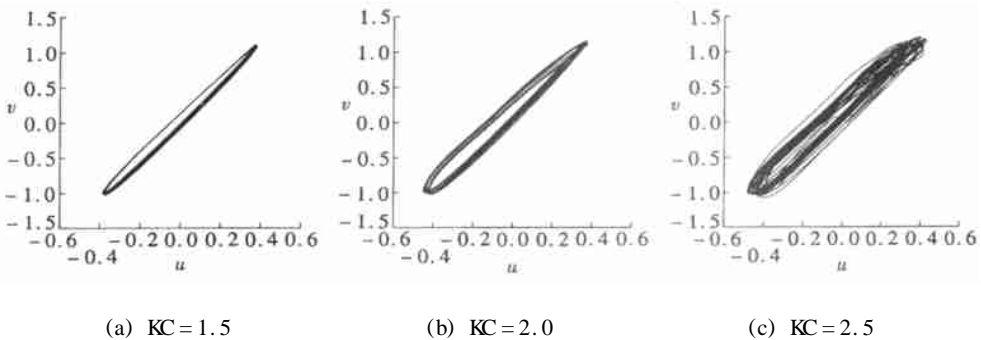


图7 流场点 ( $\theta = \pi/4, z = L_z/4, r = 1.5$ ) 的速度相图 ( $\Omega = 300, L_z = 4$ )

这里  $u$  和  $v$  分别表示径向和周向速度分量)

图6给出了  $\Omega = 200, L_z = 4, KC = 1.5, 2.0$  和  $2.5$  时流向力和横向力系数随时间的变化曲线。由于惯性效力,对应于  $KC = 1.5$  的横向力系数的幅值较大,而  $KC = 2.5$  的横向力系数的幅值较小。通过求解 Morison 方程(11),可以得出相应的阻力和惯性力系数。在表2中给出了  $\Omega = 200$  时不同  $KC$  数下阻力和惯性力系数,同时表中还列出了对应的实验值(Bearman 等人)<sup>[11]</sup>, 本文的计算结果与实验值相符很好。

对于较高  $\Omega$  和  $KC$  数的振荡流动问题,在圆柱尾迹区可能会出现湍流流动,这在 Sarpkaya<sup>[2]</sup> 的实验研究也得以证实,同时 Lu Xi-yun 等人(1997)<sup>[6]</sup> 采用湍流大涡模拟方法也进行了相关的研究。为了研究振荡流动特性随  $\Omega$  和  $KC$  数的变化,图7(计算参数为  $\Omega = 300, L_z = 4,$

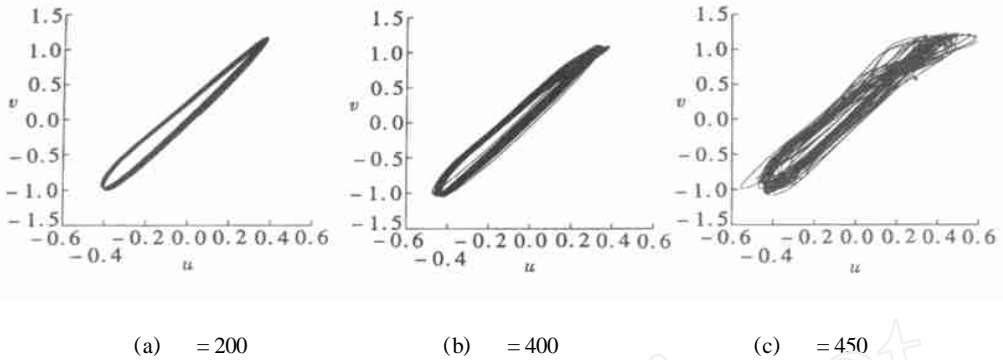


图8 流场点 ( $\alpha = \pi/4, z = L_z/4, r = 1.5$ ) 的速度相图 ( $KC = 2.0, L_z = 4$ )

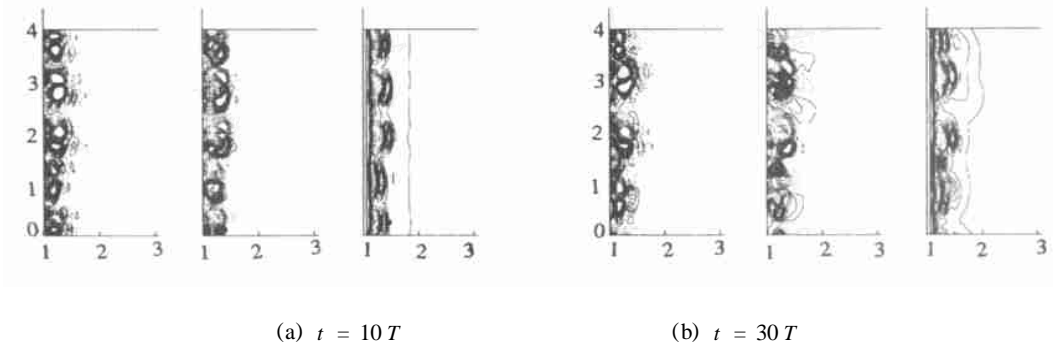


图9 在  $r-z$  平面上涡量的等值线 ( $\alpha = 45^\circ, \beta = 600, KC = 2, L_z = 4$ )

$KC = 1.5, 2.0$  和  $2.5$ ) 和图8(计算参数为  $KC = 2.0, L_z = 4, \beta = 200, 400$  和  $450$ ) 分别给出了径向和周向速度分量在速度相平面上的变化。在小  $\beta$  和  $KC$  数时,速度呈现周期性变化,如图7(a)和图8(a)所示;当  $\beta$  和  $KC$  数增加时,速度将呈现准周期性变化,如图7(c)和图8(c)所示。为了进一步显示流场结构的演化,图9给出了  $r-z$  平面(沿  $\alpha = 45^\circ$ ) 内的涡量等值线(计算参数为  $\beta = 600, KC = 2, L_z = 4$ )。在  $t = 10T$  时,沿轴向形成五对较规则的涡结构;而在  $t = 30T$  时,流场则演变成不规则的旋涡结构。所以,随着  $KC$  数的增加(如图7),以及随着  $\beta$  数的增加(如图8),流动特性将由周期性特性向准周期性演化;如果  $\beta$  和  $KC$  数进一步增加,正如 Sarpkaya 的实验研究和 Lu 等人的数值模拟所证实的,圆柱尾迹会出现湍流流动。

## 5 结 论

本文通过数值求解三维不可压缩 Navier-Stokes 方程研究了振荡圆柱绕流的旋涡不稳定性及其三维流场结构。在数值计算中,时间项采用分裂步法离散;空间导数采用谱方法和差分法离散求解,即圆柱的周向和轴向采用谱方法离散、在径向采用差分法离散。研究表明,由于旋涡不稳定性,振荡流动由二维演化成三维流动,并形成沿圆柱轴向交错排列的三维涡结构。基于本文数值研究所预测的空间失稳波长,与实验测试值相符很好,并与理论所预示的空间失稳波长随  $\beta$  的变化趋势是一致的。文中还进一步研究了圆柱的受力特性,通过求解 Morison 方程,计算了圆柱的阻力和惯性力特性,其计算结果与已有的实验数据吻合很好。

## [参 考 文 献]

- [1] Honji H. Streaked flow around an oscillating circular cylinder[J]. J Fluid Mech, 1981, **107**: 509—520.



- [2] Sarpkaya T. Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers[J]. *J Fluid Mech*, 1986, **165**:61—71.
- [3] Hall P. On the stability of the unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid[J]. *J Fluid Mech*, 1984, **146**:347—367.
- [4] Hara T, Mei C C. Centrifugal instability of an oscillatory flow over periodic ripples[J]. *J Fluid Mech*, 1990, **217**:1—32.
- [5] Zhang J F, Dalton C. The onset of three-dimensionality in an oscillating flow past a fixed circular cylinder[J]. *Int J Numer Methods Fluids*, 1999, **30**:19—42.
- [6] LU Xi-yun, Dalton C, Zhang J. Application of large eddy simulation to an oscillating flow past a circular cylinder[J]. *ASME J Fluids Engng*, 1997, **119**:519—525.
- [7] LU Xi-yun, Dalton C. Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder[J]. *J Fluids Structures*, 1996, **10**(5):527—541.
- [8] LU Xi-yun, Sato J. A numerical study of flow past a rotationally oscillating circular cylinder[J]. *J Fluids Structures*, 1996, **10**(8):829—849.
- [9] LU Xi-yun. Numerical study of the flow behind a rotary oscillating circular cylinder[J]. *Int J Comput Fluid Dynamics*, 2002, **16**:65—82.
- [10] Karniadakis G E, Triantafyllou G S. Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects[J]. *J Fluid Mech*, 1992, **238**:1—30.
- [11] Bearman P W, Downie M J, Graham J M R, et al. Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter number[J]. *J Fluid Mech*, 1985, **154**:337—356.

## Three-Dimensional Instability of an Oscillating Viscous Flow Past a Circular Cylinder

LU Xi-yun<sup>1</sup>, LING Guo-can<sup>2</sup>

(1. Department of Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P. R. China)

**Abstract**: A systematically numerical study of the sinusoidally oscillating viscous flow around a circular cylinder was performed to investigate vortical instability by solving the three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations. The transition from two- to three-dimensional flow structures along the axial direction due to the vortical instability appears, and the three-dimensional structures lie alternatively on the two sides of the cylinder. Numerical study has been taken for the Keulegan-Carpenter (KC) numbers from 1 to 3.2 and frequency parameters from 100 to 600. The force behaviors are also studied by solving the Morison equation. Calculated results agree well with experimental data and theoretical prediction.

**Key words**: Navier-Stokes equation; Reynolds number; Keulegan-Carpenter number; Morison equation