复 合 材 料 学 报　　第 20 卷　第 5 期　　10 月　2003 年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA　　Vol. 20　No. 5　October　2003

文章编号: 1000-3851(2003)05-0095-05

复合材料空心飞轮多环套装整体变形及应力简化精细分析

秦　勇[1], 夏源明[2], 毛天祥[3]

(1. 中国科学技术大学 力学与机械工程系, 合肥 230027,
2. 中国科学院 中国科学技术大学材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027; 3. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘　要: 采用多环过盈装配是解决复合材料飞轮径向强度过低的有效途径之一。本文作者采用平面应力简化模型, 提出了计及过盈配合后变形导致实际过盈量增大计算飞轮套装后的初终应力分布的方法; 提出了基于叠加原理计算多环过盈装配旋转飞轮应力的方法; 提出了保证飞轮旋转时配合界面不脱离的相关临界转速的概念和计算方法。算例分析表明: 过盈配合后的变形对初终应力的影响不能忽略; 过盈量和套装环数与飞轮的初终应力和相关临界转速有密切的关系。

关键词: 复合材料飞轮; 过盈量; 径向强度; 相关临界转速

中图分类号: TK512; TB330.1　　**文献标识码**: A

SIMPLIFIED AND FINE ANALYSES OF THE FULL DEFORMATION AND STRESS OF PRESSFIT OF THE HOLLOW MULTI-RING COMPOSITE FLYWHEEL

QIN Yong[1], XIA Yuanming[2], MAO Tianxiang[3]

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;
2. Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, USTC, ASC, Hefei 230027, China;
3. Institute of Mechanics, Academy of Science of China, Beijing 100080, China)

Abstract: Multi-ring pressfit is one effective way of solving the problem that the radial strength of composite flywheel is too low. A simplified model about the plane stress is adopted in this paper. Considering the increase of actual misfit in the pressfit, a method of calculating the stress of the multi-ring flywheel subjected to misfit is proposed. Based on the theory of stack, an approach of calculating the stress of the multi-ring flywheel subjected to centrifugal load is advanced. To ensure the flywheel against from separation, the concept and calculation of an interrelated critical rotating speed are introduced. The results showed that the effect of deformation in the pressfit on the stress of a flywheel subjected to misfit could not be neglected, the misfit and ring number having close relation with the stress and interrelated critical rotating speed of the flywheel.

Key words: composite flywheel; misfit; radial strength; interrelated critical rotating speed

近十余年以来, 随着高强度纤维材料、电磁悬浮轴承、电力电子技术等一系列关键技术的突破, 复合材料飞轮储能系统的优越性逐渐显示出来。纤维束缠绕的飞轮是各向异性的, 虽然环向具有很高的强度, 其总体强度还受径向极限应力(即单向复合材料的横向强度, 且往往很低)的制约, 因此提高飞轮的径向强度成为飞轮设计制造中的关键问题之一[1], 采用多环过盈装配可能是解决该问题的有效途径之一。S. K. Ha[2]利用平面应变和轴对称假设, 针对过盈量和缠绕角两个设计参量, 以多环飞轮的储能密

收稿日期: 2002-04-08; **收修改稿日期**: 2003-02-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10172085)
作者介绍: 秦　勇(1976-), 男, 博士研究生, 主要从事复合材料力学的研究工作。
通讯作者: 秦　勇, E-mail: qinyong@ustc.edu

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

度为目标量进行了优化设计, 发现适当地改变过盈量可以有效地提高多环飞轮的储能密度。Gabrys[3] 利用过盈配合的方法制备了一系列飞轮转子, 并分别做了旋转破坏试验, 讨论了过盈量以及基体性能对转子性能的影响。Arnold[4]讨论了多环同心圆盘过盈配合后, 在高速旋转时的应力分布, 提出了过盈配合工艺中圆盘径向厚度变化以及过盈量变化等方法, 使得圆盘预应力增加。

以上文献在计算过盈配合时, 没有考虑到过盈配合后内环内径以及外环外径已发生的变形, 导致在多环过盈配合的过程中, 除第一层配合的实际过盈量为初始过盈量之外, 其它层配合时的实际过盈量与初始过盈量都有一定的差别, 从而造成计算的应力分布也有一定的差别; 另外, 为保证多环套装飞轮在旋转时界面不脱离, 需要使界面处始终处于压应力状态, 故多环套装飞轮还存在着与此相关的临界转速(以下简称相关临界转速), 以上文献也未给出过盈量与相关临界转速之间的关系。本文作者企图利用实际过盈量的概念, 计算飞轮应力分布, 并与不计及过盈配合后变形影响的方法(以下简称工程方法)的计算结果作对比分析; 同时给出相关临界转速的计算方法及其与过盈量之间的关系。为了避免计算的繁琐, 本文作者暂且考虑平面应力状态。

1　基本理论

1.1　飞轮在离心载荷作用下的应力分析

复合材料飞轮高速旋转时, 假设纤维束缠绕工艺中保持轴对称缠绕, 可以将飞轮简化为轴对称旋转圆盘, 对于仅受径向惯性力作用的平面应力状态复合材料飞轮圆环, 平衡方程[5]为

$$r^2\frac{d^2u}{dr^2}+r\frac{du}{dr}-\lambda^2u=-\frac{\rho\lambda^2\omega^2}{E_\theta}\cdot\left(1-\frac{\mu_{\theta r}^2}{\lambda^2}\right)\cdot r^3 \quad (1)$$

其中: u 为径向位移; $\lambda=\sqrt{E_\theta/E_r}$; $\mu_{\theta r}$为泊桑系数。对于内外边界应力自由的情况, 其环向和径向应力表达式为[5,6]

$$\sigma_\theta=\rho\omega^2r_o^2\cdot\frac{3+\mu_{\theta r}}{9-\lambda^2}\left[\lambda l(r/r_o)^{\lambda-1}+\lambda(l-1)(r/r_o)^{-\lambda-1}-\frac{\lambda^2+3\mu_{\theta r}}{3+\mu_{\theta r}}(r/r_o)^2\right]$$

$$\sigma_r=\rho\omega^2r_o^2\cdot\frac{3+\mu_{\theta r}}{9-\lambda^2}\cdot\left[l(r/r_o)^{\lambda-1}-(l-1)(r/r_o)^{-\lambda-1}-(r/r_o)^2\right] \quad (2)$$

其中: $l=(\beta^{-\lambda-1}-\beta^2)/(\beta^{-\lambda-1}-\beta^{\lambda-1})$; $\beta=r_i/r_o$ 为内外径比。

这里给出了 $\beta=1/4$ 时, 无量纲应力 $\bar{\sigma}_\theta=\sigma_\theta/(\rho\omega^2r_o^2)$, $\bar{\sigma}_r=\sigma_r/(\rho\omega^2r_o^2)$的分布曲线(图 1)。当 $\lambda=1$, 即各向同性材料时, 环向应力最大值出现在内径处, 径向应力最大值出现在半径中间某点; 当 λ 增大时, 最大环向应力和最大径向应力点都向外径处转移[3]。

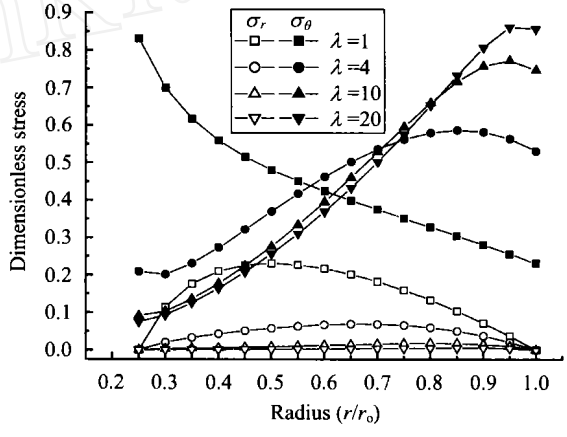

图 1　离心载荷作用下飞轮应力分布

Fig. 1　Flywheel stress subjected to centrifugal load

1.2　两环过盈装配的初应力分析和变形分析

Tutuncu[7]给出了圆环受内压(P)和外压(Q)作用时的应力、径向位移分布表达式

$$\sigma_\theta=\frac{P\beta^{\lambda+1}-Q}{1-\beta^{2\lambda}}\lambda(r/r_o)^{\lambda-1}+\frac{P-Q\beta^{\lambda-1}}{1-\beta^{2\lambda}}\lambda\beta^{\lambda+1}(r/r_o)^{-\lambda-1}$$

$$\sigma_r=\frac{P\beta^{\lambda+1}-Q}{1-\beta^{2\lambda}}(r/r_o)^{\lambda-1}-\frac{P-Q\beta^{\lambda-1}}{1-\beta^{2\lambda}}\beta^{\lambda+1}(r/r_o)^{-\lambda-1}$$

$$u_r=\frac{r_o}{E_\theta(1-\beta^{2\lambda})}\left[(P\beta^{\lambda+1}-Q)(\lambda-\mu_{\theta r})(r/r_o)^{\lambda}+(P-Q\beta^{\lambda-1})(\lambda+\mu_{\theta r})\beta^{\lambda+1}(r/r_o)^{-\lambda}\right] \quad (3)$$

对于如图 2 所示两材料相同的厚壁圆环, 过盈量 $\delta=R_1-r_2$, 经过过盈配合后形成的圆环尺寸为 R_{i1}, R_{m1}, R_{o2}, 接触面(R_m)处形成均匀压力 P, (a) 环在外压 P 作用下

$$u_r\big|_{r=R_1}=\delta_1(P)=\frac{-PR_1}{E_\theta(1-\beta_1^{2\lambda})}\left[(\lambda-\mu_{\theta r})+\beta_1^{2\lambda}(\lambda+\mu_{\theta r})\right] \quad (4)$$

(b) 环在内压 P 作用下

$$u_r\big|_{r=r_2}=\delta_2(P)=$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

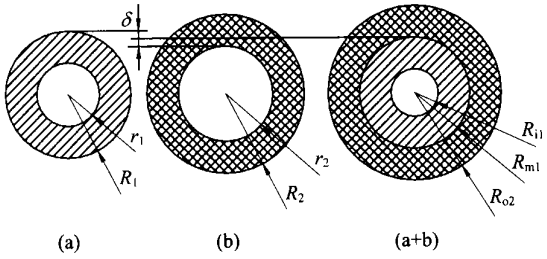

图 2　圆环过盈装配示意图

Fig. 2　Sketch of two concentric rings with misfit

$$\frac{PR_2\beta_2}{E_\theta(1-\beta_2^{2\lambda})}[\beta_2^{2\lambda}(\lambda-\upsilon_{\theta r})+(\lambda+\upsilon_{\theta r})] \quad (5)$$

由 $-\delta_1(P)+\delta_2(P)=\delta=R_1-r_2$, 可得

$$P=\frac{E_\theta\delta}{\frac{R_1}{1-\beta_1^{2\lambda}}[(\lambda-\upsilon_{\theta r})+\beta_1^{2\lambda}(\lambda+\upsilon_{\theta r})]+\frac{R_2\beta_2}{1-\beta_2^{2\lambda}}[\beta_2^{2\lambda}(\lambda-\upsilon_{\theta r})+(\lambda+\upsilon_{\theta r})]} \quad (6)$$

则(a), (b)两环内的应力可求。而装配完成后的尺寸分别为

$$R_{i1}=r_1-\frac{2PR_1}{E_\theta(1-\beta_1^{2\lambda})}\lambda\beta_1^{\lambda}$$

$$R_{m1}=R_1-\frac{PR_1}{E_\theta(1-\beta_1^{2\lambda})}[(\lambda-\upsilon_{\theta r})+\beta_1^{2\lambda}(\lambda+\upsilon_{\theta r})]$$

$$R_{o2}=R_2+\frac{2PR_2}{E_\theta(1-\beta_2^{2\lambda})}\lambda\beta_2^{\lambda+1} \quad (7)$$

2　多环过盈装配的初终应力分析和变形分析

对于设定初始过盈量的多环过盈配合的飞轮, 实际的装配过程是从里至外逐环装配的, 即先装配最内部的两个环, 再装配第三个环直至最外面的第 N 个环, 即共装配 $N-1$ 次。当最里的两环装配后, 即可按式(4)～式(6)计算一次装配的初应力(称为一次初应力), 按式(7)计算一次装配后整体的外径 R_{o2}, 显然 R_{o2} 大于 R_2。当装配第三个环时, 将一次装配后的整体看成内径为 R_{i1} 和外径为 R_{o2} 无初应力的环, 然后按式(4)～式(6)计算二次初初应力, 再叠加一次初应力得二次初终应力, 同时按式(7)计算二次装配后整体的内径 R_{i2} 和外径 R_{o3}; 以此类推即可得 N 个环全部装配后($N-1$ 次装配)整体的初终应力和内外径。由公式(7)可知: 除第一次装配外, 每一次装配的实际过盈量均大于初始的过盈量, 这将影响整体装配后的初终应力。

对于表 1 材料参数和表 3(case 2)结构的复合材料飞轮, 本文作者用上述方法(即计及装配后变形影响的方法)计算了过盈量的变化(表2), 同时分别利用上述方法和工程方法计算了初终应力分布(图3)。由图 3 可知: 各环在径向均形成一定的压应力, 最大值出现在第 1、2 环的接触面上, 内外径表面应力自由, 环向初终应力在半径方向呈分段曲线分布; 两种方法的计算结果差别比较明显, 本文方法得到的径向初终应力比利用工程方法得到的结果大, 原因是很明显的, 即实际过盈量增大了(表 2)。

表 1　复合材料飞轮转子材料特性[2]

Table 1　Material property of composite flywheel rotor

材料特性		数值	单位
纵向杨氏模量	E_θ	181	GPa
横向杨氏模量	E_r	10.3	GPa
纵向拉伸强度	X	1500	MPa
纵向压缩强度	X'	1500	MPa
横向拉伸强度	Y	40	MPa
横向压缩强度	Y'	246	MPa
密度	ρ	1600	kg/m^3
泊松比	$\upsilon_{\theta r}$	0.28	
热膨胀系数	α	20.2	1×10^{-6}/℃

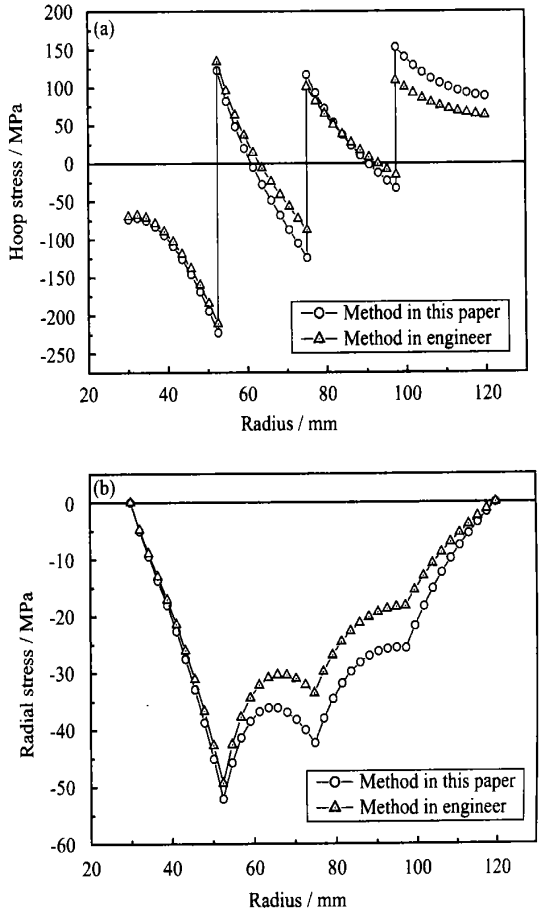

图 3　过盈装配形成的初终应力分布(case 2)

Fig. 3　Radial and hoop stresses for rings subjected to misfit

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 2　实际过盈量的变化

Table 2　The change of actual misfit

界面	初始过盈量/mm	实际过盈量/mm
1～2	0.1	0.1
2～3	0.1	0.122
3～4	0.1	0.140

为了研究过盈量以及装配环数对初终应力的影响, 本文作者计算了表 3 中的四种情况(转子总体外形尺寸不变, 内半径均为 30 mm, 外半径均为 120 mm)。图 4 给出了四层等厚度环过盈装配(case 2, case 3)形成的径向初终应力分布, 发现过盈量越大, 装配后的初终应力越大。图 5 给出了初始过盈量都为0.1 mm, 但装配环数分别为五、四、三层(case 1, case 2, case 4)时的径向初终应力分布, 发现装配环数越大, 其形成的径向初终应力水平越高。

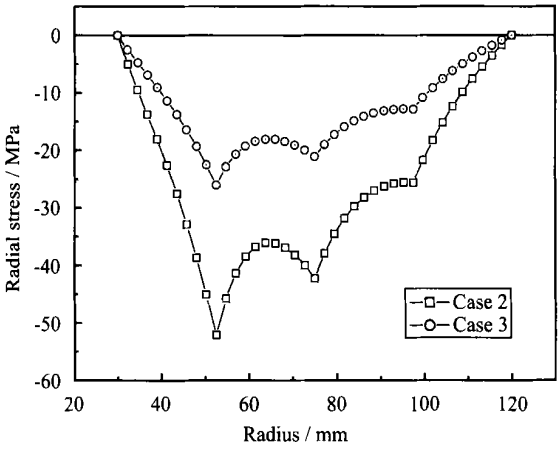

图 4　过盈装配的径向初终应力分布

Fig. 4　Radial stress for rings subjected to misfit

3　多环过盈装配飞轮旋转时的应力分析

过盈装配后的飞轮转子, 在高速转动时的应力状态, 可以用叠加原理来求解, 即最终的应力是过盈量形成的初终应力与旋转离心力产生的应力(以下简称离心应力)之和。图 6 即为表 3 中 case 2 装配飞轮在 30 krpm 转速下的总体应力分布。合成后的环向应力在环内随着半径增大而减小, 在分界面处发生跳跃, 但在半径方向总体上是不断增大的; 图 6(b)为径向应力的分布情况, 合成后的径向应力处于压应力状态, 最大值出现在第 1、2 环界面处。

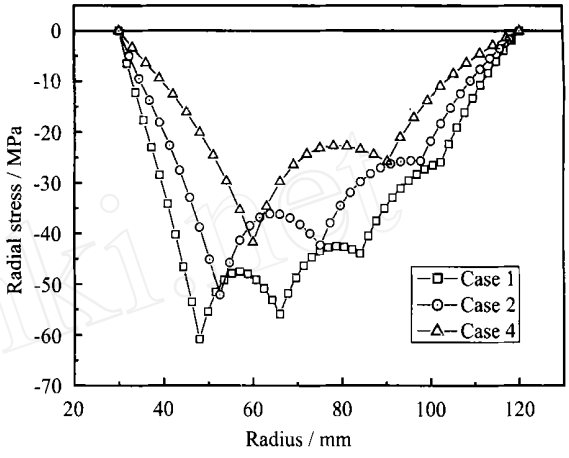

图 5　过盈装配的径向初终应力分布

Fig. 5　Radial stress for rings subjected to misfit

4　多环过盈装配飞轮的相关临界转速

从图 6 可以看出: 各过盈装配界面处均处于径向压应力状态, 可以保证装配各环在高速旋转过程中不脱开。随着转速的提高, 多环飞轮的离心应力不断增大, 会使合成的径向压应力不断变小, 以至降为零, 从而造成各装配界面处出现脱开的情况。前述为保证界面不脱开, 转速不能太高, 即存在一个与此相关的临界转速。

表 3　复合材料飞轮四种过盈配合尺寸/mm

Table 3　Four kinds of misfit dimensions of composite flywheel

尺寸及环数	Case 1 δ= 0.1 mm		Case 2 δ= 0.1 mm		Case 3 δ= 0.05 mm		Case 4 δ= 0.1 mm	
	r_i	r_o	r_i	r_o	r_i	r_o	r_i	r_o
1	30	48	30	52.5	30	52.5	30	60
2	47.9	66	52.4	75	52.45	75	59.9	90
3	65.9	84	74.9	97.5	74.95	97.5	89.9	120
4	83.9	102	97.4	120	97.45	120	×	×
5	101.9	120	×	×	×	×	×	×

注: δ为初始过盈量

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

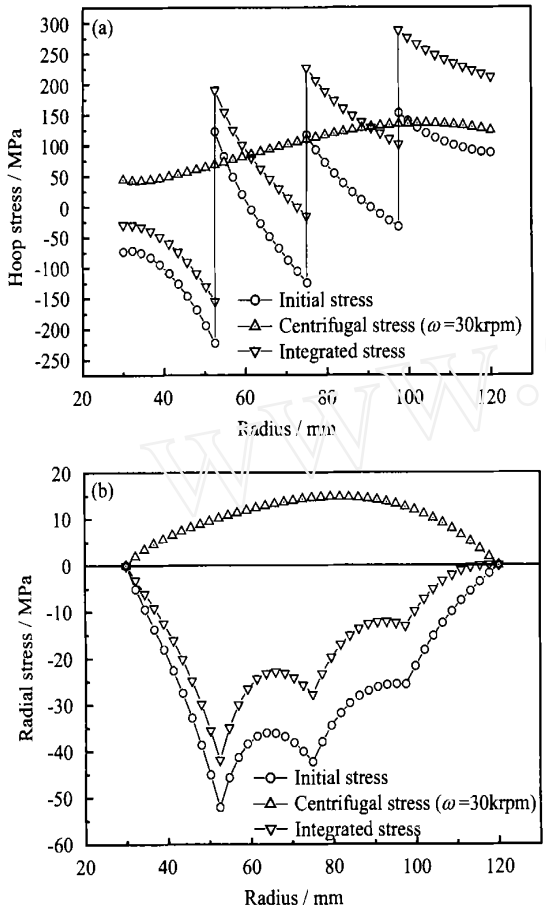

图 6　叠加后的应力分布(case 2)

Fig. 6　Stress for rings subjected to misfit and centrifugal load

相关临界转速的计算可采取以下的方法: 首先按本文中第 2 节的方法计算多环套装飞轮各界面处的初终径向压应力; 然后把这些初终径向压应力的绝对值分别代入式(2)的左边, 并将相应的半径尺寸代入右边, 将式(2)看成关于 ω的方程, 解此方程即可得到 $N-1$ 个相关临界转速; 最后取其最小值即为飞轮总体相关临界转速。

对于表 2 中的四种情况, 本文作者计算并给出了其相关临界转速(图 7), 另外, 图中还给出了 case 2 利用工程方法得到的相关临界转速。发现: 利用本文方法计算的相关临界转速要高于利用工程方法得到的结果; 对于具有相同初始过盈量而装配环数不同的 case 1, case 2, case 4, 装配环数越多, 其相关临界转速越大; 对于装配环数相同而初始过盈量不同的 case 2, case 3, 过盈量越大, 相关临界转速越大。

5　主要结论

(1) 本文作者提出的计及装配后变形影响计算初终应力的方法和计算相关临界转速的方法是有效的, 且可推广到平面应变和三维应力状态。

(2) 过盈配合后的变形对后续装配真实过盈量的影响不能忽略。

(3) 设计多环过盈装配飞轮, 必须考虑相关临界转速的问题, 使得套装后的飞轮界面不脱开。

(4) 初始过盈量一定, 装配环数增加, 则套装飞轮的初终应力提高, 相关临界转速提高; 装配环数一定, 过盈量增大, 则套装飞轮的初终应力提高, 相关临界转速也提高。

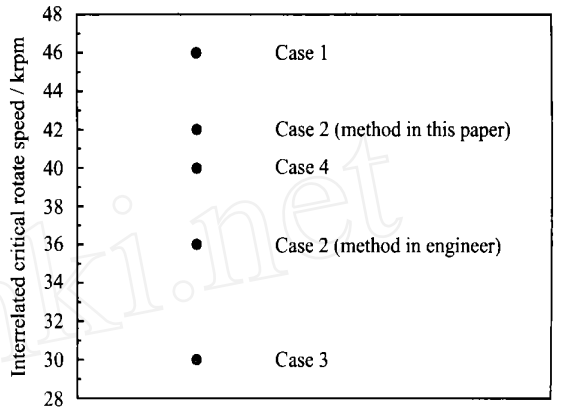

图 7　过盈装配飞轮的相关临界转速

Fig. 7　Interrelated critical rotating speed of misfitted flywheel

参考文献:

[1] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113- 116.

[2] Ha Sung K. Optimum design of thick-walled composite rings for an energy storage system [J]. *Journal of Composite Materials*, 1998, 32(9): 851- 873.

[3] Gabrys C W, Bakis C E. Design and testing of composite flywheel rotors [A]. Composite Materials: Testing and Design [C]. Thirteenth Volume, ASTM, 1997. 1- 22.

[4] Arnold. Deformation and life analysis of composite flywheel disk and multi-disk systems [R]. NASA/TM-2001-210578. 1- 50.

[5] Danfelt E L, Hewes S A, Chou T W. Optimization of composite flywheel design [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 1977, 19(1): 69- 77.

[6] Genta G. Kinetic Energy Storage: Theory and Practice of Advanced Flywheel Systems [M]. London: Butterworth & Co Ltd, 1985. 60- 69.

[7] Tutuncu N. Effect of anisotropy on stresses in rotating discs [J]. *International Journal of Mechanical Science*, 1995, 37(8): 873- 881.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net