

# Bingham 流体阵性流动立面二维计算及分析: 阵流速度、形态和床面阻力

刘大有<sup>①</sup> 徐胜利<sup>②</sup> 章书成<sup>③</sup> 余斌<sup>③</sup> 段新平<sup>①</sup> 岳鹏涛<sup>②</sup>

(<sup>①</sup>中国科学院力学研究所, 北京 100080; <sup>②</sup>中国科学技术大学力学与机械工程系, 合肥 230026; <sup>③</sup>中国科学院成都山地灾害与环境研究所, 成都 610041. E-mail: Dyliu@imech.ac.cn)

**摘要** 通过立面二维计算, 研究了 Bingham 流体阵性流动向充分发展状态过渡的过程, 在较宽的参数范围内给出了充分发展状态下的无量纲阵流速度  $U^*$ , 以及它对倾角  $\vartheta$ , 无量纲径流量  $Q^*$  和黏度  $\mu_0^*$  的依赖关系. 对一个典型算例, 显示了阵性流的波动特征和充分发展状态阵性流所具有的急流形态, 分析了重力和床面阻力的沿程分布, 以及流场的速度分布.

**关键词** Bingham 流体 泥石流 阵性流 阵流速度 速度分布 床面阻力

泥石流是山区常见的一种自然现象, 它具有很大的破坏力, 常给山区的居民造成重大伤亡和大量财产损失.

泥石流的组成十分复杂. 以我国分布较广的黏性泥石流为例, 除水分外, 它包括很宽的固体颗粒级配, 从数微米到数分米, 个别的还有米级的, 它们的力学性质和运动特点有很大差异. 细颗粒与水组成浆体, 浆体中各成分的运动几乎完全一致. 粗颗粒的运动(除非另有说明, 一般说, 本文所讨论的都是平均意义上的运动行为, 可能是某粒径范围内各颗粒的平均运动, 也可能是所有粗颗粒的平均运动, 但不会是个别颗粒的运动)与浆体有明显差异, 不同粒径组的粗颗粒之间也不相同.

在泥石流研究中, 人们经常将它与含沙水流相比, 参考水力学的研究方法. 但是, 泥石流与含沙水流还是有许多显著差异, 主要有以下三点: (1) 水是一种牛顿流体, 而泥石流中的浆体是一种非牛顿流体, 而且常具有显著的屈服应力; (2) 在含沙水流中, 各种粒径的沙粒的运动都几乎与水流一样, 只在垂直方向, 不同粒径的沙粒有不同的沉降速度, 但是沉降速度都很小, 远小于水流速度; 除垂向有一定的浓度梯度以外, 沿流向的浓度梯度几乎总是可以忽略不计; 在泥石流中, 粗颗粒与浆体在垂向和流向都有显著的速度差, 并因此造成较显著的流向浓度梯度<sup>[1-3]</sup>, 尤其在阵性流情况; (3) 含沙水流(高含沙水流除外)几乎都是连续流, 而黏性泥石流多数呈现阵性流, 一阵与另一阵之间发生断流<sup>[3,4]</sup>, 在每一阵的头部区域, 呈现出明显的二维流动特征(垂向分速与

流向分速同一量级).

科学研究总是由粗到细逐步深入. 由于泥石流现象太复杂, 在泥石流研究的初期, 人们还不能把影响泥石流运动的各种因素都考虑进去, 在模仿水力学方法研究泥石流时, 主要考虑了上述的第一种差异.

长久以来, 人们不考虑泥石流中各组分之间的运动差异, 主要研究混合物的平均运动<sup>[3-8]</sup>——即所谓的单组分(又称单流体, 伪一相流, 均匀流体)模型. 采用这种模型时, 描写泥石流运动只有一组运动方程, 由它可解出混合物运动速度; 由于该模型忽略了各成分之间的相对运动, 所以该速度也近似代表各成分的速度.

由于粗颗粒之间经常发生碰撞, 因此, 各粗颗粒除具有共同的平均速度外还具有一种脉动速度, 这种速度脉动会在流体中引起附加的应力(正应力和切应力), 例如, Bagnold<sup>[9,10]</sup>引入的粒间离散力和颗粒剪切力. 有许多模型<sup>[5,6,9]</sup>在流变关系中计入了颗粒脉动引起的附加应力, 这似乎表明, 这些模型考虑到了颗粒与浆体运动方面的差异. 其实不然, 这些模型本质上还是单组分模型, 因为它们仍然假设粗颗粒的平均速度与浆体速度没有差异, 仍然只用一组运动方程描写泥石流流场.

在单组分模型的框架内, 不论采用多么细致的流变关系, 流体微团内各组分的相对比例是不会变的; 如果流场浓度的初始分布是均匀的, 那么, 在以后的任一时刻流场浓度始终是均匀的. 所以, 单组分模型完全无法解释阵性泥石流中粗颗粒向龙头集中的趋势和龙头区颗粒浓度显著高于龙尾的现象.

随着研究的逐步深入,从20世纪90年代起,人们开始采用扩散模型和双组分模型研究泥石流运动<sup>[1,2,11]</sup>。由于难度较大,因而进展缓慢。

虽然泥石流中的某些现象(如颗粒浓度的不均匀分布问题等),即使是定性的研究,也必须采用扩散模型或双组分模型。单组分模型完全无能为力。另有一些受浓度分布影响较大的问题(如阵性流的冲击力研究),采用单组分模型所得结果仅有定性的意义。但是,对于泥石流中的多数问题(如本文进行的阵流速度研究),在初步研究时采用单组分模型仍具有一定的定量意义,可视为真实解的一级近似,更深入的研究(例如,计入各成分之间运动速度差异的影响和不均匀的浓度分布影响等)则是对一级近似的修正。虽然流体微团中各成分之间的相对运动,以及由此引起的不均匀的浓度分布,对阵流速度有一定的影响,但是,决定阵流速度的主要因素还是运动介质的平均物性(混合物的平均密度 $\rho_m$ 、黏度 $\mu_0$ 和屈服应力 $\tau_0$ )和比降 $J$ 等。

与高含沙水流类似,泥石流的连续流动对于小扰动常呈现放大效应(运动不稳定性)<sup>[12,13]</sup>,所以,黏性泥石流运动多呈阵性流,在一阵与另一阵之间出现断流,这种运动与连续流(包括流量恒定的和流量起伏的)有很大的区别。

对于大多数的连续流,由于水面起伏不大,流场中各点几乎都满足:垂向速度 $v \ll u$ (流向速度),因此,沿垂向平均的(如一维的或平面二维的)运动方程具有很好的近似。对于阵性流,在其头部流场,垂向速度与流向速度是同一量级,一维运动近似就不适用了。

在连续流中,人们研究的流场速度 $u(t, x, y)$ 或它的平均速度 $\bar{u}(t, x)$ ,都是介质速度;而在阵性流研究中人们主要关心的是阵流速度 $U(t)$ ,是阵性流整体运动的速度,这是一种波速,不是介质速度或介质速度的某种平均值。事实上,在阵性流中,各断面的平均速度 $\bar{u}$ 都小于阵流速度 $U$ 。

在连续流中,人们主要关心断面平均速度 $\bar{u}$ ,以及它对水深 $h$ (或单宽流量 $\dot{Q}$ ,  $\dot{Q} = \bar{u}h$ )的依赖关系。在阵性流中,阵流速度 $U$ 不是某断面的单宽流量 $\dot{Q}$

(其量纲是:  $L^2T^{-1}$ )的函数,而是单宽径流量 $Q$ (其量纲是:  $L^2$ )的函数(见本文后面叙述)。所以,连续流中的 $\bar{u} = f_c(\dot{Q})$ 与阵性流中的 $U = f_i(Q)$ 是完全不同的两种函数关系,人们不可能期望通过对函数 $\bar{u} = f_c(\dot{Q})$ 进行某种修正而获得 $U = f_i(Q)$ 。虽然人们对连续流的 $\bar{u} = f_c(\dot{Q})$ 已有很多研究(例如, Bingham 流体的 Buckingham 方程等),但是,关于阵性流 $U = f_i(Q)$ 的研究,还很少见报道。Savage 等人<sup>[14]</sup>研究过一定量的颗粒物质从粗糙底面渠道下滑的运动过程和渐近形态; Huang 等人<sup>[7]</sup>研究过一定量的 Bingham 流体在干涸渠道中的铺床过程,随着运动介质数量的减少,阵性流前缘的高度间断越来越弱。

由于屈服应力的存在,一定量的流体介质在干涸渠道中流动时,先有一个铺床过程:流体通过的地方都会留下一厚度为 $h_{cr}$ (临界厚度)的残留层,同时,向前运动的流体会越来越少,直到完全消失。如果再来一阵流体,当它们在已铺床的床面上运动时,流量不会减少;从运动到干涸床面起,又开始继续以前的铺床过程。本文研究的是在一已完成铺床过程的二维直渠道中,在某一位置放置一定量流体 $Q$ 以后的非定常运动过程。由于是在已铺床面上运动,所以在运动过程中流体总量(临界厚度以上部分,下同)不变,阵性流的形态和阵流速度则随时间不断进行调整,(如渠道足够长)最终趋于稳定——达到一种充分发展的阵性流形态和阵流速度。

处于发展过程中的阵性流,它的形态和速度都随时间而变,而且还与数量为 $Q$ 的流体放置时的初始形态有关。充分发展阵性流的形态和速度,与时间无关,也与初态无关,因而有更普遍和更重要的科学意义。

本文采用立面二维运动方程<sup>[1]</sup>,研究一定数量的 Bingham 流体在已完成铺床的明渠内非定常运动过程,重点研究充分发展的阵性流形态,以及阵流速度与单宽径流量的关系。

人们若要采用双组分(浆体和粗颗粒)模型研究泥石流阵性流,也首先需要研究纯浆体阵性流的特征和规律,正如为研究含沙水流首先需要弄清水力学规律一样。纯浆体的流变性质一般说接近 Bingham 流

1) 当水槽宽度相对于水深很深时,侧壁影响可忽略不计,这时,每个纵剖面(垂直于展向坐标轴 $z$ )内的流动几乎相同,  $\partial\varphi/\partial z = 0$  ( $\varphi$ 为任何物理量),这样的流动就可利用立面二维方程研究。在野外,对于宽浅的明渠流动,其中间剖面内的流动也可近似采用立面二维方程研究。对于复杂地形,则需采用三维方程研究。事实上,本文的方法和主要结论同样适用于三维流动,这里只为计算方便和叙述简单,才采用立面二维方法

体, 所以说, 本文的研究反映了浆体(或者说泥流)阵性流的主要特征和规律, 也是研究黏性泥石流阵性流的前期准备. 如果将黏性泥石流的等效黏度和等效屈服应力作为 Bingham 流体的黏度和屈服应力, 那么, (正如前述)也可以将本文的研究结果当作黏性泥石流阵性流的一级近似加以应用.

对于充分发展的 Bingham 流体阵性流, 有 3 个独立的无量纲参数<sup>[15]</sup>: 无量纲黏度  $\mu_0^* (= \mu_0 \rho^{1/2} g / \tau_0^{3/2})$ , 无量纲单宽径流量  $Q^* (= Q \rho^2 g^2 / \tau_0^2)$  和渠道倾角  $\vartheta (J = \sin \vartheta)$ , 其中  $g$  是重力加速度,  $\rho, \mu_0$  和  $\tau_0$  分别是介质的密度、黏度和屈服应力,  $Q$  是单宽径流量(即: 运动流体总量). 本文将给出上述 3 个参数对无量纲阵流速度  $U^* (= U \sqrt{\rho / \tau_0})$  影响的研究结果.

### 1 运动方程、本构关系和定解条件

#### 1.1 本构关系

设  $V_i (i = 1, 2)$  为二维速度矢,  $u (= V_1)$  和  $v (= V_2)$  是它的两个分量. Bingham 流体的应力本构关系可表示为<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} \tau_{ij} = 2\mu_0 \left(1 + \frac{q_0}{q}\right) e_{ij}, & \tau_a^2 > \tau_0^2, \\ e_{ij} = 0, & \tau_a^2 \leq \tau_0^2, \end{cases} \quad (1)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

其中  $\tau_{ij}$  是流体的黏性应力张量,  $e_{ij}$  是应变率张量.

$\tau_a, q$  和  $q_0$  的定义和它们在二维流动中的展开式分别为

$$\tau_a = \left[ \frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ji} \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{2} \tau_{xx}^2 + \tau_{xy}^2 + \frac{1}{2} \tau_{yy}^2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$q = \left[ 2e_{ij} e_{ji} \right]^{1/2} = \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$q_0 = \frac{\tau_0}{\mu_0}. \quad (5)$$

对于纯剪切流动 ( $v = 0, u = u(y)$ ), 因为  $\partial u / \partial x = \partial v / \partial x = \partial v / \partial y = 0$ , 所以  $e_{xx} = e_{yy} = 0, e_{xy} = e_{yx} = \frac{1}{2} \partial u / \partial y, q = \partial u / \partial y, \tau_{xx} = \tau_{yy} = 0, \tau_a = \tau_{xy} = \tau_{yx}$ . 这时, (1)式简化为

$$\begin{cases} \frac{\tau_{xy}}{\tau_0} = \frac{\tau_{yx}}{\tau_0} = \frac{q}{q_0} \left(1 + \frac{q_0}{q}\right) = \frac{q}{q_0} + 1, & \tau_{xy}^2 > \tau_0^2, \\ \frac{1}{q_0} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{q}{q_0} = 0, & \tau_{xy}^2 \leq \tau_0^2. \end{cases} \quad (6)$$

引入函数  $f(q/q_0)$ , 以及它的近似表达式, 可将(1)和(6)式表示为

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= 2\mu_0 f(q/q_0) e_{ij} \\ &\approx 2\mu_0 \left\{ 1 + \frac{q_0}{q} \left[ 1 - \exp\left(-K \frac{q}{q_0}\right) \right] \right\} e_{ij}, \end{aligned} \quad (1')$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} / \tau_0 &= (q/q_0) f(q/q_0) \\ &\approx \frac{q}{q_0} \left\{ 1 + \frac{q_0}{q} \left[ 1 - \exp\left(-K \frac{q}{q_0}\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6')$$

其中  $K$  是个可调的常数. 图 1 给出了纯剪切流中的  $(\tau_{xy} / \tau_0) \sim (q/q_0)$  (即: 函数  $(q/q_0) f(q/q_0)$ ) 的原始形式和它的近似式. (1)' 和 (6)' 式右边近似式的引入, 是为了消除函数  $(q/q_0) f(q/q_0)$  在  $q = 0$  处的多值性. 当  $K$  很大时, 该近似式可十分逼近于原始式. 但是, 从数值计算考虑, 有很好解析性质的近似式可以带来很多方便. 本文各算例中均取  $K = 1000$ .

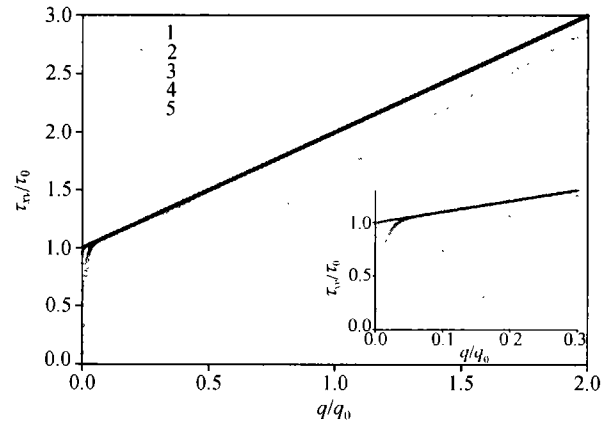


图 1 Bingham 流体本构曲线及其近似形式

1.  $k = 1, 2. k = 10, 3. k = 100, 4. k = 1000, 5.$  Bingham 流体本构

#### 1.2 运动方程和无量纲参数

在直角坐标中, 二维不可压缩 Bingham 流体的运动方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( 2f \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[ f \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + g \sin \vartheta, \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[ f \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left( 2f \frac{\partial v}{\partial y} \right) - g \cos \vartheta, \quad (9)$$

其中  $p$  是流体压强. 以  $\rho, g, \tau_0, \tau_0^{1/2} \rho^{-1/2}, g^{-1} \tau_0 \rho^{-1}, g^{-1} \tau_0^{1/2} \rho^{-1/2}$  和  $g^{-1} \tau_0^{3/2} \rho^{-1/2}$  分别作为密度、加速度、应力(和压强)、速度、长度、时间和黏度的特征量, 引入如下各无量纲量(带角标\*):

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^* &= \tau_{ij} / \tau_0, & p^* &= (p - p_0) / \tau_0, & u^* &= u \sqrt{\rho / \tau_0}, \\ v^* &= v \sqrt{\rho / \tau_0}, & U^* &= U \sqrt{\rho / \tau_0}, & x^* &= x \rho g / \tau_0, \\ y^* &= y \rho g / \tau_0, & h^* &= h \rho g / \tau_0, \\ h_{cr}^* &= h_{cr} \rho g / \tau_0 = 1 / \sin \vartheta, & Q^* &= Q \rho^2 g^2 / \tau_0^2, \\ t^* &= t g \sqrt{\rho / \tau_0}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mu_0^* = \mu_0 \rho^{1/2} g / \tau_0^{3/2} = (g \sqrt{\rho / \tau_0}) / q_0 = (q_0^*)^{-1}, \quad (12)$$

其中  $h = h(t, x)$  是阵性流的“水”面线. 上述的特征长度与临界高度  $h_{cr} (= \tau_0 / \rho g \sin \vartheta)$  有联系, 是直立壁面 ( $\vartheta = \pi/2$ ) 上的临界厚度. 以上述各无量纲量表示的运动方程和本构关系(若略去上角的\*)仍可用(7)~(9)和(1)'式表示, 只是  $\rho$  和  $g$  要用 1 代替,  $q_0$  要用  $(\mu_0^*)^{-1}$  代替. 从(8)和(9)式看, 无量纲黏度  $\mu_0^*$  的倒数是一种 Reynolds 数, 是以上述的特征长度和特征速度计算的 Reynolds 数. 如以阵流速度为特征速度、以单宽径流量  $Q$  的平方根为特征长度来定义 Reynolds 数  $Re$ , 则有

$$Re = \frac{\rho U Q^{1/2}}{\mu_0} = \frac{U^* (Q^*)^{1/2}}{\mu_0^*}. \quad (13)$$

对于充分发展的阵性流, 流场初始状态和前、后边界的影响可以忽略. 但是, 实际计算还是从  $t^* = 0$  开始, 还是要提供一定的初始条件和前后的边界条件, 所以, 下面作一简单介绍.

### 1.3 初始条件

流体初始位置如图 2 所示, 计算区域从  $x^* = 0$  到  $x^* = x_M^*$  (在计算中, 根据需要可以延长). 整个床面

上都有厚度  $h^* = h_{cr}^* = 1 / \sin \vartheta$  的残留层, 在  $x^* = 0$  至  $x^* = S_1^* + S_2^*$  区段, 在残留层上叠加了总量为  $Q^*$  的流体.

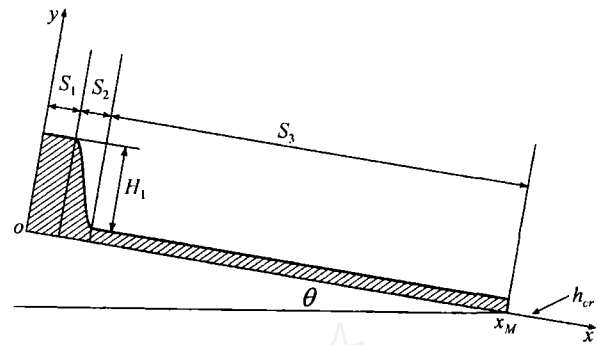


图 2 流体初始分布示意图

### 1.4 边界条件

- (1) 在  $x^* = 0$  处, 假设是一滑移固壁, 因此有  $u^* = 0$  和  $\partial v^* / \partial x^* = 0$ ;
- (2) 在  $x^* = x_M^*$  处, 假设  $\partial u^* / \partial x^* = 0$  和  $\partial v^* / \partial x^* = 0$ ;
- (3) 在  $y^* = 0$  的床面上, 是一无滑移边界, 因此有  $u^* = 0$  和  $v^* = 0$ ;
- (4) 在自由面上, 忽略表面张力, 根据自由面上法向应力和切向应力连续的条件, 又假设气体一侧的压强为参考压强  $p_0$ , 切向应力为零, 则有  $p^* = 0$  和  $\partial V_i^* / \partial n = 0$ , 其中  $\partial V_i^* / \partial n$  是切向速度的法向导数.

## 2 计算结果和讨论

### 2.1 一个典型算例

本文采用 MAC 方法进行数值计算, 空间两个方向的步长相等 ( $\Delta x^* = \Delta y^*$ ), 每个计算网格 ( $\Delta x^* \Delta y^*$ ) 设置 9 个标志(mark).

本算例所用的步长  $\Delta x^* = \Delta y^* = 0.1 / \sin \vartheta$ , 即在临界高度  $h_{cr}^*$  内有 10 个  $\Delta y^*$ . 对于充分发展的阵性流, 影响流动的独立无量纲参数有  $Q^*$ ,  $\mu_0^*$  和  $\vartheta$ , 在本算例中  $\mu_0^* = 1$ ,  $\vartheta = 0.1745 (10^\circ)$  (因而,  $h_{cr}^* = 5.7588$ ) 叠加在已铺床面上的流体的初始位置和形状如图 2 所示, 其中,  $S_1^* = S_2^* = 2h_{cr}^*$ ,  $H_1^* = 6h_{cr}^*$ , 所以,  $Q^* = 18(h_{cr}^*)^2 \approx 597$ .

大约到  $t^* = 24$  时, 流动基本上已达到充分发展状态, 与该径流量对应的阵性流的形态已不再变化 (参见图 3, 龙头高度  $h_{max}^* \approx 13.6$ ,  $h_{max}^* - h_{cr}^* \approx 7.86$ , 阵性流长度  $L^* \approx 122$ ), 阵流速度  $U^*$  也已趋于恒定:

$U^* = 5.29$ . 流场内几个典型断面上的速度分布如图 4, 其中图 4(b)是龙头区域的速度分布.

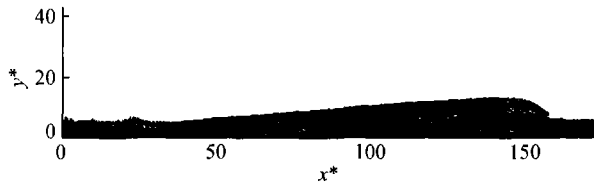


图 3 充分发展阵性流的典型形态

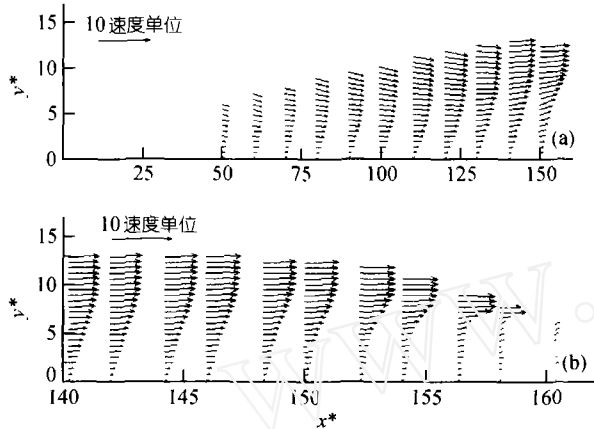


图 4 流场速度分布

图 5 给出了阵性流的床面阻力和重力(流向分力,下同)的沿程分布,由图可见:虽然(在充分发展的条件下)整个阵性流的床面阻力与重力基本上是平衡的,但是对于各断面而言,它们并不平衡:在龙头区,重力大于阻力,在阵性流后部,重力小于阻力.因为压差力项相对较小,所以,根据重力和阻力的相对大小可推论出:(大体上说)龙头区的流体在加速,后部的流体在减速.在阵性流中,惯性力对流体的动量平衡过程起了很关键的作用,所以,任何忽略惯性力的近

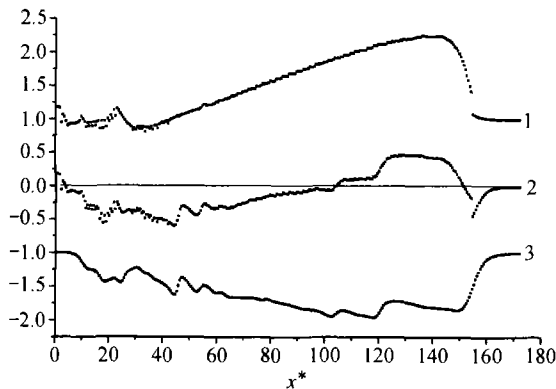


图 5 泥石流床面阻力和重力流向分力的沿程分布  
1.  $(\rho ghJ)^*$ . 2.  $(\rho ghJ - \tau_w)^*$ . 3.  $(-\tau_w)^*$

似处理方法(包括 Buckingham 方程)都不大可能适用于阵性流.

对于一个静止的观察者来说(即对于定坐标而言),阵性流在向前运动,流场中每一点的速度均是正的(但是都小于阵流速度  $U^*$ ),并随时间而变化,流动是非定常的.对于一个跟随阵性流一起运动的观察者来说(即对于动坐标而言),一个已经充分发展的阵性流是一种定常流动,流场中每一点的速度均是负的,床面上的流体速度都是  $(-U^*)$ . 向着龙头迎面而来的是高度为  $h_{cr}^*$ 、并具有均匀速度  $(-U^*)$  的流体,到达龙头后高度迅速扩大(根据连续性方程)并伴随着(负)速度的迅速减小;流体在接着向后运动过程中,先是高度  $h^*$  继续迅速增加,并伴随着(负)速度继续减小,然后是高度缓慢地减小和(负)速度缓慢增加,直到阵性流尾部.流出阵性流时,流体高度和速度又恢复到来流状态的  $h^* = h_{cr}^*$  和均匀速度  $(-U^*)$ . 负速度在龙头区的迅速减小和在后部的缓慢增加,是与上一节所说的“龙头区的流体在加速,后部的流体在减速”一致的.

由图 4 可见(以下只关心流向分速  $u$ ),在阵性流的后部,其速度剖面  $u(y)$  与均匀连续流的剖面相近:上层有一个厚度为  $h_{cr}$  的流核,下层是抛物线型的分布.而在阵性流的前部,尤其在龙头区,速度剖面很不均匀.例如,在  $x^* = 155$  附近,下层流体是刚进入阵性流的原残留层流体,它们的速度尚未被充分地带动,速度很低,而上层流体是整个阵性流中速度最快的部分(接近阵流速度  $U$ ),它们在向后运动过程中,上、下层的速度渐趋均匀.

由图 3 可见,在阵性流到达以前,残留层几乎未受扰动,初始厚度始终未变,这是急流的典型特征.急流的条件是:速度大于浅水波波速.在本算例中,无量纲的浅水波波速  $= (\tan \vartheta)^{-0.5} = 2.38$ , 小于阵流速度 5.29. 事实上,充分发展的阵性流一定是一种急流,换句话说,符合缓流条件的阵性流总是要衰减的,形不成充分发展状态.

### 2.2 充分发展的阵流速度

本文计算了  $\vartheta$  等于  $0.1745(10^\circ)$  和  $0.2618(15^\circ)$ ,  $\mu_0^*$  等于 1, 2 和 5,  $Q^*$  从 130~1400 总共 29 个算例.除上面提到的算例外,其他算例都取  $\Delta x^* = \Delta y^* = 0.2/\sin \vartheta$ . 计算所得的充分发展阵流速度  $U^*$  示于图 6. 如用  $Q^* \sin \vartheta / \mu_0^*$  为横坐标,并将以上各计算结果都

画在同一个双对数图上, 它们几乎成一直线(见图 7):

$$U^* = C(Q^* \sin \vartheta / \mu_0^*)^n, \quad (14)$$

$$U = C(Qg \sin \vartheta / \mu_0)^n \rho^{(3n-1)/2} \tau_0^{(1-n)/2}, \quad (15)$$

其中  $n \approx 0.370$ ,  $C \approx 1$ .

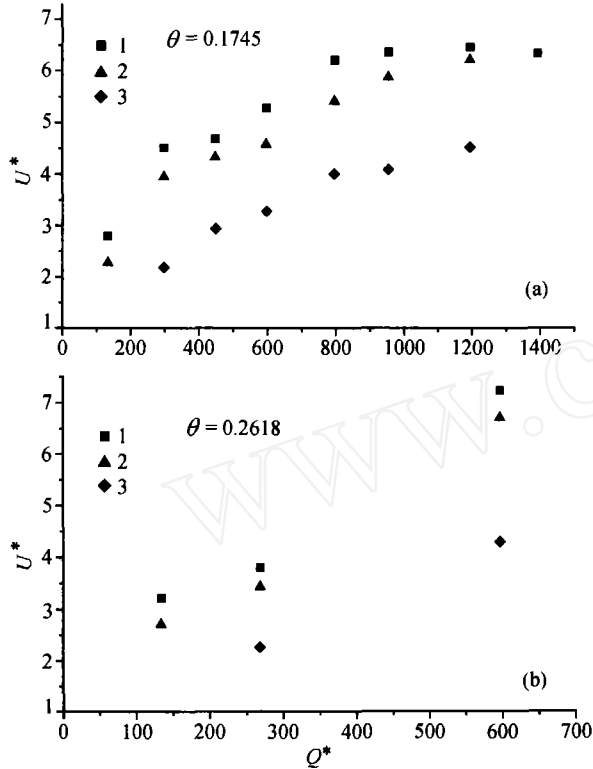


图 6 充分发展的阵性流速度  
1.  $\mu^* = 1$ , 2.  $\mu^* = 2$ , 3.  $\mu^* = 5$

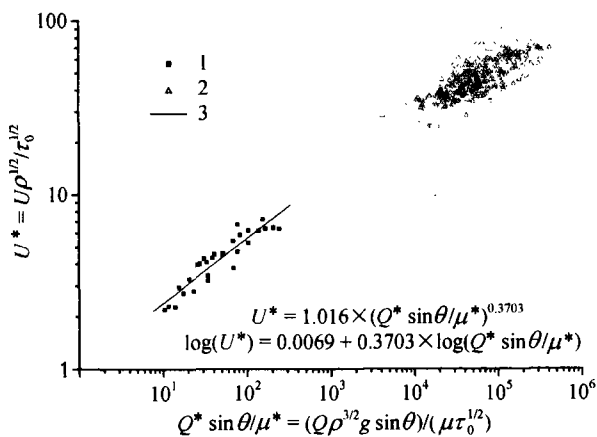


图 7 阵性流速度的计算与观测结果  
1. 计算值, 2. 观察值, 3. 拟合曲线

由于一般水槽都不够长, 所以, 目前几乎没有任何充分发展的(或近似充分发展的)Bingham 流体阵性流的试验结果. 作为一种定性的对比, 图 7 中给出了 1991 年 7 月 11 日蒋家沟 334 阵泥石流的观察数据<sup>[17]</sup>(图中用空心三角符号表示). 由于缺乏泥石流等效黏度和等效屈服应力的实测数据, 我们根据实测的泥石流密度(又称容重) $\rho_m$ , 利用文献[18]进行估算. 实测的  $\rho_m \approx 2080 \text{ kg/m}^3$ , 根据文献[18]的图 3-14(容重  $\rho_m = 2040 \text{ kg/m}^3$ )推测, 泥石流等效黏度约  $16 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  (160 P), 根据文献[18]的公式(3-12)推算, 泥石流等效屈服应力约  $30.8 \text{ Pa}$  ( $308 \text{ dyn/cm}^2$ ).

由图 7 可见, 观测资料与计算结果的趋势相当符合. 由于黏性泥石流并非理想的 Bingham 流体, 所用的等效黏度和等效屈服应力也可能包含较大的误差. 而且, 观察到的泥石流地形和沟床条件很复杂, 远非是在二维直渠道内流动, 流动也未达到充分发展状态, 观察数据(包括阵流速度和单宽径流量)本身也有较大误差, 所以, 这种符合可能有点巧合(为说明问题, 需采集更多的观测资料. 但是, 兼有阵流速度、径流量和泥石流物性(至少有泥石流容重)的资料很少), 这多少说明, 采用立面二维的方法(必要时可采用更接近实际的三维计算方法)研究阵流速度是可行的, 可视为实际速度的一级近似. 在研究的初期采用 Bingham 模型也是有意义的近似.

由(15)式可见, 阵流速度  $U$  除了随着径流量  $Q$  的增加、倾角  $\vartheta$  的增加、黏度  $\mu_0$  的减小而增加之外, 还随着屈服应力  $\tau_0$  的增加而增加. 有人可能对此感到奇怪, 床面阻力应随着  $\tau_0$  的增加而增加, 并导致阵流速度减小, 怎么会使阵流速度增加呢? 对此说明如下:

在径流量  $Q$ 、倾角  $\vartheta$  和黏度  $\mu_0$  等给定的条件下, 随着  $\tau_0$  的增加, 临界厚度  $h_{cr}$  也随之增加. 设有一定数量  $Q$  的两种流体——具有屈服应力  $\tau_{01}$  的流体 1 和具有屈服应力  $\tau_{02}$  的流体 2 ( $\tau_{02} > \tau_{01}$ ), 分别在较薄的(厚度为  $h_{cr,1}$ )和较厚的(厚度为  $h_{cr,2}$ )残留层上运动, 后者虽然屈服应力较大, 然而它的重力(流向分力)较大, 且  $(\partial u / \partial y)|_{y=0}$  较小, 它们都会使速度增加. 只要这两个使速度增加的效果超过屈服应力本身的增阻效果, 那么就不难理解“阵流速度  $U$  随着屈服应力  $\tau_0$  的增加而增加”.

其实, 在均匀连续流中也有类似的情况. 根据 Buckingham 方程, 均匀连续流的平均速度  $\bar{u}$  可表示为

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\rho g \sin \vartheta}{3h\mu_0} (h-h_{cr})^2 \left( h + \frac{1}{2}h_{cr} \right) \\ &= \frac{\rho g \sin \vartheta (h-h_{cr})^2}{3\mu_0} \left[ 1 + \frac{h_{cr}}{2(h-h_{cr})+h_{cr}} \right]. \end{aligned}$$

由上式可见,当水深  $h$  一定时,平均速度  $\bar{u}$  是随着临界厚度  $h_{cr}$  的增加(也就是屈服应力的增加)而减小;然而在  $(h-h_{cr})$  一定的条件下,平均速度  $\bar{u}$  却是随着临界厚度  $h_{cr}$  的增加而增加.连续流中的流核相当于阵性流中的残留层,厚度都是  $h_{cr}$ .连续流中的  $(h-h_{cr})$  相当于阵性流中残留层以上部分,径流量  $Q$  是这部分流体量沿流向的积分,连续流中“ $(h-h_{cr})$ 一定”的条件相当于阵性流中“径流量  $Q$  一定”的条件.

### 3 结论

(i) 描写阵性流整体运动的是阵流速度  $U$ ,它是一种波速,不是介质速度.流场中各点的速度  $u(t, x, y)$  和各断面的平均速度  $\bar{u}(t, x)$  都小于阵流速度  $U$ .

(ii) 阵性流是一种非定常流动.当阵性流达到充分发展时,若在一个与阵性流一起运动的坐标里观察,则阵性流流场是定常的.

(iii) 充分发展的阵性流都属于急流,阵流速度  $U$  都超过残留层中的浅水波速度.

(iv) 对于充分发展的阵性流,在龙头区,重力(流向分力)大于床面阻力,流体在加速;在阵性流后部,情况正相反.在阵性流中,惯性力对流体的动量平衡过程起了很关键的作用.

(v) 龙头区的流速分布很不均匀.随着时间的推移,在阵性流向前运动的同时,龙头区的流体逐渐进入阵性流后部,平均流速和速度分布的不均匀性都逐渐减小.

(vi) 描写 Bingham 流体充分发展阵性流动的独立的无量纲参数有:  $Q^*$ ,  $\mu_0^*$  (参见(11)和(12)式)和床面倾角  $\vartheta$ .

(vii) 计算结果表明,对于充分发展的阵性流,阵流速度  $U$  随着黏度  $(\mu_0/\rho)$  的增加而减小,随着倾角  $\vartheta$  和径流量  $Q$  的增加而增加,还随着  $(\tau_0/\rho)$  的增加而增加;阵流速度  $U$  可近似表示为:  

$$U = C(Qg \sin \vartheta / \mu_0)^n \rho^{(3n-1)/2} \tau_0^{(1-n)/2}.$$

(viii) 在阵流速度研究中,在一级近似意义上,把黏性泥石流流体当作均质的 Bingham 流体,可能是

适当的.

**致谢** 本工作受中国科学院“特别支持领域:山地灾害-泥石流与滑坡”和国家自然科学基金(批准号:49771003)项目资助.

### 参 考 文 献

- Hutter K, Svendsen B, Rickenmann D. Debris flow modeling: A review. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 1996, 8: 1-35
- Iverson R M. The physics of debris flows. *Reviews of Geophysics*, 1997, 35: 245-296
- 苟兴华. 龙头紊动与泥石流阵性运动. 见: 杜榕桓主编. 泥石流观测与研究. 北京: 科学出版社, 1996. 16-23
- Winzen K, Wang Z, Dietrich A. Intermittent and continuous behaviour of debris flow movement. *Int J of Sediment Research*, 1999, 14(1): 62-69
- Takahashi T. Debris flow. IAHR-AIRH Monograph series. USA: Balkema Publishers, 1991
- Chen C L. Comprehensive review of debris flow modeling concepts in Japan. *Geol Soc Am Rev Eng Geol*, 1987, 7: 13-29
- Huang X, Garcia M H. A perturbation solution for Bingham-plastic mudflow. *J of Hydraulic Engineering*, 1997, 123(11): 986-994
- Han G, Wang D. Numerical modeling of Anhui debris flow. *J of Hydraulic Engineering*, 1996, 122(5): 262-265
- Bagnold R A. Experiments on a gravity-free dispersion of water flow. *Proc Royal Soc. Ser A*, 1954, 225: 49-63
- 钱宁, 万兆惠. 泥沙运动力学, 北京: 科学出版社, 1986. 117-119
- Ghilardi P, Natale L, Savi F. Modeling debris flow propagation and deposition. *Physics and Chemistry of the Earth, Part C*, 2001, 26(9): 651-656
- 王兆印, 林秉南, 张新玉. 非牛顿体不稳定流的研究. *力学学报*, 1990, 22(3): 266-275
- Liu K F, Mei C C. Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope—A Bingham model. *Physics of Fluids*, 1994, 6(8): 2577-2590
- Savage S B, Hutter K. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J Fluid Mechanics*, 1989, 199: 177-215
- 刘大有, 段新平, 章书成, 等. Bingham 体的连续流和阵性流研究中无量纲参数讨论. *泥沙研究*, 2001, (1): 16-22
- 陈文芳. 非牛顿流体力学. 北京: 科学出版社, 1984. 111-115
- 张军, 熊刚. 云南蒋家沟泥石流运动观测资料集. 北京: 科学出版社, 1997. 138-149
- 吴积善, 康志成, 田连权, 等. 云南蒋家沟泥石流观测研究. 北京: 科学出版社, 1990. 80-81

(2002-09-09 收稿, 2003-04-02 收修改稿)