

气-液两相流界面迁移现象的数值模拟研究

邓 晟¹, 李会雄¹, 赵建福², 陈听宽¹

(1. 西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安; 2. 中国科学院力学研究所国家微重力实验室, 100080, 北京)

摘要: 借助于 Level Set 函数,建立了气-液两相的统一控制方程组,并在交错网格中进行离散.用两种格式,即 Superbee-TVD 格式和 5 阶 WENO 格式求解 Level Set 函数的输运方程,用 SIMPLER 算法的思想对主流场控制方程的求解方法进行改进.数值实验结果表明,在求解 Level Set 的控制方程时,5 阶 WENO 方法比 Superbee-TVD 格式的结果更准确;用改进的数值算法可成功实现对密度比大于 1 000/1 的气-液两相流界面迁移问题的数值模拟.对几种典型大密度比气-液两相流问题的计算结果与实际问题的物理规律完全一致,验证了该方法的有效性和可靠性.

关键词: Level Set 方法;气-液两相流;数值模拟

中图分类号: TK121 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2004)11-1123-05

Numerical Simulation of the Interface Movement in Gas-Liquid Two-Phase Flows

Deng Sheng¹, Li Huixiong¹, Zhao Jianfu², Chen Tingkuan¹

(1. State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. National Micro-Gravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: General governing equations are established for the whole two-phase flow field with the help of a level set function. The equations are discretized by finite difference method in a staggered Cartesian grid system. Two schemes, i. e. the Superbee-total variation diminishing (TVD) scheme and 5-order weighted essentially non-oscillatory (WENO) scheme are adopted to solve the advection equation of the Level Set function, and a SIMPLER-based method is employed to seek solutions to the momentum equations of the two-phase flow. The numerical results show that the 5-order WENO scheme is much more effective than the Superbee-TVD scheme when applied to the computation of the Level Set equation, and the presented numerical method is suitable for the solution to gas-liquid two-phase flows with a liquid-gas density ratio larger than 1 000/1. Computations of several typical gas-liquid two-phase problems of large liquid-gas density ratios show that the numerical simulation can reasonably revealed the physical mechanisms and the method is quite promising in simulating the behaviors of moving interfaces in gas-liquid two-phase flows.

Keywords: Level Set method; gas-liquid two-phase flow; numerical simulation

气-液相界面的行为特性对气-液两相流的宏观流动及传热传质特性也有很大影响,与此相关的研究在工业和环境工程中有重要应用^[1].气-液相界面的存在给数值模拟技术的应用带来很大障碍.首先,气-液界面将流动区域分为截然不同的三大

类,气相区、液相区和相界面区,单相流体流动与传热的数值计算技术难于直接应用;再者,气-液相界面随时间和流动条件发生变形、破碎或融合,不断演化^[1,2].为了实现气-液两相流的数值模拟,首先需要有一套描述气-液相界面的流体动力学行为的科

收稿日期: 2004-04-02. 作者简介: 邓 晟(1975~),男,硕士生;李会雄(联系人),男,教授,博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50106011);空泡物理和自然循环重点实验室基金及中国科学院力学所国家微重力实验室开放基金资助项目.

学方法.从20世纪五六十年代开始,科学家先后提出并尝试了多种气-液相界面的描述方法,Level Set方法是其中最为新颖、最具吸引力的方法之一^[2,3].作者曾采用3阶内差假想离子法(CIP方法)来求解Navier-Stokes方程及Level Set输运方程,发现所能计算的气-液两相流相界面两侧介质的物性(主要是密度、粘性)之比比较小,不能满足实际应用的需要(如水-空气密度比约为1000/1)^[4].针对这一问题,作者对Level Set输运方程的求解方法及气-液两相动量方程的求解方法做了重要改进,实现了对大密度比(密度比为1000/1)气-液两相流问题的成功计算.本文介绍的正是这方面的进展和结果.

1 基本控制方程

1.1 Level Set方法及其基本方程

考虑在计算区域 Ω 中存在不可压缩的气-液两相流动,气、液两相占据的区域分别为 $\Omega^g(t)$ 、 $\Omega^l(t)$, $\Gamma(t)$ 为气-液两相分界面.定义Level Set函数 $\phi(x, t)$,使得在任意时刻 t 气-液相界面 $\Gamma(t)$ 恰是 $\phi(x, t) = 0$ 的零等值面,即要求

$$\phi(x, t) = \begin{cases} > 0 & (x, t) \in \Omega^g \\ = 0 & (x, t) \in \Gamma \\ < 0 & (x, t) \in \Omega^l \end{cases}$$

同时函数 $\phi(x, t)$ 应在 $\Gamma(t)$ 附近为法向单调.在气-液两相流中,Level Set函数 $\phi(x, t)$ 的流体动力学行为由下述方程控制

$$\phi_t + u_x \phi + v_y \phi = 0 \quad (1)$$

式中: u, v 是主流场速度在 x, y 坐标方向上的分量.在任意时刻,只要求出 ϕ ,即可确定气-液相界面的位置,从而可避免显式地追踪气-液界面.关于Level Set函数方程的具体细节可参见文献[5].

1.2 主流场控制方程组

借助于Level Set函数,含有相界面的气-液两相介质流动可用下述Navier-Stokes方程统一描述.在固定的Euler坐标系中,Navier-Stokes方程可被写为^[4]

$$\rho(\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) = \mathbf{F} + \nabla \cdot \mathbf{D}$$

$$\frac{1}{\rho} [-\nabla p + \nabla(\mu D) + \mathbf{f}(\phi(x, t)) \mathbf{n}] \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

式中: $\mathbf{u} = (u, v)$ 是流体速度; $\rho = \rho(x, t)$ 、 $\mu = \mu(x, t)$ 分别是流体密度和粘性系数; D 表示粘性应力张量; \mathbf{F} 为体积力.方程(2)中的最后一项代表集中在相界面上的表面张力, σ 为表面张力系数, κ 为相界面曲率, δ 是Dirac Delta函数, n 表示相界面上

法向朝外的单位向量.在这种表示方法中,用Level Set函数 ϕ 可将气-液两相流中物性参数及相界面几何特性参数方便地表示为一连续函数形式,具体细节可参阅文献[4].

2 Level Set函数输运方程的数值求解方法

2.1 用Superbee-TVD格式求解输运方程

先考虑一维空间内的问题.对于一维输运方程

$$\phi_t + v \phi_x = 0 \quad (4)$$

设 $v > 0$,在时间和空间的控制体积元 $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [t_n, t_{n+1}]$ 上进行积分并展开,可得到

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^n) \phi_i^n \quad (5)$$

式中: $\phi_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \phi(x) dx$, ϕ_i^n 、 ϕ_i^{n+1} 表示空间的积分平均; $x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$;上标 n 和 $n+1$ 表示时层; $v_{i+1/2}^n$ 、 $v_{i-1/2}^n$ 表示时间积分平均,可定义为 $v_{i+1/2}^n = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} v_{i+1/2}(t) dt$; $t = t_{n+1} - t_n$.利用迎风格式的思想和特征线法对时间积分平均进行变换,并采用梯形公式和被积函数的一阶Taylor展开进行简化,可得方程(4)的离散格式为

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - c(\phi_i^n - \phi_{i-1}^n) + \frac{c}{2} x(c-1)(S_i^n - S_{i-1}^n) \quad (6)$$

具体的变换过程可参见文献[5].对一般的速度 v ,可将格式统一写为

$$\begin{aligned} \phi_i^{n+1} = & \phi_i^n - \frac{\Delta t}{x} \max(0, V)(\phi_i^n - \phi_{i-1}^n) + \\ & \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{x} \max(0, V) x(c-1)(S_i^n - S_{i-1}^n) - \\ & \frac{\Delta t}{x} \min(0, V)(\phi_{i+1}^n - \phi_i^n) + \\ & \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{x} \min(0, V) x(c+1)(S_{i+1}^n - S_i^n) \quad (7) \end{aligned}$$

对于二维情形,可采用分步法进行计算.前半段时间步计算 x 方向的变化,得到中间值 $\phi^{n+1/2}$;以此为初值在后半段时间步内求解 y 方向的变化,即可得 $n+1$ 时刻的 ϕ^{n+1} .

2.2 用3阶Runge-Kutta法和5阶WENO格式(简称3RK5W方法)求解输运方程

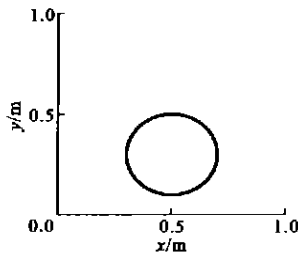
将Level Set输运方程 $\phi_t + u \phi_x + v \phi_y = 0$ 改写为空间导数项离散算子的形式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = L(\phi) = -u \frac{\partial \phi}{\partial x} - v \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (8)$$

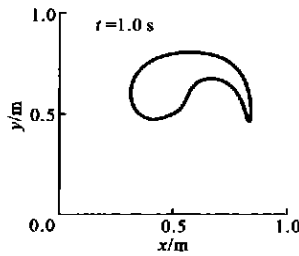
则对时间离散可表示为 3 阶的 Runge-Kutta 格式. 对空间导数项离散算子 $L(\cdot)$ 中的 1 阶对流导数项采用 5 阶 WENO 法求解^[6]. 对于空间坐标点 i_0 , 分别求左导数 $\bar{\cdot}$ 和右导数 $\bar{\cdot}^+$. 为求 $\bar{\cdot}$, 选择 6 节点模板 $\{i_0-3, i_0-2, i_0-1, i_0, i_0+1, i_0+2\}$, 并计算 1 阶牛顿差商 $\bar{\cdot}_1, \bar{\cdot}_2, \bar{\cdot}_3, \bar{\cdot}_4, \bar{\cdot}_5$; 为求 $\bar{\cdot}^+$, 选择 6 节点模板 $\{i_0-2, i_0-1, i_0, i_0+1, i_0+2, i_0+3\}$, 可求出另一组 1 阶牛顿差商 $\bar{\cdot}_1, \bar{\cdot}_2, \bar{\cdot}_3, \bar{\cdot}_4, \bar{\cdot}_5$. 根据每一组牛顿差商值, 可分别计算出一组中间系数和最终的加权系数 $\bar{\cdot}_1, \bar{\cdot}_2, \bar{\cdot}_3$. 最后, 可得对流导数项的 WENO 离散格式为

$$\left(\frac{\bar{\cdot}}{\bar{\cdot}^+}\right)_{i_0} = \bar{\cdot}_1 \left(\frac{-1}{3} - \frac{7}{6} \bar{\cdot}_2 + \frac{11}{6} \bar{\cdot}_3 \right) + \bar{\cdot}_2 \left(\frac{-2}{6} + \frac{5}{6} \bar{\cdot}_3 + \frac{-4}{3} \right) + \bar{\cdot}_3 \left(\frac{-3}{3} + \frac{5}{6} \bar{\cdot}_4 - \frac{-5}{6} \right) \quad (9)$$

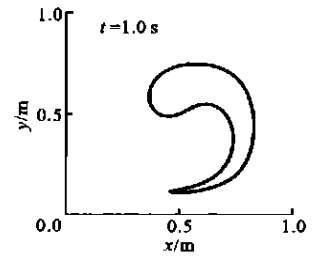
根据迎风格式的思想, 对于节点 i_0 , 如果 $u_{i_0} > 0$, $\bar{\cdot}$ 取 $\bar{\cdot}^+$, 反之取 $\bar{\cdot}$. y 方向的计算方法与此相似. 关于中间系数和加权系数 $\bar{\cdot}_1, \bar{\cdot}_2, \bar{\cdot}_3$ 的详细求解过程可参考文献[5].



(a) 初始场



(b) 使用 Superbee-TVD 格式



(c) 使用 3RK5W 方法

图 1 圆形界面在剪切场中的变形

计算结果差别较大, 用 3RK5W 方法计算的结果与文献[8]中的结果接近. 此外, 用上述两种格式还分别对三角形界面、矩形界面和 Zaleska 模型在水平均匀流场、垂直均匀流场、倾斜均匀流场、旋转流场和剪切流场中的运动过程进行了计算. 对计算结果的分析发现, 3RK5W 方法比 Superbee-TVD 格式的数值模拟结果更为准确. 更多的详细结果可参见文献[5].

3.2 水滴在空气中自由沉降运动过程的数值模拟

图 2 给出了初始时刻保持静止的水滴在空气中自由下落时液滴中心点速度随时间变化的关系. 计算时水滴和空气的物性取常温常压下的数据, 而重力加速度取为 9.8 m/s^2 . 由图 2 可看到, 液滴中心速度与时间呈良好线性关系, 该直线的斜率正好等于

3 数值计算方法及算例分析

采用有限差分法对主流场控制方程和气-液相界面控制方程进行耦合求解. 用 3RK5W 方法求解气-液相界面输运方程, 而用 SIMPLER 算法作为内核求解主流场控制方程, 详细内容可参见文献[5, 7]. 计算区域为 $0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$ 或 $0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$. 在大部分计算中采用 100×100 的均匀网格, 部分计算中采用 60×60 的网格. 计算区域的上下边界采用光滑固体边界条件, 左右边界采用周期性边界条件.

3.1 对圆形界面在剪切场中运动过程的数值模拟

图 1 表示分别用 Superbee-TVD 格式与 3RK5W 方法对圆形界面在剪切场中运动过程的数值模拟结果的比较. 剪切速度场为

$$u(i, j) = \cos[(x(i) - 0.1)] \sin[(y(j) - 0.1)] \\ v(i, j) = -\sin[(x(i) - 0.1)] \cos[(y(j) - 0.1)]$$

计算区域为 $[0, 1] \times [0, 1]$. 初始界面是一个圆, 圆心在 $(0.5, 0.5)$, 半径 $R = 0.2$. 可以看出, 两种方法的

重力加速度 $g = -9.8$; 该结果完全符合实际问题所遵循的物理规律, 证明了本文计算方法的可靠性.

3.3 空气泡在水中的上浮

图 3 表示对初始时刻静止的空气泡在水中自由上浮过程的数值模拟结果. 可看出: 由于受浮力作用, 气泡逐渐上浮; 在上浮过程中, 由于气泡下部的压力大于顶部压力, 加之受尾部回流区的影响, 气泡下部逐渐向内凹陷; 初始时刻的球形界面逐渐演化为球冠状、半球

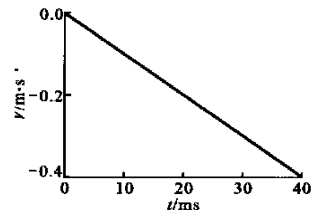


图 2 水滴在空气中自由下落时中心点速度与时间的关系

状和口袋状,直到最终破裂.本文计算结果与文献[6]的气泡变形过程类似,符合所研究问题的物理规律,而且本研究中的水/气的密度比为1 000/1,研究结果的适用性更广.

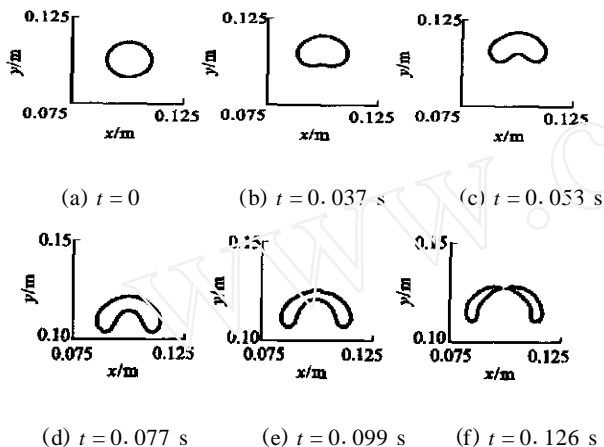


图3 静止气泡在水中自由上浮时不同时刻的界面形状

3.4 水滴自由下落与水面冲击过程的数值模拟

图4表示初始时刻静止的水滴从空中自由下落并落入大面积水体,水滴与水体自由表面融合、融合后的界面波动和变形随时间演化的情况.可以看到:水滴从空中下落接触到水面时继续下降,并逐渐与水体自由表面发生融合;由于水滴的初始动量的作用,水体自由表面上出现凹陷,并在水滴落入点周围形成“弹坑”和“环形山弧”;继而由于表面张力的作用,水面又继续向上反弹;由水滴冲击形成的波动向四周逐渐传递.数值模拟得到的这一图像与实际物理现象完全吻合.

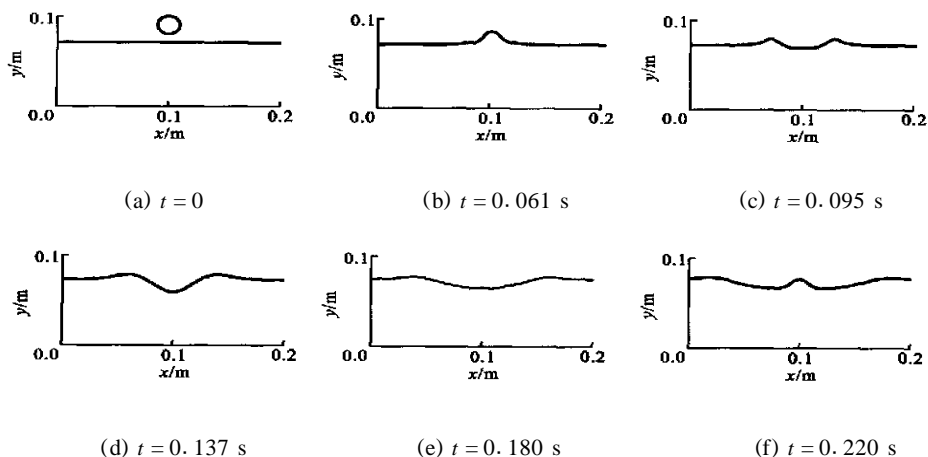


图4 水滴从空气中静止落入水面后水滴及自由水面的形状变化

3.5 两个空气泡在水中融合过程的数值模拟

图5表示对初始时刻静止、处于同一条垂直线上的大小不同的两个空气泡在水中自由上升运动过程的数值模拟结果.起始时刻大气泡在小气泡的正上方.由图5可看到:受浮力作用,大小气泡同时开始上浮;由于小气泡处于大气泡的尾流区,受大气泡尾流区回流的卷吸作用,小气泡的上升速度比大气泡快;在经过一段时间以后,小气泡追上并与大气泡接触,然后逐渐与大气泡合并;小气泡逐渐被大气泡吸收合并而为一,变成一个逐渐变形的大气泡.在本研究中,水/气泡的密度比为1 000/1.可以清楚地看到,大小气泡的接近、融合等在不同时刻的运动及变化趋势与文献[6]中的研究结果类似,与实际物理现象也很吻合.

4 结束语

对于气、液物性差别较大的(如密度比为1 000/1)两相流中的界面迁移现象的数值模拟,处理起来比较困难和复杂.本文采用 Superbee-TVD 格式和 3RK5W 方法对多种典型界面在典型流场中的运动过程进行了模拟,表明用 3RK5W 方法求解 Level Set 输运方程时效果最好.通过改进 Level Set 输运方程和气-液两相动量方程的求解方法,解决了气-液界面两侧介质密度比不能过大的问题.对典型的密度比为1 000/1的大密度比气-液两相流动问题的数值模拟结果与实际问题的物理规律吻合良好,表明应用本文的计算方法可成功实现气-液两相流动界面迁移现象的数值模拟,在气-液两相流的数值模拟研究中迈出了一大步.

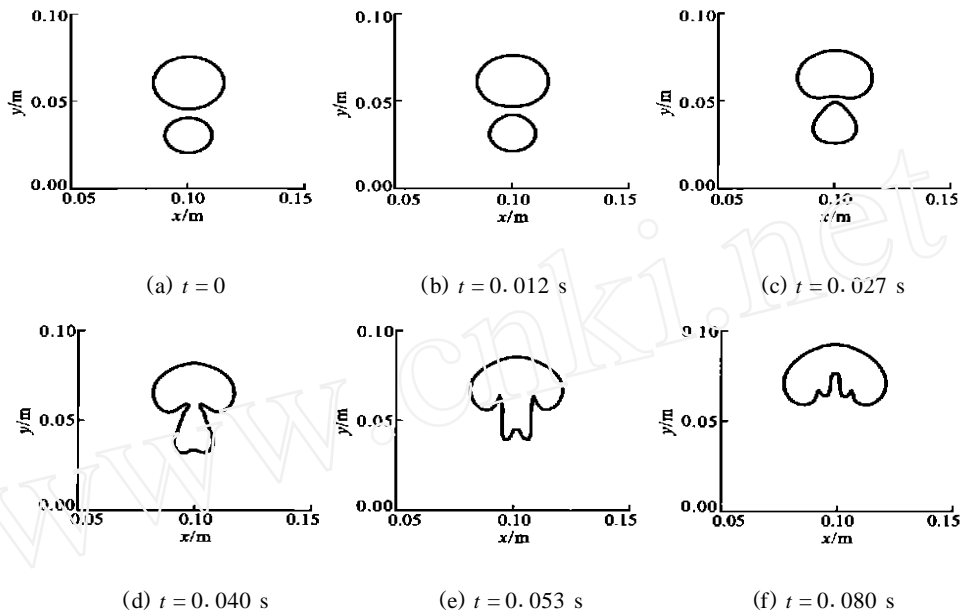


图 5 两个空气泡在水中自由上浮时的变形与融合过程

参考文献:

- [1] 陈学俊,陈立勋,周芳德. 气液两相流与传热基础[M]. 北京:科学出版社,1995.
- [2] Lebaigue O, Jamet D, Duquennoy C, et al. Review of existing methods for direct numerical simulation of liquid-vapor two-phase flows[A]. 6th International Conference on Nuclear Engineering, San Diego, 1998.
- [3] Sethian J A, Adalsteinsson D. An overview of Level Set methods for etching, deposition, and lithography development[J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 1997, 10(1): 167 - 184.
- [4] Li H X, Bui V A, Dinh T N, et al. Numerical study on effect of the gas-coolant free surface on the droplet fragmentation behavior in coolants[A]. 33rd National Heat Transfer Conference, Albuquerque, 1999.
- [5] 邓 晟. 气-液两相流的相界面追踪及数值模拟方法研究[D]. 西安:西安交通大学能源与动力工程学院, 2004.
- [6] Chao Y C, Hou T Y, Merriman B. A Level Set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows[J]. J of Computational Physics, 1996, 124(1): 449 - 464.
- [7] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安:西安交通大学出版社,2001.
- [8] Zaleska S T. Fully multi-dimensional flux corrected transport algorithms for fluid flow[J]. J of Computational Physics, 1979, 31(3): 335 - 362.

(编辑 荆树蓉)

本刊“学术争鸣与评论”栏目征稿启事

为了活跃学术气氛,开展学术讨论,本刊研究决定自 2005 年开始,开设“学术争鸣与评论”栏目,从现在开始面向国内外读者和审者广泛征集稿件,具体要求如下。

(1) 评论稿件是对本刊已发表的学术论文中存在的缺陷或可能的失误提出讨论和评述,并尽量给出评论者认为更好或更正确的观点,也可以对本刊已发表的论文中的某些在学术界有争议的观点进行争鸣。

(2) 批评和评论应当本着实事求是的态度,对自己提出的观点和解释提供必要而且充分的佐证资料,避免泛泛而谈,并不得对作者进行人身攻击。

(3) 评论要求有理有据、短小精悍,一般在 1 000 个汉字字符以内,稿酬从优。

(4) 除特殊情况外,来稿一般不进行同行审稿,但会尽力联系被评论论文的作者,请作者提出答辩,需要时也安排发表。

(5) 评论稿件可以署笔名发表,但来稿时应当提供真实姓名和具体联系方式。

(6) 投稿地址:710049 西安市咸宁西路 28 号 西安交通大学学报编辑部。

(7) 本刊网址 <http://journal.xjtu.edu.cn/zrb/> E-mail: xuebao@mail.xjtu.edu.cn