

三维风沙运动的 CFD-DEM 数值模拟

杨杰程, 张宇*, 刘大有, 魏小林

中国科学院力学研究所环境力学重点实验室, 北京 100190

* E-mail: zhangyu@imech.ac.cn

收稿日期: 2010-01-26; 接受日期: 2010-04-17

国家自然科学基金(批准号: 10972223)和中国科学院知识创新工程领域前沿项目资助

摘要 采用计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)和颗粒离散元(Discrete Element Method, DEM)耦合的方法模拟三维风沙运动, 并且将三维模拟结果和二维模拟结果以及实验结果进行了对比. 计算结果表明: 沙粒水平速度随着高度按幂函数规律增加, 沙床表面附近沙粒撞击和起跳速度的概率分布均可用对数正态函数描述, 沙粒撞击和起跳角度的概率分布均可用指数函数描述, 沙粒水平速度、展向速度和垂直速度在不同高度处的概率分布可分别用对数正态分布、正态分布和正态分布表示. 与二维计算结果的分析对比表明: 二维计算得到的颗粒速度的分布规律和三维计算结果类似, 但二维计算的颗粒表观密度明显偏大, 由此导致输沙量计算偏大. 和实验结果的对比表明: 三维计算得到的颗粒速度概率分布与实验基本保持一致.

关键词 风沙运动 计算流体力学, 颗粒离散元, 三维模拟

PACS: 47.11.-j, 47.55.kf, 45.05.+x

风沙运动可以导致沙漠化、沙尘暴等一系列严重的环境问题, 风沙运动的研究也受到人们越来越多的关注. 风沙运动主要分为沙粒在地表面上的蠕移、离开地表面在近地层内的跃移、以及跟随大气流动进入大气层的悬移, 其中跃移是最主要的运动形式, 约占总输沙量的 $3/4$ ^[1]. 因此, 跃移在风沙运动的研究中得到了广泛的关注. 本文模型主要模拟沙床表面附近区域的风沙运动, 包括蠕移和跃移. 通过这一区域内沙粒速度的空间分布反映出沙粒蠕移和跃移的运动状态.

在沙床表面附近区域内, 沙粒的碰撞和起跳显得非常重要. 这是因为沙粒通过不断地与沙床表面碰撞, 将气流动量转移到沙面并击溅起更多的沙粒进入气流. 沙粒和沙床表面的碰撞过程决定着沙粒起跳速度的分布状态, 同时也决定着整个风沙流场

的状态^[2]. 因此, 本文还着重关注了沙粒撞击和起跳速度、撞击和起跳角度的概率分布.

风沙运动的研究手段主要有野外观测、风洞实验、数值模拟以及理论分析等. 自从 Bagnold 开创风沙物理学后, 对于风沙运动的风洞实验和野外观测研究取得了显著的进展. Zou 等人^[3]运用高速摄影的方法在风洞中研究跃移颗粒的运动, 结果表明颗粒速度沿高度分布遵循幂函数分布规律. Dong 等人^[4]用集沙仪测量了沙面上的输沙量分布, 结果表明可用指数函数描述输沙通量随高度的变化规律. Kang 等人^[5]采用相位多普勒粒子分析仪(PDPA)在风洞中测量了沙床面上沙粒撞击和起跳速度概率分布以及不同高度处沙粒速度概率分布, 结果表明, 沙床面上沙粒撞击和起跳速度概率分布均可用对数正态分布函数描述, 撞击和起跳角度均可用指数分布函数描述,

引用格式: 杨杰程, 张宇, 刘大有, 等. 三维风沙运动的 CFD-DEM 数值模拟. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 904 ~ 915

沙粒垂直速度概率分布在不同高度处均可表示为正态分布函数。

同时,越来越多的学者通过建立数学模型来模拟风沙运动.在已有的模拟风沙运动的模型中,风沙运动的计算通常被分解为四个步骤:空气卷吸颗粒的计算、颗粒运动轨迹的计算、颗粒与床面碰撞的计算以及颗粒和气流动量交换引起的风速修正计算.在 Ungar 等人^[6]建立的模型中,颗粒与床面的碰撞是用一击溅函数描述.在 McEwan 等人^[7]建立的模型中,通过高速摄影得到的实验数据被直接用于描述颗粒与床面的碰撞的过程.在这些早期建立的模型中,都没有考虑颗粒在运动过程中颗粒间的碰撞作用.然而, Anderson 等人^[8]的研究认为,在风沙运动平衡状态中风力直接起动的沙粒可以忽略,使沙粒起跳离开沙床表面的真正原因是跃移沙粒与沙面的碰撞. Huang 等人^[9]建立了考虑颗粒在空中碰撞的模型,研究表明考虑气流中颗粒碰撞后的单位面积输沙率和单宽输沙率都比不考虑此类碰撞更接近实验值.因此,在体现颗粒与床面的碰撞的重要性的同时也不应该忽略气流中颗粒相互间碰撞对风沙运动的影响,本文模型同时考虑了这两种颗粒碰撞.

风沙运动是一种复杂的气固两相流动,在气流和颗粒间存在着复杂的动量交换.野外观测的结果表明^[1],在风沙运动起动以前,近地层风速遵循对数分布.风沙运动起动后,由于沙粒的阻力作用,使跃移层中风速不再遵循对数规律变化,这就需要一种考虑流体颗粒间相互耦合作用的模型来更合理地模拟风沙运动. Huang 等人^[10]的研究发现,如果采用一些非对数分布的风速廓线的实验数据进行模拟,则得到的颗粒跃移轨迹高度和长度的结果与采用对数分布的风速廓线进行模拟得到的结果有很大不同. Huang 等人^[11]还建立了一个考虑从地表到大气边界层的热流的模型来研究沙尘暴的结构与发展,指出沙尘暴的形成机理可以用热对流的理论进行解释. Zheng 等人^[12]建立了一个考虑流体与颗粒间的曳力、重力和静电力的模型模拟风沙运动,表明三种力都对风沙运动有影响. Kang 等人^[13]建立了一个二维模型,把颗粒看作统一粒径的圆片,引入软球模型描述沙粒-床面及沙粒-沙粒之间的碰撞,考虑了流体相与颗粒相之间的双向耦合作用,得到了沙粒速度和输沙通量的分布规律,但是由于计算仍是二维的,所以在颗粒相浓度、输沙通量等量的统计方面还存在不完

善的地方.

本文建立了一个三维 CFD-DEM 模型模拟沙床表面附近区域的风沙运动.采用软球模型模拟颗粒间碰撞并考虑气固两相间的耦合作用.利用该模型研究风沙运动中沙粒水平运动速度、沙床表面沙粒撞击和起跳速度概率分布、沙粒撞击和起跳角度概率分布以及不同高度处沙粒水平速度、展向速度和垂直速度的概率分布,并给出了各种分布的确定的拟合表达式.

1 数学模型

1.1 流体相控制方程

流体相连续性方程和动量方程分别表示为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) \\ = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_f \boldsymbol{\tau}_f) + \alpha_f \rho_f g - \mathbf{f}_{\text{drag}}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中,下标 f 表示流体相, ρ_f , \mathbf{u}_f 和 p 分别为流体密度、速度和压强, g 为重力加速度, $\boldsymbol{\tau}_f$ 是流体应力张量, α_f 是流体体积分, \mathbf{f}_{drag} 是体平均下的颗粒受到的流体阻力. $\boldsymbol{\tau}_f$, α_f 和 \mathbf{f}_{drag} 的表达式如下所示:

$$\boldsymbol{\tau}_f = -\frac{2}{3}(\mu_{\text{eff}} \nabla \cdot \mathbf{u}_f) \mathbf{I} + \mu_{\text{eff}} [\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T], \quad (3)$$

$$\alpha_f = 1 - \sum_{k=1}^{n_p} V_{pk} / \Delta V, \quad (4)$$

$$\mathbf{f}_{\text{drag}} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{F}_{\text{drag},i}, \quad (5)$$

其中, μ_{eff} 是气体有效黏度, \mathbf{I} 是单位张量, ΔV 和 V_{pk} 分别为计算控制体的体积和颗粒 k 的体积, n_p 为控制体中的颗粒数,在三维计算中, $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, Δx , Δy 和 Δz 是控制体在 x , y 和 z 方向的长度.

$\mathbf{F}_{\text{drag},i}$ 是颗粒 i 所受的流体黏性阻力,采用 Di Felice^[14]修正的流体阻力表达式可表示为

$$\mathbf{F}_{\text{drag},i} = \frac{C_{d0}}{8} \pi d_p^2 \rho_f \alpha_f^2 \cdot |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p| (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \alpha_f^{-\chi}, \quad (6)$$

其中, $\chi = 3.7 - 0.65 \exp[-(1.5 - \lg Re_p)^2 / 2]$, C_{d0} 为流体阻力系数, Re_p 为颗粒雷诺数,分别表示为

$$C_{d0} = \left(0.63 + \frac{4.8}{Re_p^{0.5}} \right)^2, \quad (7)$$

$$Re_p = \frac{\alpha_f \rho_f d_p |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p|}{\mu_f}, \quad (8)$$

由于风沙流中气流处于湍流运动状态, 需要考虑流体相湍流的影响. 流体相湍流模型可以采用标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型描述, 表示如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f k) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f k) = \nabla \cdot (\alpha_f \Gamma_k \nabla k) + \alpha_f G - \alpha_f \rho_f \varepsilon + S_k, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \varepsilon) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f \varepsilon) = \nabla \cdot (\alpha_f \Gamma_\varepsilon \nabla \varepsilon) + \alpha_f \frac{\varepsilon}{k} (c_1 G - c_2 \rho_f \varepsilon) + S_\varepsilon, \quad (10)$$

其中, $G = \mu_{ft} \nabla \mathbf{u}_f \cdot [\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T]$, $\Gamma_k = \mu_f + \frac{\mu_{fk}}{\sigma_k}$,

$\Gamma_\varepsilon = \mu_f + \frac{\mu_{f\varepsilon}}{\sigma_\varepsilon}$, μ_f 为流体的动力黏度, μ_{ft} 为流体湍流黏性系数, $\mu_{fk} = c_\mu \rho_f k^2 / \varepsilon$, $\mu_{f\varepsilon} = \mu_f + \mu_{fk} \cdot c_1$, c_1 , c_2 和 c_μ 为常数, 分别取为 $c_1=1.44$, $c_2=1.92$, $c_\mu=0.99$. S_k 为颗粒对气体湍流动能的源项, S_ε 为颗粒对气体湍流能耗散率的源项. 虽然这两项颗粒源项包含在上述方程中, 但颗粒对气体湍流的影响在本文的计算中尚未考虑, 在今后的工作中需要针对这一问题做进一步的研究.

1.2 颗粒运动方程

考虑颗粒在运动过程中受到的颗粒间碰撞作用力、流体阻力、重力等, 那么颗粒平动和旋转运动方程可分别表示如下:

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_{p,l}}{dt} = m_p g + \mathbf{F}_{drag,l} + \sum_{k=1}^{n_c} (\mathbf{f}_{n,lk} + \mathbf{f}_{t,lk}), \quad (11)$$

$$I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_l}{dt} = \sum_{k=1}^{n_c} \mathbf{T}_{lk}, \quad (12)$$

其中, m_p , $\mathbf{u}_{p,l}$ 和 $\boldsymbol{\omega}_l$ 是颗粒 l 的质量、速度和角速度, $\mathbf{f}_{n,lk}$, $\mathbf{f}_{t,lk}$ 和 \mathbf{T}_{lk} 分别是颗粒 l 和颗粒 k 之间的法向碰撞力、切向碰撞力和碰撞力矩, 力矩 \mathbf{T}_{lk} 可表示为 $\mathbf{T}_{lk} = \mathbf{R}_l \times (\mathbf{f}_{n,lk} + \mathbf{f}_{t,lk})$, \mathbf{R}_l 为从颗粒 l 质心到碰撞点的距离矢量, I_p 是颗粒的转动惯量, $I_p = \frac{1}{10} m_p d_p^2$, n_c 是同时与颗粒 l

相碰撞的颗粒数.

1.3 颗粒碰撞模型

本文采用软球碰撞模型描述颗粒间的碰撞过程, 这是因为软球模型适宜于处理多颗粒碰撞问题. 根据线性弹簧阻尼模型^[15], 颗粒间法向和切向碰撞作用力分别表示如下

$$\mathbf{f}_{n,lk} = -k_s \boldsymbol{\delta}_n - \eta \mathbf{v}_{n,lk}, \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_{t,lk} = \begin{cases} -k_s \boldsymbol{\delta}_t - \eta \mathbf{v}_{t,lk}, & |\mathbf{f}_{t,lk}| \leq \mu_s |\mathbf{f}_{n,lk}|, \\ -\mu_s |\mathbf{f}_{n,lk}| \mathbf{t}, & |\mathbf{f}_{t,lk}| > \mu_s |\mathbf{f}_{n,lk}|. \end{cases} \quad (14)$$

其中, 下标 n 和 t 分别表示法向和切向方向, k_s 和 η 分别是刚度系数和阻尼系数, μ_s 是摩擦系数, $\boldsymbol{\delta}$ 为颗粒间变形量, \mathbf{v} 是发生碰撞的两个颗粒的相对速度:

$$\mathbf{v}_{n,lk} = (\mathbf{v}_{lk} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad \mathbf{v}_{t,lk} = \mathbf{v}_{lk} - \mathbf{v}_{n,lk},$$

$$\mathbf{v}_{lk} = \mathbf{v}_l - \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\omega}_l \times \mathbf{R}_l - \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{R}_k.$$

\mathbf{n} 为从颗粒 l 质心指向颗粒 k 质心的单位矢量, $\mathbf{n} = \mathbf{R}_l / |\mathbf{R}_l|$, \mathbf{t} 是单位切向量, $\mathbf{t} = \mathbf{v}_{t,lk} / |\mathbf{v}_{t,lk}|$.

2 计算条件

计算区域为一长 0.03 m, 宽 0.002 m, 高 0.3 m 的三维立方体区域, 如图 1 所示. 左右边界和前后边界采用周期性边界描述: 对于流体相, 出口处的流体速度赋给进口边界; 对于颗粒相, 如果一个颗粒从出口出去离开计算区域, 那么同时会有一个颗粒从进口进入计算区域, 反之亦然. 在上边界, 流体相的剪应力采用给定值 τ_0 (τ_0 视不同算例而定; 与 τ_0 相应的摩擦阻速度 u_* 定义为 $u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho_f}$); 颗粒相采用镜面反射边界条件: 如有一个颗粒以速度 (u_p, v_p, w_p) 离开上边

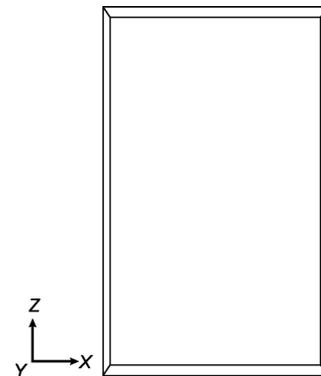


图 1 计算区域示意图

界, 则同时就会有一个颗粒以速度 $(u_p, v_p, -w_p)$ 从上边界进入计算区域. 在下边界, 对于流体相, 采用无滑移边界条件; 对于颗粒相, 颗粒与壁面的碰撞视为颗粒间碰撞, 将壁面看作一个半径无穷大、质量无穷大、速度为零的颗粒来处理.

当由上边界剪应力形成的流场算至稳定时, 在距下边界高 50 mm 的区域内随机产生 N 个颗粒作为风沙运动的初始状态(N 为颗粒数, 视不同算例而定). 因为我们关注的是达到稳定状态下的风沙运动的统计结果, 所以计算设定的风沙运动的初始状态可以与实际情况存在不符, 只需能收敛到稳定状态即可. 真实的风沙运动沙粒堆积层很厚, 但实际参与运动的沙粒层数并不多, 在一定层数以下, 沙粒几乎不动. 因此我们把下边界设置为一个静止不动的平板(相当于粒径无穷大的静止颗粒), 用它代替在它下面的所有颗粒. 对于上面众多颗粒的运动来说, 这种替代只是大体上等效, 会引起一定的误差. 我们选择的沙粒层数越多, 与实际情况的差异就越小; 但选择的沙粒层数越多, 计算所需的时间就会大大增加. 综合考虑两种因素, 我们选择了一个折中的颗粒数, 即当颗粒在竖直方向堆积有 12 层时所需的颗粒数. 这些颗粒在 $t = 0$ 时布置在距下边界高 50 mm 的区域内, 具体位置是随机的, 颗粒的初始速度为 0, 这样设定计算初始状态可以让颗粒在沉降形成沙床的同时就发生颗粒间的碰撞, 有助于较快起风沙运动, 节省机时. 当计算区域总输沙率在宏观上不再随时间变化时(随机涨落总还会存在), 则认为风沙运动已基本上达到稳定状态.

计算中的颗粒为统一直径(直径 d_p 的值视不同算例而定), 颗粒密度为 2650 kg/m^3 , 颗粒刚度系数为 1500 N/m , 阻尼系数取 0.002 N s/m , 摩擦系数为 0.4. 颗粒计算时间步长为 $2.0 \times 10^{-6} \text{ s}$, 流体计算时间步长为 $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}$. Haff 等人^[16]指出当摩擦系数在 0.25 至 2.0 之间时, 摩擦系数的具体值对碰撞过程的整体影响效应很小. Yuu^[17]的研究发现在 1000 N/m 的量级, 刚度系数的具体值对颗粒行为的影响也很小. 因此, 本文选取的摩擦系数为 0.4, 颗粒刚度系数为 1500 N/m , 阻尼系数取 0.002 N s/m . 采用比实际较软的颗粒进行模拟, 是为了可以采用较长的时间步长, 从而可以减少运算的步数, 尽快得到收敛的结果. 本文选取的颗粒直径大于实际沙粒平均直径, 为带动沙粒, 计算中的摩擦速度 u_* 也高于实际风沙运动中的摩擦

速度. 这些做法, 都是为了减少运算时间, 尽快得到收敛的结果.

本文统计了三个算例(分别称为 Case 1, Case 2 和 Case 3)的计算结果. 表 1 所示为三个算例在计算条件方面的差异, 而在其他方面各算例的设置如前所述都是一致的.

表 1 计算算例描述

算例编号	模拟颗粒数 N	颗粒直径 d_p (m)	上边界剪应力 τ_0 (Pa)
Case 1	6480	0.00033	14.7
Case 2	17000	0.00020	14.7
Case 3	17000	0.00020	7.5

3 计算结果与分析

3.1 沙粒水平速度随高度的变化

沙粒速度随高度的变化是研究沙粒动能垂直分布规律的一个重要因素, 而沙粒动能垂直分布规律又决定着沙粒侵蚀强度随高度的变化规律^[18]. 因此, 沙粒速度是风沙运动研究中的一个重要参数.

各算例计算得到的沙粒平均水平速度随高度的变化如图 2 所示. 从图中可以看出, 沙粒平均水平速度随着高度增加而增加, 无量纲沙粒平均水平速度随着无量纲高度的变化规律可用下述幂函数表示:

$$\frac{u_p}{u_*} = A \cdot \left(\frac{h}{d_p} \right)^B, \quad (15)$$

式中, u_p 为沙粒平均水平速度(单位 m/s), u_* 为摩擦速度(单位 m/s), h 为高度(单位 m), d_p 为颗粒直径(单位 m), A 和 B 是拟合常数.

无量纲沙粒平均水平速度随着无量纲高度的变化规律的拟合参数如表 2 所示. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从表中也可以看出, 各算例用幂函数拟合的相关系数均大于 0.97, 表明幂函数能很好地表示沙粒水平速度随高度的分布规律. 这与 Dong^[4]和 Zou 等人^[3]的实验得到的分布函数形式是一致的.

从图 2 中还可以看出沙粒直径和风速对沙粒水

表 2 沙粒平均水平速度拟合参数

算例编号	A	B	R^2
Case 1	0.10901	0.53367	0.97436
Case 2	5.61003	0.13146	0.99911
Case 3	1.82639	0.23396	0.99048

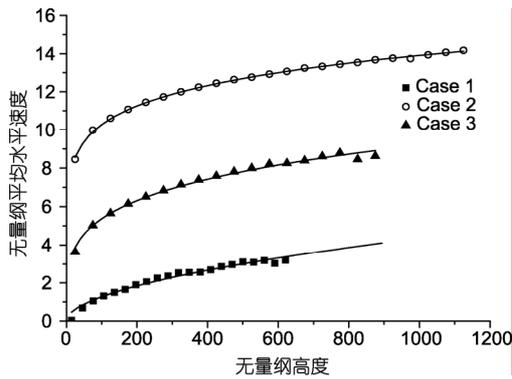


图 2 沙粒平均水平速度随高度的变化

平速度分布规律的影响: 同一粒径下, 风速越大, 沙粒水平速度越大(Case 2 和 Case 3); 同一风速下, 沙粒粒径越小, 沙粒水平速度越大(Case 1 和 Case 2). 另外还可以看出: 三个 Case 的模拟结果, 如果都采用无量纲形式, 能够有同样类型的拟合函数, 但不同 Case 的具体拟合参数则会不同.

3.2 二三维模型结果对比

本文三维模型(Case1)计算得到的沙粒速度和输沙通量随高度的分布与类似的二维模型^[13]的计算结果以及相应条件的实验对比如图 3 和 4 所示. 图中 d_p 为实验所用沙粒的粒径, u_{f0} 为风洞中心自由来流风速值. 从图 3 中可以看出, 两种模型的沙粒平均水平速度计算结果与实验结果^[19]大体符合; 而从图 4 则看出, 二维模型计算得到输沙通量远远大于三维模型的计算结果和实验结果^[20], 而三维模型的计算结果与实验结果比较接近(根据文献[20], 此处输沙通量为单位面积输沙率与集沙器单元高度的乘积). 这是因为颗粒从床面跃起以后, 本来应该在 x, y 和 z 三

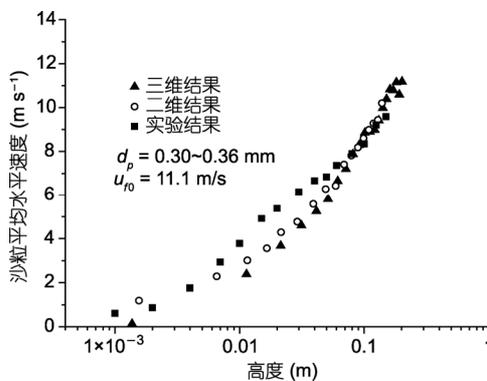


图 3 沙粒平均水平速度随高度变化

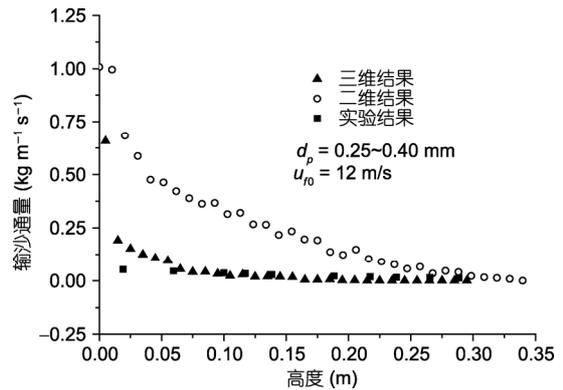


图 4 输沙通量随高度变化

个方向都不同程度地散开, 但是在二维计算中没有能反映出 y 方向的散开效应, 所以表观密度被不合理地放大了, 这是二维计算最不合理的方面, 受它影响, 使得输沙通量也明显偏大. 因此, 三维模型在这一方面对二维模型有显著的改进.

3.3 沙床表面附近沙粒撞击速度和角度概率分布

在以下的结果中, 撞击颗粒和起跳颗粒的划分方法如下: 在距离沙床表面 1 mm 的区域内, 如果沙粒的垂直运动速度向下, 那么该沙粒被认为是撞击沙粒; 如果沙粒的垂直运动速度向上, 那么该沙粒为起跳沙粒. 沙粒撞击速度和沙粒起跳速度均是指撞击沙粒和起跳沙粒在 x, y, z 三个方向上的合成速度; 沙粒撞击角度是指沙粒撞击速度与水平面的夹角; 沙粒起跳角度是指沙粒起跳速度与水平面的夹角.

各算例计算得到的沙粒撞击速度概率分布如图 5 所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 沙粒撞击速度概率分布可用下述对数正态分布函数表示:

$$P(u_l) = \frac{A}{\sqrt{2\pi} B u_l} \exp\left(-\frac{(\ln u_l - \ln C)^2}{2B^2}\right), \quad (16)$$

式中 P 为概率, u_l 为沙粒撞击速度(单位 m/s), A, B 和 C 为拟合常数.

沙粒撞击速度概率分布拟合曲线参数见表 3 所

表 3 沙粒撞击速度概率分布拟合参数

算例编号	A	B	C	R ²
Case 1	0.07266	0.39728	0.4755	0.99876
Case 2	0.0519	0.01095	29.80632	0.98638
Case 3	0.05807	0.02218	9.43039	0.96983

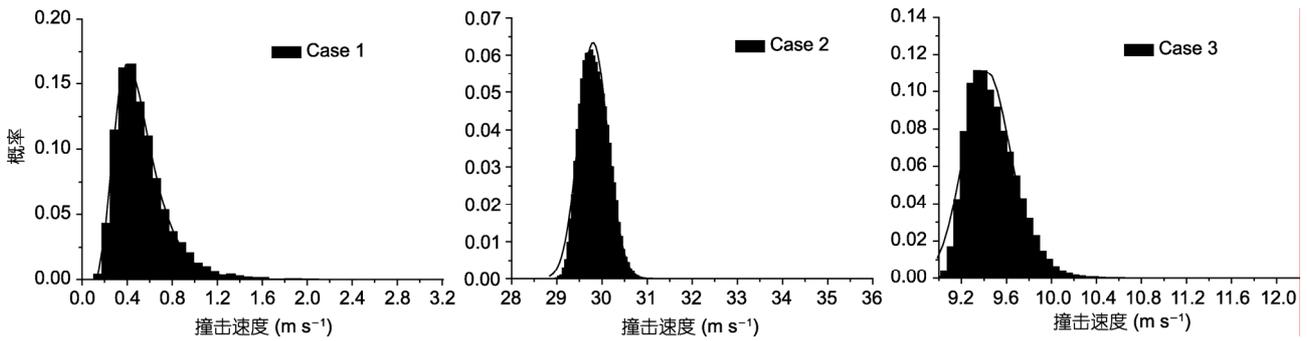


图5 沙粒撞击速度概率分布

示. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从表3中可以看出, 各算例拟合曲线的相关系数均大于 0.96, 这表明对数正态分布函数可以很好的描述沙粒撞击速度概率分布的规律.

各算例计算得到的沙粒撞击角度概率分布如图6所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 沙粒撞击角度概率分布可用下述指数分布函数来描述:

$$P(\alpha_l) = A \exp(-B\alpha_l), \quad (17)$$

式中 P 为概率, α_l 为沙粒撞击角度($^\circ$), A 和 B 为拟合常数.

沙粒撞击角度概率分布拟合曲线参数见表4所示. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从表4中可以看出, 各算例拟合曲线的相关系数均大于 0.98, 这表明

表4 沙粒撞击角度概率分布拟合参数

算例编号	A	B	R^2
Case 1	0.56145	0.13596	0.98844
Case 2	0.21069	4.37467	0.98115
Case 3	0.54787	2.85421	0.98569

指数分布函数可以很好的描述沙粒撞击角度概率分布的规律.

3.4 沙床表面附近沙粒起跳速度和角度概率分布

各算例计算得到的沙粒起跳速度概率分布如图7所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 沙粒起跳速度概率分布可用下述对数正态分布函数表示:

$$P(u_L) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}Bu_L} \exp\left(-\frac{(\ln u_L - \ln C)^2}{2B^2}\right), \quad (18)$$

式中 P 为概率, u_L 为沙粒起跳速度(单位 m/s), A , B 和 C 为拟合常数.

沙粒起跳速度概率分布拟合曲线参数见表5所示. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从表5中可以看出, 各算例拟合曲线的相关系数均大于 0.96, 这表明对数正态分布函数可以很好的描述沙粒起跳速度概率分布的规律.

各算例计算得到的沙粒起跳角度概率分布见图8所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲

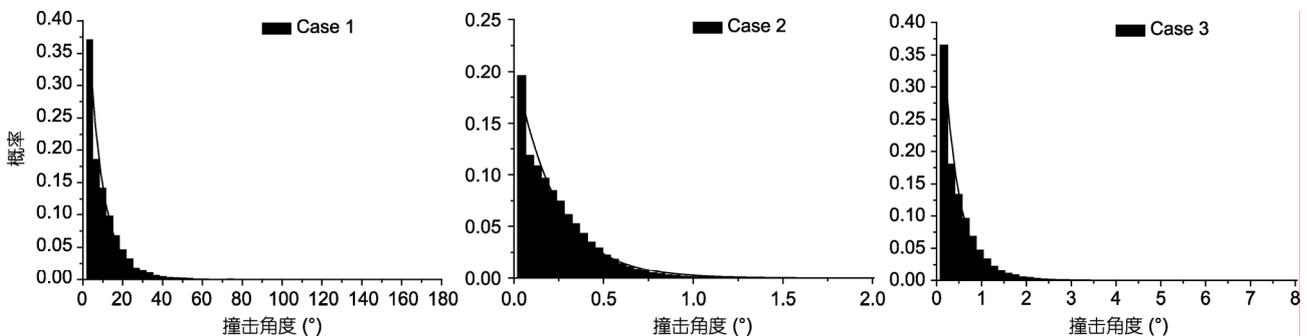


图6 沙粒撞击角度概率分布

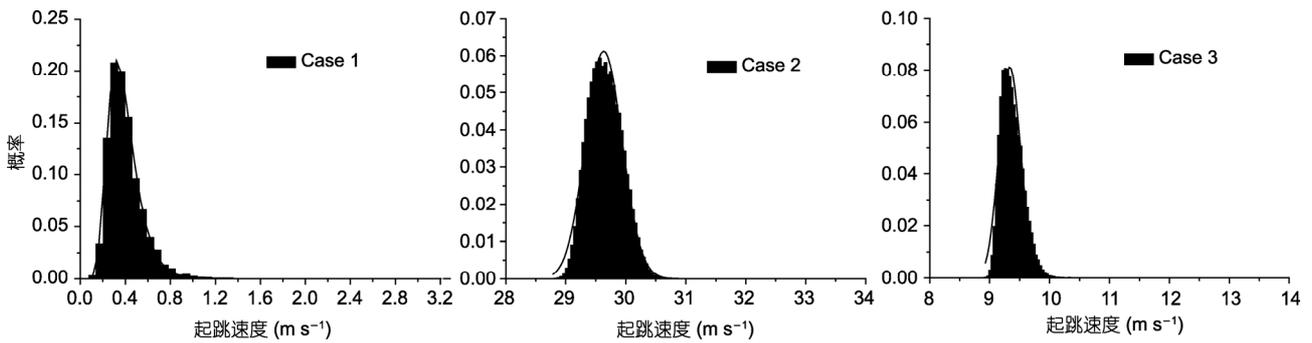


图 7 沙粒起跳速度概率分布

表 5 沙粒起跳速度概率分布拟合参数

算例编号	A	B	C	R ²
Case 1	0.06333	0.34673	0.3678	0.99871
Case 2	0.04683	0.01029	29.63447	0.98871
Case 3	0.0369	0.01941	9.33828	0.9687

线. 从图中可以看出, 沙粒起跳角度概率分布可用下述指数分布函数表示:

$$P(\alpha_L) = A \exp(-B\alpha_L), \quad (19)$$

式中 P 为概率, α_L 为沙粒起跳角度(°), A 和 B 为拟合常数.

沙粒起跳角度概率分布拟合曲线参数见表 6 所示. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从表 6 中可以看出, 各算例拟合曲线的相关系数均大于 0.98, 这表明指数分布函数可以很好的描述沙粒起跳角度概率分布的规律.

表 6 沙粒起跳角度概率分布拟合参数

算例编号	A	B	R ²
Case 1	0.41243	0.09571	0.99
Case 2	0.09553	3.75323	0.95928
Case 3	0.14637	2.05612	0.96901

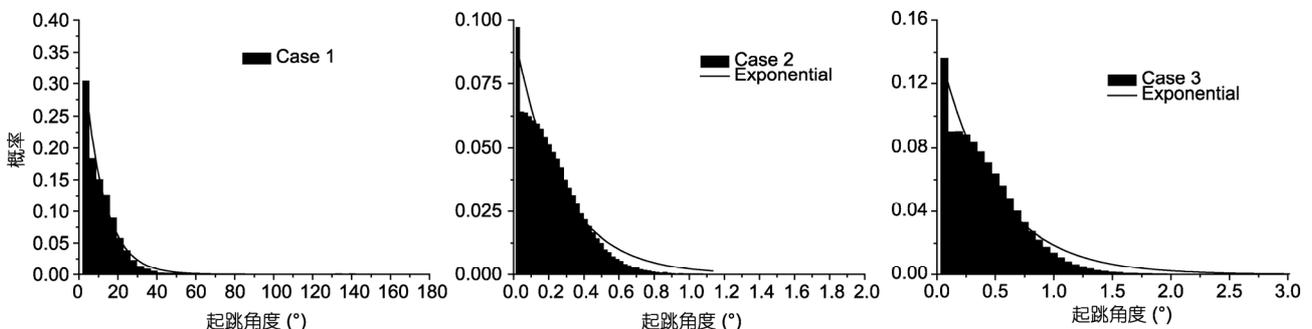


图 8 沙粒起跳角度概率分布

本文计算得到的 Case1 的无量纲撞击速度、无量纲撞击角度、无量纲起跳速度和无量纲起跳角度的概率密度与 Kang^[5]等人的实验结果的对比如图 9 所示. 无量纲撞击速度定义为沙粒撞击速度与沙粒平均撞击速度的比值; 无量纲撞击角度定义为沙粒撞击角度与沙粒平均撞击角度的比值; 无量纲起跳速度定义为沙粒起跳速度与沙粒平均起跳速度的比值; 无量纲起跳角度定义为沙粒起跳角度与沙粒平均起跳角度的比值. Kang 等人提出风沙运动中的无量纲撞击速度和无量纲起跳速度的概率密度可以用对数正态函数描述, 无量纲撞击角度和无量纲起跳角度的概率密度可以用指数函数描述. 从图 9 中可以看出, 本文计算得到的无量纲撞击速度、无量纲撞击角度、无量纲起跳速度和无量纲起跳角度的概率密度与实验结果比较接近.

3.5 不同高度处沙粒速度概率分布

沙粒在不同高度处的运动速度分布状况是跃移沙粒运动情况的一个反映. 本文选取了 4 和 20 mm 两个高度进行统计, 这两个高度分别处于跃移层的底部和中部. 没有再选择更高的高度, 是因为跃移沙粒能够达到更高高度处的几率很小, 因此统计其概率

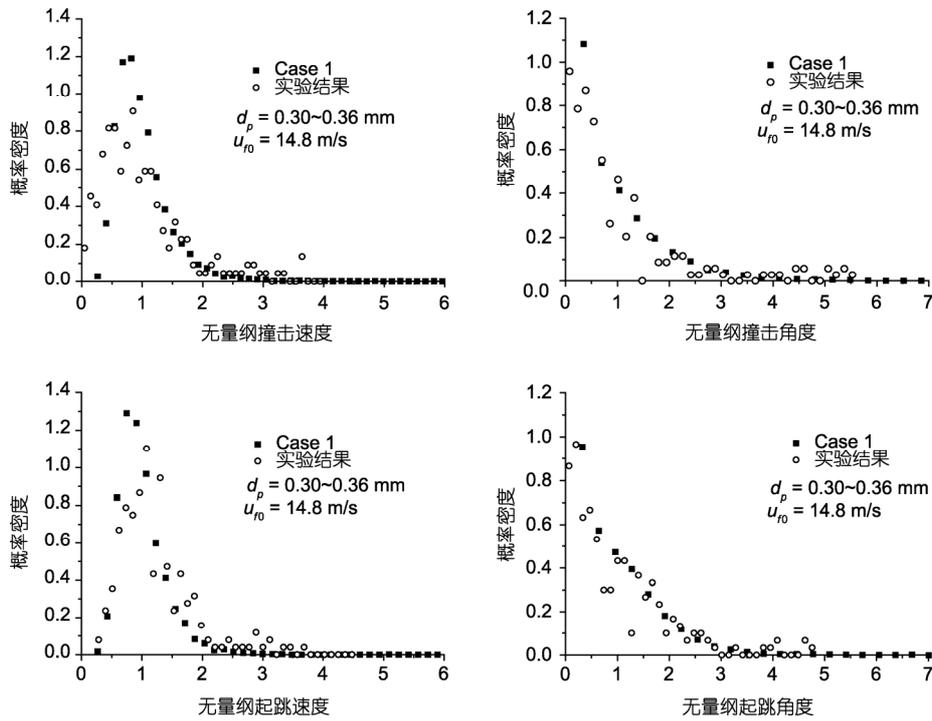


图9 无量纲撞击起跳速度角度概率密度的计算与实验结果对比

分布规律是没有意义的。

不同高度处沙粒水平速度概率分布如图10所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 沙粒水平速度概率分布在不同高度均有一个典型峰值并表现为右偏斜, 符合对数正态分布, 这与 Kang 等人^[5]的实验结果是一致的. 在 4 mm 高度处, 沙粒水平速度的平均值较小, 变化范围也较小, 沙粒水平速度概率分布比较规则; 而在 20 mm 高度处, 沙粒水平速度的平均值较大, 变化范围更加广泛, 沙粒水平速度概率分布也存在一些出入. 这主要是由于大部分沙粒都在跃移层的底部运动, 只有很少的一部分颗粒能够受到气流的加速作用上升到较高位置, 而这部分颗粒由于受到气流的加速作用, 其水平速度较大, 变化范围也比较广泛.

不同高度处沙粒展向速度概率分布如图11所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 在 4 mm 高度处, 沙粒展向速度概率分布关于 0 点的正态分布, 而在 20 mm 高度处, 即使沙粒展向速度概率分布存在一些出入, 也几乎是关于 0 点的正态分布. 这就表明, 颗粒在展向上的运动是对称的, 即颗粒朝正负两个方向的概率是相等的. 这是二维计算无法给出的结果.

不同高度处沙粒垂直速度概率分布如图12所示, 其中, 柱状图为计算所得概率, 实线为拟合曲线. 从图中可以看出, 沙粒垂直速度概率分布基本符合关于 0 点的正态分布, 但存在稍微的左偏移. 沙粒垂直速度几乎都集中在 -2.5~2 m/s 之间, 这与 Dong 等人^[4]和 Kang 等人^[5]的实验结果是基本一致的.

沙粒水平速度、展向速度和垂直速度的概率分布拟合曲线参数如表 7~9 所示. 其中, 沙粒水平速度概率分布符合如下的对数正态分布:

$$P(u_x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi} B u_x} \exp\left(-\frac{(\ln u_x - \ln C)^2}{2B^2}\right), \quad (20)$$

式中 P 为概率, u_x 为沙粒水平速度(单位 m/s), A , B 和 C 为拟合常数. 沙粒展向速度的概率分布符合如下的正态分布:

$$P(u_y) = \frac{A}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} B} \exp\left(-\frac{2(u_y - C)^2}{B^2}\right), \quad (21)$$

式中 P 为概率, u_y 为沙粒水平速度(单位 m/s), A , B 和 C 为拟合常数. 沙粒垂直速度的概率分布符合如下的正态分布:

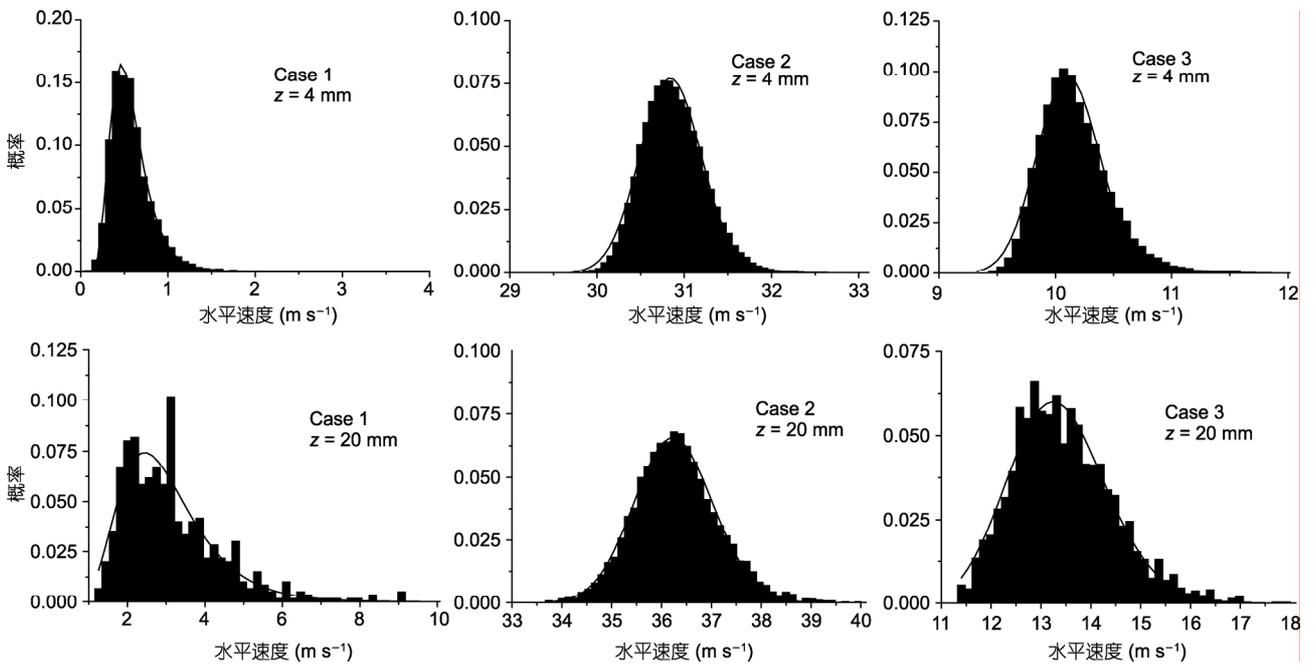


图 10 沙粒水平速度概率分布

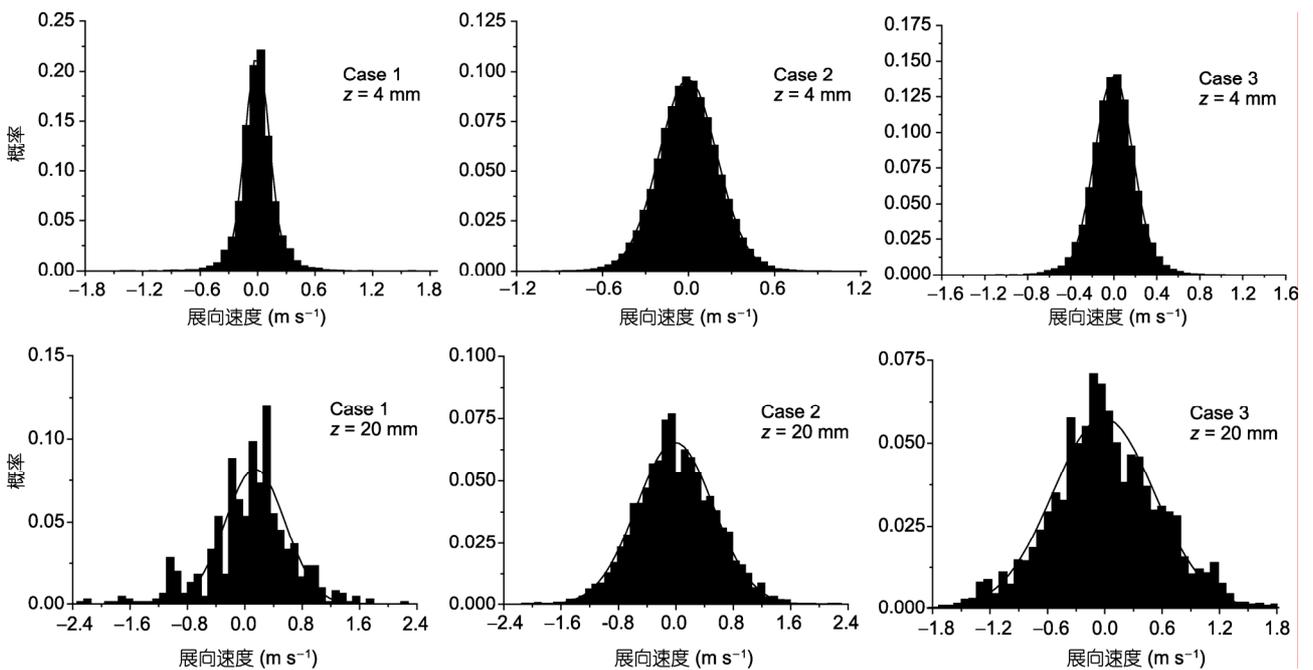


图 11 沙粒展向速度概率分布

$$P(u_z) = \frac{A}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}B} \exp\left(-\frac{2(u_z - C)^2}{B^2}\right), \quad (22)$$

式中 P 为概率, u_z 为沙粒水平速度(单位 m/s), A , B 和 C 为拟合常数. 表中 R^2 为拟合曲线的相关系数. 从各表中可以看出, 各算例拟合曲线的相关系数几乎都

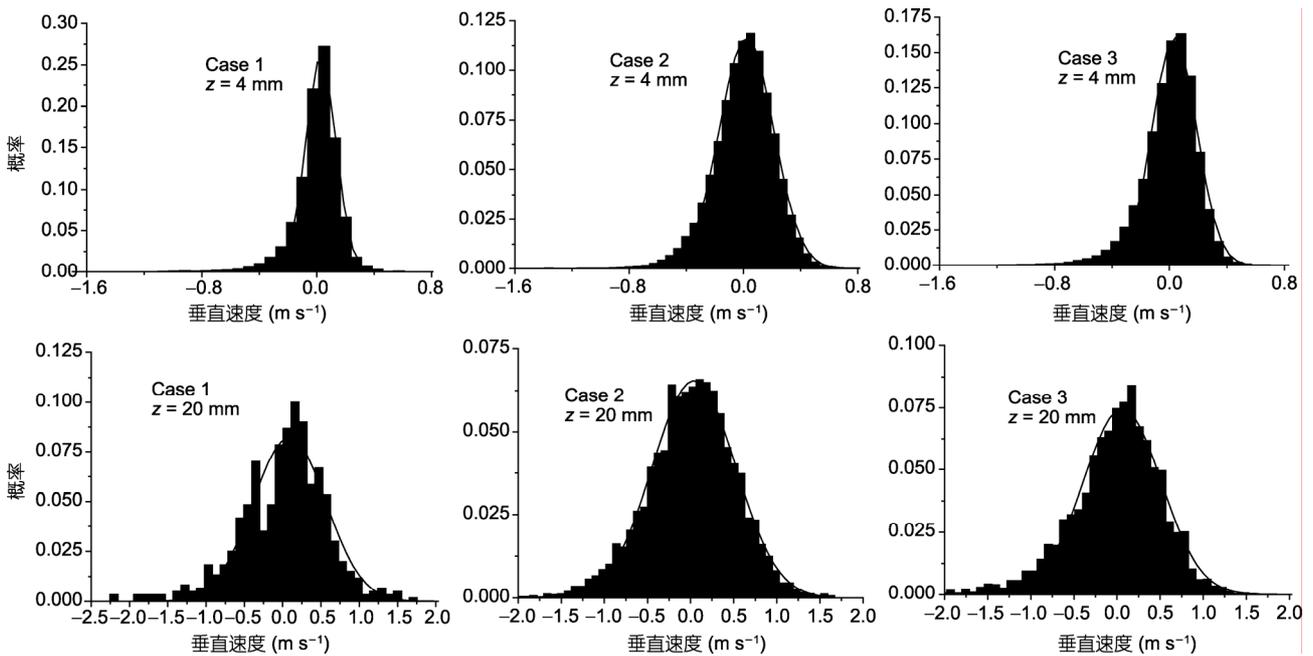


图 12 沙粒垂直速度概率分布

表 7 沙粒水平速度概率分布拟合参数

算例编号	高度 (mm)	A	B	C	R ²
Case 1	4	0.0775	0.3766	0.53513	0.99679
	20	0.18542	0.37818	2.82232	0.89007
Case 2	4	0.06814	0.01142	30.8439	0.99493
	20	0.12994	0.02179	36.24339	0.99416
Case 3	4	0.06577	0.02652	10.11297	0.98719
	20	0.14733	0.07393	13.31765	0.97205

表 8 沙粒展向速度概率分布拟合参数

算例编号	高度 (mm)	A	B	C	R ²
Case 1	4	0.06984	0.25714	-0.00465	0.99089
	20	0.08653	0.84124	0.14271	0.81785
Case 2	4	0.04872	0.40461	-0.00434	0.99957
	20	0.08823	1.07494	-0.01349	0.97875
Case 3	4	0.06255	0.35482	-0.00004	0.99811
	20	0.07706	1.06808	-0.0124	0.9453

表 9 沙粒垂直速度概率分布拟合参数

算例编号	高度 (mm)	A	B	C	R ²
Case 1	4	0.06865	0.21055	0.0287	0.98738
	20	0.09801	0.95167	0.08782	0.9198
Case 2	4	0.05535	0.37979	0.02092	0.99607
	20	0.07908	0.96267	0.04083	0.98974
Case 3	4	0.06221	0.3097	0.03476	0.98817
	20	0.08449	0.90444	0.06061	0.97823

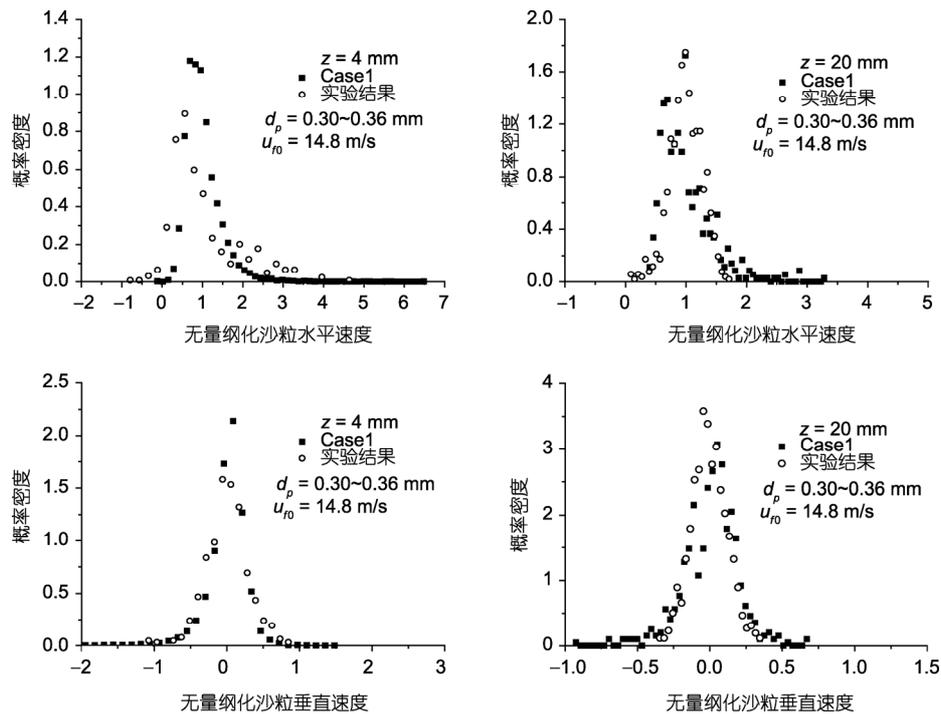


图 13 不同高度处无量纲沙粒水平和垂直速度概率密度的计算与实验结果对比

大于 0.9, 这表明所选择的分布函数能够很好地描述不同高度处沙粒速度概率分布的规律. 然而, 从以上结果也可以看到, 尽管不同算例分布规律相似, 但还是存在着一些差别之处. 分析这些差别及其原因, 将是进一步的研究关注点.

本文计算得到的 Case 1 的不同高度处的无量纲沙粒水平速度、无量纲沙粒垂直速度的概率密度与 Kang^[5]等人的实验结果的对比如图 13 所示. 无量纲沙粒水平速度定义为沙粒水平速度与沙粒平均水平速度的比值; 无量纲沙粒垂直速度定义为沙粒垂直速度与沙粒平均水平速度的比值. Kang 等人提出风沙运动中的无量纲沙粒垂直速度可以用正态函数描述. 从图 13 中可以看出, 本文计算得到的无量纲沙粒水平速度、无量纲沙粒垂直速度的概率密度与实验结果比较接近.

4 结论

采用软球模型模拟颗粒间碰撞以及考虑相间耦

合作用的三维 CFD-DEM 模型能够很好地描述风沙运动, 得出了一些有意义的结果:

(i) 沙粒水平速度随着高度按幂函数规律增加, 这与已发表的二维模型的计算结果以及实验结果是一致的;

(ii) 沙床表面附近沙粒撞击和起跳速度概率分布均可用对数正态函数描述, 沙粒撞击和起跳角度概率分布均可用指数函数描述, 这与实验结果是一致的;

(iii) 在不同高度处, 沙粒水平速度概率分布均可表示为对数正态分布, 沙粒展向速度均可表示为正态分布, 沙粒垂直速度均可表示为正态分布, 这与实验结果是一致的;

(iv) 由于采用了圆片的假设, 二维模型计算得到的沙粒表观密度和输沙通量结果偏大, 本文三维模型结果则可以纠正这种偏差. 表观密度和输沙通量是风沙运动中两个重要的物理量, 因此, 三维模型更适合于准确地定量研究风沙运动.

参考文献

- 1 Bagnold R A. *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*. London: Methuen, 1941
- 2 Cheng H, Zou X Y, Zhang C L. Probability distribution functions for the initial liftoff velocities of saltating sand grains in air. *J Geophys Res*, 2006, 111: D22205
- 3 Zou X Y, Wang Z L, Hao Q Z, et al. The distribution of velocity and energy of saltating sand grains in a wind tunnel. *Geomorphology*, 2001, 36: 155—165
- 4 Dong Z B, Liu X P, Wang H T, et al. The flux profile of a blowing sand cloud: a wind tunnel investigation. *Geomorphology*, 2002, 49: 219—230
- 5 亢力强, 郭烈锦, 刘大有. 风沙流中沙粒速度分布的实验研究. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2008, 38: 678—691
- 6 Ungar J E, Haff P K. Steady state saltation in air. *Sedimentology*, 1987, 34: 289—299
- 7 McEwan I K, Willetts B B. Adaptation of the near-surface wind to the development of sand transport. *J Fluid Mech*, 1993, 252: 99—115
- 8 Anderson R S, Haff P K. Wind modification and bed response during saltation of sand in air. *Acta Mech*, 1991, (suppl.1): 21—51
- 9 黄宁, 任珊, 郑晓静. 空中碰撞对风沙跃移运动的影响. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2008, 38: 260—269
- 10 Huang N, Zhang Y L, D'Adamo R. A model of the trajectories and midair collision probabilities of sand particles in a steady state saltation cloud. *J Geophys Res*, 2007, 112: D08206
- 11 Huang N, Yue G W, Zheng X J. Numerical simulations of a dust devil and the electric field in it. *J Geophys Res*, 2008, 113: D20203
- 12 Zheng X J, Huang N, Zhou Y. The effect of electrostatic force on the evolution of sand saltation cloud. *Eur Phys J E*, 2006, 19: 129—138
- 13 Kang L Q, Guo L J. Eulerian-Lagrangian simulation of aeolian sand transport. *Powder Technol*, 2006, 162: 111—120
- 14 Di Felice R. The voidage function for fluid-particle interaction systems. *Int J Multiphase Flow*, 1994, 20: 153—159
- 15 Crowe C T, Sommerfeld M, Tsuji Y. *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. Boca Raton: CRC Press, 1998
- 16 Haff P K, Anderson R S. Grain scale simulations of loose sedimentary beds: The example of grain-bed impacts in aeolian saltation. *Sedimentology*, 1993, 40: 175—198
- 17 Yuu S, Abe T, Saitoh T, et al. Three-dimensional numerical simulation of the motion of particles discharging from a rectangular hopper using distinct element method and comparison with experimental data (effects of time steps and material properties). *Adv Powder Technol*, 1995, 6: 259—269
- 18 Zou X Y, Wang Z L, Hao Q Z, et al. The distribution of velocity and energy of saltating sand grains in a wind tunnel. *Geomorphology*, 2001, 36: 155—165
- 19 Kang L Q, Guo L J, Gu Z M, et al. Wind tunnel experimental investigation of sand velocity in aeolian sand transport. *Geomorphology*, 2008, 97: 438—450
- 20 Dong Z B, Liu X P, Wang H T, et al. The flux profile of a blowing sand cloud: A wind tunnel investigation. *Geomorphology*, 2002, 49: 219—230