

煤层气数值试井非结构网格生成方法研究

李海生¹ 刘曰武²

(1. 北京工商大学计算机与信息工程学院 北京 100048; 2. 中国科学院力学研究所 北京 100190)

摘要 分析了数值试井中的非结构网格的生成方法,利用Delaunay三角剖分的优良特性,设计了“翼边”数据结构,实现了满足数值计算前处理要求的Delaunay网格生成算法,并对网格质量进行了控制。实例表明,生成的网格具有边界约束一致性和较好的质量,可以满足煤层气数值试井计算的要求。

关键词 煤层气试井 非结构网格 Delaunay三角剖分 约束 Voronoi图

0 引言

煤层气数值试井的计算通常是通过求解偏微分方程来完成的。由于求解区域、边界条件等多种因素的影响,常常无法或很难得到这些偏微分方程的解析解,只能结合计算机技术进行数值求解。现有的偏微分方程数值解法主要包括有限单元法、有限体积法、边界单元法及有限差分法等,这些数值方法非常重要的一个部分就是实现对求解区域的网格剖分^[1,2]。这是煤层气数值试井模型求解的基础条件。

网格剖分研究的是如何将给定的几何区域划分成有限个基本几何形体。对平面或曲面区域,基本几何形体常采用三角形或四边形;对三维区域,基本几何形体往往采用四面体、六面体或棱锥体等。通常情况下,网格可分为结构化和非结构化两类。结构网格是指网格区域内所有的内部点都具有相同的相邻单元,其典型的代表是笛卡儿坐标系网格。结构网格具有网格生成速度快、网格生成质量好、数据结构简单等优点,但其几何适应能力通常较差,存在严重的网格取向效应,且很难处理网格疏密过渡。相对于结构化网格,非结构化网格对复杂区域边界和约束情形有很强的适应能力,且能在连续区域内实施网格疏密控制,由此在众多领域都有很好的应用。非结构网格是当前数值计算网格生成技术研究

的主要内容。数值计算中,常见的非结构化网格主要包括三角网格和PEBI网格等^[3]。本文重点讨论基于Delaunay三角化的非结构网格生成。

1 三角网格

三角形是二维空间中的单纯形。它具有较好的灵活性,可以精确地构造二维空间中任意数据场的网格。目前,三角网格的生成主要有三个主流算法。

1.1 网格前沿法

网格前沿法又称为启发式的网格生成方法。最早法国学者Lo SH于1985年在文献[4]中提出。网格前沿法的算法思路是以剖分域的边界为网格的初始前沿,按预设网格单元的形状、尺度等要求向域内生成节点、连成单元,同时更新网格前沿,如此逐层向剖分域内推进,直至所有空间被剖分。网格前沿法示意图如图1所示。

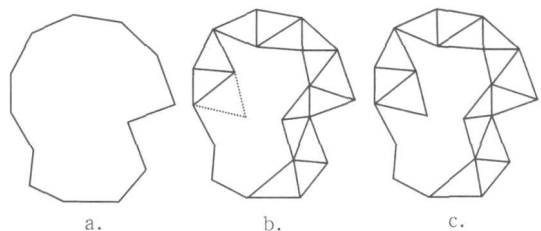


图1 网格前沿法示意图

网格前沿法能够处理比较复杂的对象,其特点

[基金项目] 本研究得到国家重大专项“大型气田及煤层气开发”专项支持,课题编号 2009ZX05038001。

[作者简介] 李海生,男,教授,主要从事计算机数值计算方法研究。

[联系作者] 刘曰武,男,研究员,主要从事渗流力学及油气藏工程方面的研究工作。地址:北京市北四环西路15号力学所,邮政编码:100190。

是从边界向内部找点,可以生成形状较好的三角形网格,但不适应局部要求加密的情况。

1.2 四叉树/八叉树方法

四叉树、八叉树本身是数据结构,当用于空间编码时,可进行实体造型,适当修改即成为网格剖分算法。在这种方法中,包含整个物体的正方形或立方体被循环细分,直到满足预定义的精度。然后,保留完全或部分落在目标区域之内的格子,删除完全落在目标区域之外的格子,并对与物体边界相交的格子进行调整、剪裁和细分等操作,使其更准确地逼近区域边界,最后对内部格子和边界格子进行格子内部的三角形/四面体划分,从而得到整个目标区域的三角形/四面体网格(见图2)。

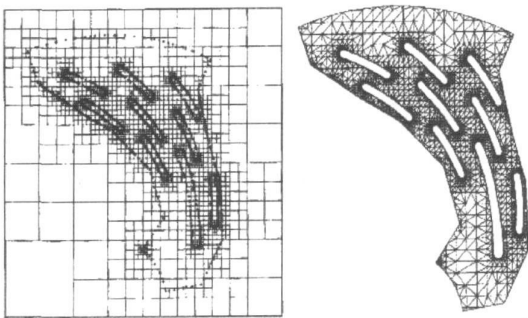


图2 四叉树法生成三角网格

四(八)叉树方法可以通过对不同区域的格子进行加密来方便地实现目标区域内的局部网格密度控制,而且算法效率较高,但是该方法也存在着生成网格与所选择的初始格子及其取向相关、目标区域边界处单元质量较差等问题。因此,其比较适合于那些最终结果对边界不敏感的问题计算中^[3]。此外,这种方法不具备几何不变性,即剖分对象旋转后,剖分结果发生变化。

1.3 基于 Delaunay 准则的方法

如果三角剖分中任何一个三角形的外接圆内部都不包含其它的点,则这个三角剖分就是 Delaunay 的。Delaunay 三角化具有很好的理论基础和数学特性,一直占据网格剖分的主导地位。

2 Delaunay 三角剖分和 Voronoi 图

2.1 点的邻域与 Dirichlet/Voronoi 图

令 $d(x, P_i)$ 表示 x 到 P_i 的欧氏距离,则点 P_i 的邻域 V_i 定义如下:

$$V_i = \{x \in R^n \mid d(x, P_i) < d(x, P_j), j \neq i\}$$

对于二维空间,如图3所示,图中阴影区域内的任意点到 P_2 点的距离近于到其它点 $P_i (i \neq 2)$ 的距离,域 $V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6$ 称为 P_2 的邻域,其边界称为对应于 P_2 点的 Voronoi 多边形,它是由 P_2 与相邻点连线的垂直平分线围成的,如 $V_1 V_2$ 是 $P_2 P_3$ 的垂直平分线的一部分。二维 Voronoi 图是平面点集所有点的邻域多边形的并集。

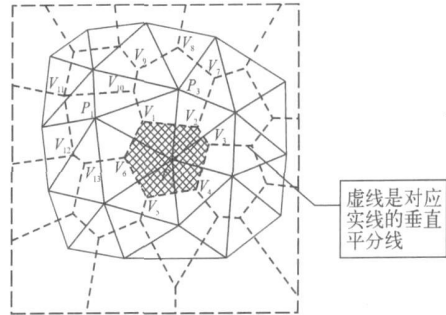


图3 二维情形的Voronoi图(图中虚线)

2.2 Delaunay 三角化

设 S 为 E^d 空间的有限点集,点集 S 的 Delaunay 三角化定义为满足以下条件的单纯形单元复形 $D(S)$:

- ①复形 $D(S)$ 的 0-单纯形组成的集合(即 $D(S)$ 的所有顶点的集合)是 S 的子集;
- ②复形的底空间是点集 S 的凸包 $CH(S)$;
- ③任意一个 d -单纯形 $\Delta T \in D(S)$, $|T| = k + 1$, 满足: $\forall q \in S - T$, q 在 ΔT 的外接球外。

可以看出, Delaunay 三角网格是 Voronoi 图的对偶表现形式,如图3实线所示。它具有最小角最大、局部优化可以保证全局优化等优良性质。Delaunay 三角化后得到的网格通常比较“胖”,即接近于正三角形,而这种特性恰恰是数值计算等应用程序所期望的。

3 约束 Delaunay 三角网格生成算法

常见点集的 Delaunay 三角剖分算法主要有 Delaunay 空洞算法和换边/换面法^[6]。但在数值试井的实际应用中,往往有区域的边界等约束条件。因此,有必要基于点集的 Delaunay 三角剖分算法实现满足约束条件的 Delaunay 三角剖分。本文设计了约束 Delaunay 细化算法得到满足约束一致的 Delaunay

三角网格。

约束 Delaunay 细化算法:

输入: 约束线段集合, 包括区域的内边界、外边界和域中的约束边。

输出: 具有 Delaunay 性质的三角形集合 TS 。

算法步骤:

(1) 将约束边加入到线段集合 CSS 中;

(2) 将 CSS 中所有线段的两个顶点加入到点集 PS 中, 去除 PS 中的重合点;

(3) 在区域外绘制一个包含整个剖分域的大三角形 T' , 将 T' 加入到 TS 中;

(4) 对于点 $P \in PS$, 将 P 点加入到 TS 中, 如果 P 点落在 TS 中的某个三角形 T 的外接圆内, 从 TS 中删除 T , 形成一个 Delaunay 空洞。连接 Delaunay 空洞的每个顶点和 P , 形成新的三角形单元, 将新得到的三角形加入到 TS 中;

(5) 重复步骤(4), 直至 PS 中的所有点都被加入到 TS 中;

(6) 对于线段 $CS \in CSS$, 如果 CS 不是 TS 中某个三角形单元的一条边, 将 CS 线段等分为 CS_1 和 CS_2 两条线段, 从 CSS 中删除 CS , 将 CS_1 和 CS_2 加入 CSS 中, 将 CS 的中点加入 TS 中;

(7) 重复步骤(6), 直至 CSS 中的所有线段都是 TS 中三角形的一条边。

约束 Delaunay 细化算法结束。

4 网格的质量控制

数值分析方法的计算精度都不同程度地受到网格单元形状的影响, 即网格质量的好坏直接影响着数值模拟结果的精确度。如何提高网格质量一直是人们努力研究的问题。

通常用三角形单元的外接圆半径与最短边长度的比值来度量网格单元的质量, 简称为 Radius-edge 比^[7]。用 ρ 来表示三角形单元 T 的 Radius-edge 比, R 表示 T 的外接圆半径, L_{\min} 表示 T 的最短边长度, 有

$$\rho(T) = \frac{R}{L_{\min}}$$

半径与最小边比值越小, 三角形网格质量越好。当三角形为正三角形时, 半径与最小边比值达到最小, 为 $1/\sqrt{3}$ 。

改进网格质量的方法主要有两种方法: Laplace 光顺方法^[8]和 Delaunay 细化算法。Laplacian 光顺的思想就是通过移动网格中的点到周围相连接点的重心位置来提高该点周围网格单元的形状。该方法不断用连接一个内部结点的结点集合的重心作为该内部结点的新位置。设内部结点为 P_i , 与 P_i 点相连的所有邻近顶点为 $\{P_1, P_2, \dots, P_N\}$, 则该内部结点的新位置 P'_i 为

$$P'_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N P_j$$

将网格进行 Laplace 光顺后, 所得到的网格将不再符合 Delaunay 准则, 同时在网格进行 Laplace 光顺的过程中, 在某些特殊位置会出现失效的情况。本文采用 Delaunay 细化算法来提高网格的质量。算法思想是: 对于得到的约束一致的三角形网格, 如果某个三角形单元 T 的半径最小边比值大于给定的质量控制阈值, 计算 T 的外接圆圆心 CP ; 如果以任意的约束线段 CS 为直径的圆中包含 CP , 则将该约束线段 CS 等分为 CS_1 和 CS_2 两条线段, 从约束线段集合 CSS 中删除 CS , 将 CS_1 和 CS_2 加入 CSS 中; 将 CS 的中点加入三角剖分集合中, 否则将 CP 加入三角剖分集合中。最后得到的 TS 就是需要的满足区域边界条件且符合网格质量要求的 Delaunay 三角剖分网格。

5 数据结构及实例

由于在三角化过程中存在着大量的查询操作, 在数据结构中保存网格单元之间的相邻关系能够有效地提高算法效率。在算法的实现过程中, 由于共一条边的最多只有两个三角形, 在约束 Delaunay 三角化中, 采用了翼边数据结构, 如图 4 所示。

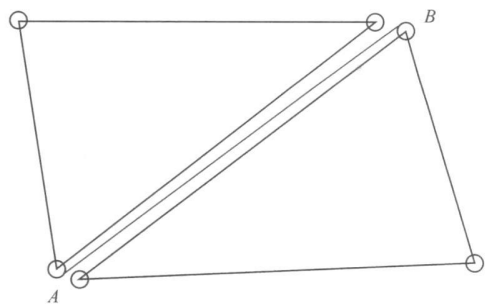


图4 翼边数据结构

三角形的数据结构为:

```
class CTriangle: public CFacet
{
    //定义三角
    形中点、边关系
public:
    static int EdgeVertexArray[3][2]; //边对应的顶
    点号
    static int VertexEdgeArray[3]; //以顶点为起
    点的边号
private:
    BOOL Flag;
    CAttrPointNode* pVertex[3]; //所属三个顶
    的指针
    CFacet* pFacet[3]; //所邻接三个
    三角形或边指针
public:
    CTriangle();
    virtual ~CTriangle();
    virtual UINT CGetFacetType();
    ...;
};
```

运用本文算法得到的约束一致的 Delaunay 网格实例如图 5 所示。图 5a 和图 5c 为初始边界, 图 5b 和图 5d 分别为对应的满足约束一致的 Delaunay 网格。三角网格的质量控制阈值为 $\sqrt{2}/2$ 。

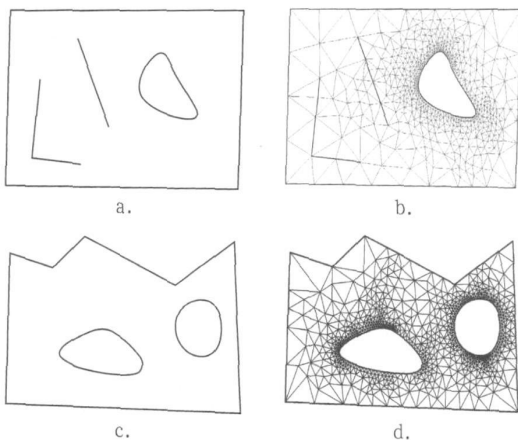


图5 约束条件所得到的Delaunay网格

6 结论及展望

本文基于约束 Delaunay 三角剖分, 给出了满足内外边界条件的二维非结构网格生成方法。实例表明, 网格同时具有较好的质量, 满足煤层气数值试井计算的要求。下一步的工作是研究基于 Delaunay 三角剖分对偶——Voronoi 图的适用于煤层气数值试井分析的满足约束一致的 PEBI 网格的生成方法。由于 PEBI 网格具有良好的正交性, 容易进行偏微分方程的离散, 因此, 相比 Delaunay 网格, 具有良好的数值模拟应用前景。

致 谢

本项目得到国家重大专项“大型油气田及煤层气开发”专项的支持, 课题编号 2009ZX05038001, 感谢中石油煤层气有限责任公司允许本论文的发表。

参 考 文 献

- [1] Wu W Y, Xie W J. Basic Function Method[J]. Sci China Ser G, 2009, 52(12): 2016– 2026, doi: 10. 1007/s11433– 009– 0227– 6.
- [2] 刘曰武, 陈维良, 刘清泉. 高压深层裂缝性油气藏中不正常渗流的数值研究[J]. 中国科学(G 辑: 物理学 力学 天文学), 2009, 39(4): 606– 616.
- [3] 王盛玺, 宋松和, 邹正平. 基于约束 Delaunay 三角化的二维非结构网格生成方法[J]. 计算物理, 2009, 26(3): 335– 348.
- [4] Lo S H. A New Mesh Generation Scheme for Arbitrary Planar Domains[J]. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 1985, 21(8): 1403– 1426.
- [5] 关振群, 宋超, 顾元宪, 等. 有限元网格生成方法研究的新进展[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(1): 1– 14.
- [6] 孟宪海, 李吉刚, 杨钦, 等. 复杂限定 Delaunay 三角化算法[J]. 中国科学: 信息科学, 2010, 40: 381– 392.
- [7] 李海生. Delaunay 三角剖分理论及可视化应用研究[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2010.
- [8] Field D A. Laplacian Smoothing and Delaunay Triangulations [J]. Communications in Applied Numerical Methods, 1984(4): 709– 712.

本文收稿日期: 2010– 12– 04 编辑: 穆立婷

the problem why CBM is cleaner, efficient and safe energy resource. First, CBM is a new energy showed by its development history and unconventional properties. Second, CBM is cleaner than other energy resources considering its combustion products. Third, CBM is more efficient due to its calorific value and utilization ratio. In addition, CBM is safe in atmospheric environment and coal mine environment. In this paper, C/H ratio is considered to be a key factor to energy resources mainly comprised of carbon element and hydrogen element in determining the quality of the energy. That is to say, the smaller the C/H ratio is, the better (cleaner, more efficient and safer) the energy is. Finally, according to the advantages of CBM, it plays an important role in energy supply and environment protection, which shows the importance of development and utilization of CBM.

Key words: coalbed methane, clean energy, efficient energy, safe energy, environment pollution

Study on AGA8 92DC Method of Gas Deviation Factor Calculation. 2010, 19(6): 29~ 36

Su Zhongliang, Liu Yuwu (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences), Zhang Junqing (International Division, CNPC)

The deviation factor, as one of the most important physical property parameters of natural gas, plays an important role in the exploration, production, transportation, processing and use of natural gas. In this paper, the existing methods of calculating the gas deviation factors are summarized, and a special research of a widely used method named AGA8 92DC (AGA8) is conducted. Although AGA8 has been an international standards on calculating gas deviation factors since 1992, few studies have been conducted up to now. So the scope of application or the accuracy of AGA8 is not well known. Using the self compiled C++ program for AGA8, we obtain the deviation factors of the gases with different components under different temperatures and pressures. By comparing the computed deviation factors with the Standing-Katz chart data or experimental data, the scope of application of AGA8 is determined. This study will lay a solid foundation for the application and extension of AGA8 method.

Key words: natural gas, deviation factor (compressibility factor), critical properties, EOS

Review on CBM Desorption/ Adsorption Mechanism. 2010, 19(6): 37~ 44

Liu Yuwu, Su Zhongliang, Zhang Junqing (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences), Fang Hongbin (Institute of Aerospace Engineering and Mechanics, Tongji University)

By analyzing factors that restricting the development of CBM and energy demand at home and abroad, the paper pointed out that researching CBM desorption and adsorption mechanism is significant. Through analyzing domestic and international history and current status of CBM desorption and adsorption mechanism, CBM desorption and adsorption mechanism was grouped into two classes: monolayer adsorption and multi-molecular layer adsorption. CBM desorption and adsorption mechanism model was divided into five categories: Langmuir isothermal and the extended model, BET multi-molecular layer adsorption model, adsorption potential theoretical model, adsorption solution model and experimental data analysis model. Factors that affecting CBM desorption and adsorption which included coal bed property, pore structure, components of CBM, pressure conditions, temperature conditions and so on were analyzed in detail. The research showed future direction of desorption and adsorption mechanism, especially the way of methane and water combining and separation with carbon molecules in coal bed, was to study mainly the dynamic process of CBM desorption and adsorption states in the condition of complex factors at current.

Key words: coalbed methane (CBM), absorption/desorption, mechanism, model

Research on Unstructured Grid Generation for CBM Numerical Well Testing. 2010, 19(6): 45~ 48

Li Haisheng (College of Computer and Information Engineering, Beijing Technology and Business University), Liu Yuwu (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

This paper analyzes the unstructured grid generation methods in numerical well testing. The "winged edge" data structure is designed by using the good characteristics of Delaunay triangulation. The constrained Delaunay triangulation algorithm with good mesh quality is achieved. Examples show that the resulting grid with boundary constraint consistency and better quality, which can meet the requirements of CBM computing numerical well testing.

Key words: CBM well testing, unstructured grid, Delaunay triangulation, constrained, Voronoi diagram

Numerical Well Testing Method for Well by Considering CBM Desorption. 2010, 19(6): 49~ 52, 70

Ouyang Weiping, Liu Yuwu (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

The distinguish character between CBM well test and normal gas well test is the desorption phenomena in coalbed. This paper developed a new well test model for CBM well by considering the desorption effect in homogeneous coalbed. The stable source method is introduced to describe the desorption effect in the governing equation. And the numerical solution is obtained by finite element method. By analyzing the desorption coefficient, it shows that the desorption effect made the pressure drop slowly and the pressure wave propagate slowly also. When the desorption coefficient reached a certain value, the desorption rate will be equal to the production rate and the pressure wave will stop propagate. It is similar to that there exists a constant pressure boundary in the coalbed. In addition, by considering the effect of critical desorption pressure, it shows that the smaller difference between the critical desorption pressure and the initial pressure, the earlier emerging of the desorption effect and the greater impact on well test type test curve.

Key words: CBM, seepage, desorption, numerical well testing, finite element

Numerical Well Test Model for CBM Infinite Conductivity Vertical Fracture Well. 2010, 19(6): 53~ 56

Ouyang Weiping, Liu Yuwu (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

Considering the effects of CBM desorption and absorption in coalbed, a new infinite conductivity vertical fracture well test model is developed in this paper, the finite element equation was derived, and numerical solution was obtained. The type curve in double logarithmic form and pres-