

文章编号: 1000-4750(2010)05-0240-07

# 采用改进尾流振子模型的柔性海洋立管的 涡激振动响应分析

陈伟民<sup>1</sup>, 张立武<sup>1</sup>, \*李 敏<sup>2</sup>

(1. 中国科学院力学研究所环境力学重点实验室, 北京 100190; 2. 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 建立了柔性杆件在非均匀流作用下的涡激振动响应预测模型, 考虑了涡激振动锁频阶段流体附加质量的变化, 以及振动响应和来流简缩速度的非线性关系。该模型通过经验公式结合迭代求解的方式, 计算方便、速度快, 避免了数值计算(CFD)的繁琐, 较为适合于海洋工程实际应用。与试验和数值结果的比较表明采用该文提出的计算模型, 可以更合理、准确地给出结构涡激振动响应。最后, 结合实际平台参数, 进行了柔性立管在非均匀流场的作用下的涡激振动响应分析, 并研究了立管的预张力、流场分布等参数的影响。分析结果表明: 随着立管张力和流场分布的改变, 各阶模态锁频区域发生了变化, 从而改变了结构的总体响应

**关键词:** 涡激振动; 尾流振子; 附加质量; 柔性立管; 动响应

中图分类号: TU311.3; TU392.5 文献标识码: A

## PREDICTION OF VORTEX-INDUCED VIBRATION OF FLEXIBLE RISER USING IMPROVED WAKE-OSCILLATOR MODEL

CHEN Wei-min<sup>1</sup>, ZHANG Li-wu<sup>1</sup>, \*LI Min<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Environmental Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100190, China;

2. School of Aeronautics Sciences and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** For the aim of improving the Wake-oscillator Model, an analytical model for vortex-induced vibration of flexible riser under non-uniform current is presented, in which the variation of added mass and the nonlinear relationship between amplitude response and the reduced velocity are considered. By means of empirical formula combining iteration computation, the improved analytical model can be conveniently implemented by computer code and has a simpler and faster computation process than CFD so as to be suitable to the application in practical engineering. This model is validated by comparing with experiments and numerical simulations. Our results show that the improved model can predict VIV (Vortex-Induced Vibration) response and lock-in range more accurately. At last, illustrative examples are given in which the amplitude of response of flexible riser experiencing VIV under action of non-uniform current is calculated and effects of riser tension and flow distribution along span of riser are explored. It is implied that with changes of tension and current distribution, lock-in domains of modes move along riser, thus the total responses of riser are synthesis of response for locked modes.

**Key words:** vortex-induced vibration; wake-oscillator; added mass; flexible riser; dynamic response

世界油气开采正在向深海进军, 随着水深的增加, 深海平台的水下结构, 例如输油立管、平台的

张力腿或系泊锚链等长度增加, 柔性增加, 柔性结构与环境流体的流固耦合作用增强。涡激振动是水

收稿日期: 2008-12-29; 修改日期: 2009-08-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(10772183, 10532070); 863 项目(2006AA09A103-4); 中科院方向性项目(KJ9X2-YW-L07)

作者简介: 陈伟民(1967), 女, 南京人, 副研究员, 博士, 从事海洋平台流固耦合动响应研究(E-mail: wmchen@imech.ac.cn);

张立武(1984), 男, 内蒙古人, 硕士生, 从事深海柔性立管的涡激振动响应分析(E-mail: zhangliwu04@126.com);

\*李 敏(1968), 男, 湖北人, 教授, 博士, 从事流固耦合动响应及其主动控制研究(E-mail: limin@buaa.edu.cn).

下立管的一种重要振动响应之一，其周期性振动不但影响结构疲劳寿命，而且锁频共振时的大振幅振荡有时会直接导致结构破坏。如何能在平台设计阶段有效地预测立管的涡激振动，对研究者是一个极大的挑战。

关于预报涡激振动的数学模型，国内外相继发展了尾流振子模型、相关模型、统计模型以及多项伽辽金求解模型等<sup>[1-10]</sup>。这些数学模型利用半经验的水动力和结构响应系数，给出了描述涡激振动现象的各参数之间的函数关系，较为适用于工程实际。其中，Hartlen<sup>[1]</sup>和 Iwan<sup>[2]</sup>发展的尾流振子模型因为具有较为明确、合理的物理意义以及较好的计算精度，被工程界广泛采用。该模型用两个耦合的非线性振子模型来模拟系统(图 1)，一个为描述结构的结构振子，另一个为用 van der Pol 方程表达的涡尾流振子，其基本方程为<sup>[2]</sup>：

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial y}{\partial t} - T \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = \alpha_4 s \left( \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \left[ \alpha_1 - \alpha_2 \left( \frac{\partial q}{\partial t} \right)^2 \right] \left( \frac{\partial q}{\partial t} \right) + \omega_v^2 q = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} \quad (2)$$

其中： $y(z,t)$  为结构的横向位移， $z$  为结构的轴向坐标， $t$  为时间； $q(z,t)$  为流体振子(振荡的涡激升力系数)； $m = m_s + m_a$  且  $m_s$ 、 $m_a$  分别为单位长度的结构质量、流体附加质量； $\gamma$  为包括结构和流体作用的阻尼项； $T$  为结构预张力； $EI$  为弯曲刚度； $\omega_v$  为涡激升力的振荡频率；参数  $\alpha_1$  参数  $\alpha_4$  可根据试验确定。

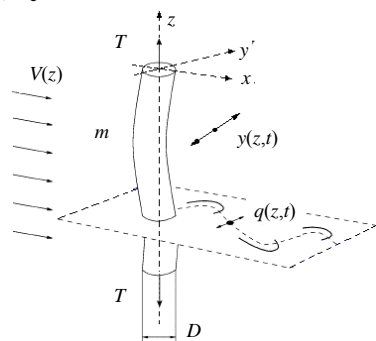


图 1 尾流振子模型示意图  
Fig.1 Wake-oscillator Model

后来对该模型的一些改进包括：Violette<sup>[4]</sup>、Sarpkaya<sup>[5]</sup>等研究了回复力系数、阻力系数以及升力系数的非线性修正；Facchinetti<sup>[6]</sup>充分研究了结构与流体振子的耦合作用，并建立了低阶模型；随着流体计算技术的发展，Dixon<sup>[9]</sup>、Cunff<sup>[10]</sup>等提出了

与 CFD 技术相结合的“综合尾流振子模型”。针对深海环境流速沿立管展向非均匀分布和立管柔性大的特点，本文所建模型除了能分析非均匀流场、弹性结构的多模态锁频振动，重点对尾流振子模型<sup>[2]</sup>进行了以下两点改进。

以往模型中式(1)的附加质量往往采用理想附加质量，即在无限大、无粘、不可压流体假设条件下得到的(比如，圆球的理想附加质量系数为  $1/2$ ，圆柱的理想附加质量系数为  $1$ )。事实上，当结构在粘性流体中运动时，只有当结构从静止开始运动的瞬时，初步生成的涡还在边界层的薄层中，而且雷诺数较低以及振动幅值较小时，附加质量才接近于理想值<sup>[8]</sup>。而涡激振动中的附加质量更为复杂，关于其定义以及求解，一直存在着争论，正如 Sarpkaya<sup>[5]</sup>所说：附加质量是流体动力学中最常见、理解最少、最易混淆的特征量之一。获得附加质量最常用的方法是通过求解结构所受到的流体作用力，将其中的与加速度有关的惯性分量分离出，即得到附加质量。但是对于涡激振动的流体作用力因为涉及分离、转捩、等湍流复杂现象，直接进行理论求解非常困难。本文从涡激振动的结构运动平衡方程入手，推导出锁频阶段的附加质量的表达式，并得出附加质量和振动频率的关系，根据频率实验结果分析附加质量的变化规律，并进一步得到锁频阶段的附加质量的计算公式。

另外，以往模型中简缩速度与响应振幅的关系采用的是一种简化的线性关系，这与实际情况存在着差异，而本文考虑了简缩速度与响应振幅的非线性关系。综合以上改进，本文建立了改进的尾流振子模型，通过经验公式结合迭代求解的方式，计算方便、速度快，避免了数值计算(CFD)占用计算资源量大和费时的缺点，较为适合于海洋工程实际平台设计使用。最后，利用该模型进行了柔性立管在非均匀流场作用下的涡激振动响应分析，研究了立管的预张力、流场分布等参数对振幅和应力的影响。

## 1 计算模型

首先研究锁频阶段的附加质量变化规律，给出其计算公式；然后建立简缩速度与响应振幅的非线性关系式；在此基础上发展改进的尾流振子模型并给出具体的迭代计算步骤。

1.1 锁频阶段的附加质量

为简化并具有代表性起见，这里以经典的弹簧-质量-阻尼 ( $K-m-\zeta$ ) 结构系统为例，在锁频阶段假设位移  $y(t) = y_0 \sin(2\pi f_0 t)$ 、流体升力  $F_v(t) = F_L \sin(2\pi f_0 t + \phi)$ ，则系统平衡方程为<sup>[11]</sup>：

$$\left[ m + \frac{F_L \cos \phi}{y_0 (2\pi f_0)^2} \right] \frac{d^2 y}{dt^2} + \left[ 2\zeta m (2\pi f_0) - \frac{F_L \sin \phi}{y_0 (2\pi f_0)} \right] \frac{dy}{dt} + m(2\pi f_0)^2 y = 0 \quad (3)$$

其中： $f_0 = 1/2\pi\sqrt{K/m}$  是流固耦合系统在真空中的固有频率。由式(3)可得附加质量：

$$m_a = F_L \cos \phi / y_0 (2\pi f_0)^2 \quad (4)$$

进入锁频阶段以后，在低阻尼 ( $0 < \zeta \ll 1$ ) 的情况下，有结构固有频率  $f_n = \frac{f_0}{\sqrt{1+m_a/m}}$  或  $m_a = m(f_0^2/f_n^2 - 1)$ 。所以，结构的振荡频率  $f_{osc}$  与静水中自然频率  $f_{n0}$  的频率比为：

$$f^* = \frac{f_{osc}}{f_{n0}} = \frac{f_n}{f_{n0}} = \sqrt{\frac{m+m_D}{m+m_a}} \quad (5)$$

式(5)中  $m_D$  为排水质量。再利用 Williamson 研究的频率比  $f^*$  随简缩速度  $V_r = V/f_{n0}D$  ( $V$  为来流速度) 的变化规律<sup>[12]</sup>，根据质量比  $m^*$  ( $m^* = m/m_D$ ) 的不同，分  $m^* < 10.0$  和  $m^* \geq 10.0$  两种情况<sup>[11]</sup>，给出锁频阶段附加质量系数计算公式。

1) 当量比  $m^* < 10.0$  时，附加质量系数：

$$C_a = \frac{m^* + 1}{G^2} - m^* , \text{ 当 } 5.0 < V_r < 5.75\bar{m} \quad (6a)$$

$$C_a = -0.54 , \text{ 当 } 9.25\bar{m} > V_r > 5.75\bar{m} \quad (6b)$$

其中  $G = \frac{\bar{m} - 1.0}{5.75\bar{m} - 5.0} \left( \frac{V}{f_0 D} \sqrt{1 + \frac{1}{m^*}} - 5.0 \right) + 1.0$ ，

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{m^* + 1.0}{m^* - 0.54}}$$

2) 当量比  $m^* \geq 10.0$  由于有  $f^* = f_{lower}^*$  以及

$$\sqrt{\frac{m+m_D}{m+m_a}} = \bar{m} , \text{ 所以附加质量系数：}$$

$$C_a = -0.54 \quad (7)$$

需要指出的是，式(6)、式(7)是在  $m^* > 0.54$ 、 $10^5 > Re > 300$  和  $m^* \zeta > 0.02$  的条件下给出的。本文公式与数值模拟结果<sup>[13]</sup>和实验结果<sup>[14]</sup>的对比见图 2、图 3。从图 2、图 3 可以看出本文给出的计算结果与数值模拟值和实验结果都是吻合的，尤其在

简缩速度较低时，吻合得更好。

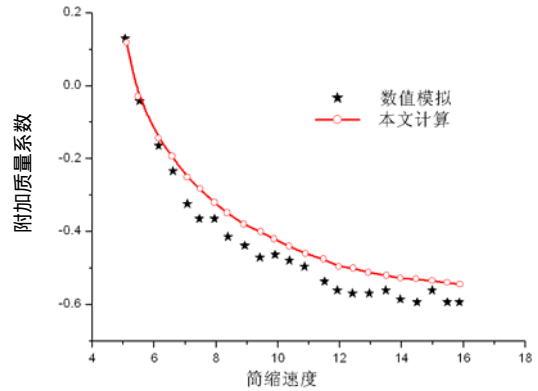


图 2 与数值模拟的比较 ( $m^* = 0.6366$ )

Fig.2 The comparison between the calculation result and the experimental result ( $m^* = 0.6366$ )

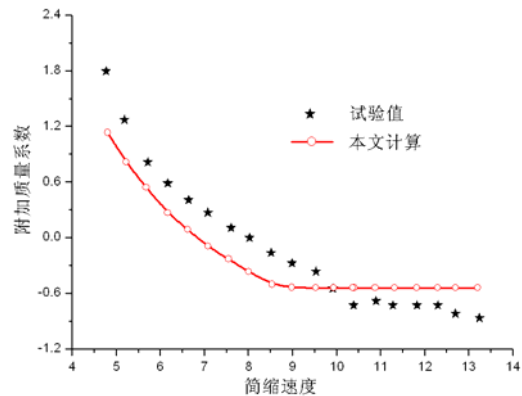


图 3 与试验结果的比较 ( $m^* = 1.6552$ )

Fig.3 The comparison between the calculation result and the numerical simulations ( $m^* = 1.6552$ )

1.2 改进的尾流振子模型

已往模型中，简缩速度与响应振幅的关系采用了一种简化的线性关系<sup>[2-3]</sup>。事实上，大量的实验和数值计算的结果表明<sup>[15-17]</sup>，锁频阶段简缩速度与响应振幅之间是一种非线性关系，本文根据 Feng<sup>[15]</sup>、Brika<sup>[16]</sup>的实验结果以及 Foulhoux<sup>[17]</sup>的数值计算结果，给出了简缩速度与响应振幅的非线性关系(图 4)：

$$\frac{y}{D} = \bar{y}_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-2(V_r - V_r^c)^2/w^2} \quad (8)$$

由试验数据及数值模拟得到的回归拟合系数：

$\bar{y}_0 = 0.014$ ， $A = 2.040$ ， $V_r^c = 6.172$ ， $w = 1.723$ 。利用非线性关系(式(8))得到的振幅与实验结果和数值模拟的相对误差见表 1(第二行数据)；同时对照给出了利用线性关系的误差(第一行数据)，对比两组数据可见，用非线性关系修正后的误差可降低至原来的 1/2(甚至不到 1/2)。

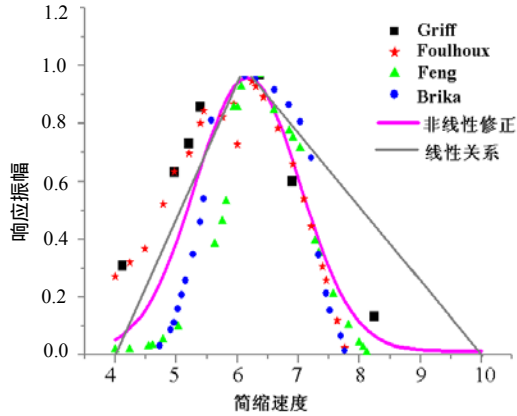


图 4 筒缩速度与振幅的关系

Fig.4 Relationship between amplitude and reduced velocity

表 1 两种修正与实验和数值模拟的误差对比

Table 1 Errors comparing with experimental and numerical simulations by using two relationships

误差	Griff	Feng	Brika	Foulhoux
非线性	0.1125	0.1029	0.1001	0.0898
线性	0.1539	0.2396	0.2183	0.1977

综上所述，改进尾流振子模型计算步骤为：

1) 根据流场的速度分布，利用式(6)和式(7)计算附加质量、系统的固有频率及模态振型  $\xi_n(x)$ ，计算沿结构长度方向模态的锁频范围。

2) 计算结构的有效质量  $v_n$  和模态形状系数  $I_n$ 。第  $n$  阶模态的有效质量：

$$v_n = \int_0^l m(x)\xi_n^2(x)dx \Big/ \int_0^l s(x)\xi_n^2(x)dx \quad (9)$$

$$I_n = \int_0^l m(x)\xi_n^4(x)dx \Big/ \int_0^l m(x)\xi_n^2(x)dx$$

$s(x)$  为锁频函数，在锁频区域取值为 1.0，非锁频区域取值为 0.0。

3) 迭代求解阻尼比  $\zeta_n^S$  和放大系数  $F_n$ 。

假设结构初始阻尼比  $\zeta_n^I$ 。

计算响应的放大系数：

$$F_n = 1 / [1 + 9.6(\mu_r^n \zeta_n^S)^{1.8}] \quad (10)$$

第  $n$  阶模态的质量比  $\mu_r^n = v_n / m_D$ 。

令系统阻尼比  $\zeta_n^S = \zeta_n^I + F_n \phi_n$ ，有效阻尼比：

$$\phi_n = \frac{2D \int_0^l C_D(x) \rho D [1 - s(x)] |\xi_n(x)|^3 dx}{3\pi \left[ \int_0^l m \xi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[ \int_0^l m \xi_n^2(x) dx \right]^{1/2}} \quad (11)$$

其中， $C_D$  为阻力系数，通常取为常数  $C_D = 1.2$ 。

判断阻尼比  $\zeta_n^S$  和放大系数  $F_n$  是否满足收

敛条件。如果不满足，令  $\zeta_n^I = \zeta_n^S$ ，返回至 步；如果满足，停止迭代过程。

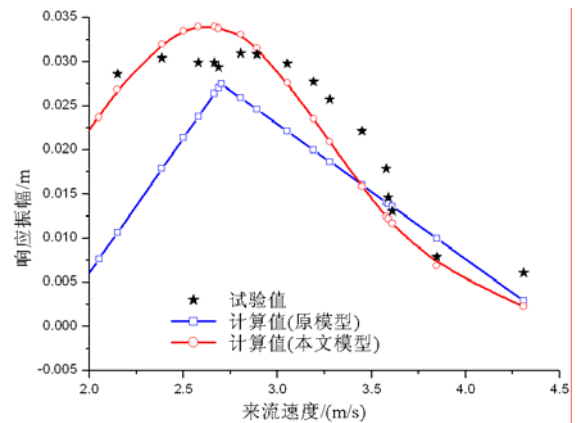
4) 求出结构响应的振幅：

$$Y_n(x) = DF_n I_n^{-1/2} \xi_n(x) \quad (12)$$

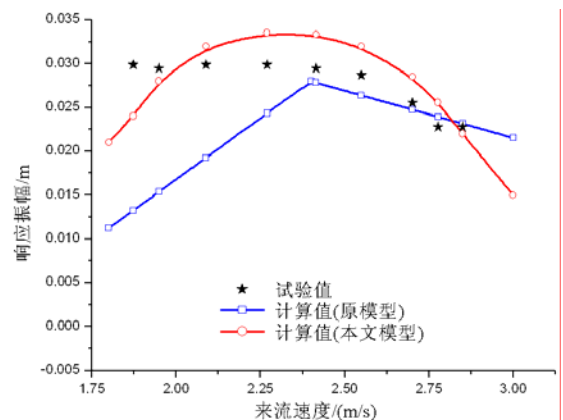
5) 根据筒缩速度的值利用式(8)对响应幅值进行修正，并求解模态应力。

6) 对每一阶模态，重复步骤 1) 步骤 5)，即得各阶模态响应的振幅和应力。

为了验证本文的计算模型，我们给出了用本文模型计算的涡激振动响应振幅与 Khalak 的试验<sup>[18]</sup>结果的比较，同时对照给出了采用未改进模型的计算结果，见图 5。可以看出采用本文提出的改进模型，响应的振幅随筒缩速度的变化规律以及幅值的大小都与实验结果更接近。



(a)  $m^* = 2.4$  ,  $\zeta = 0.0045$



(b)  $m^* = 10.1$  ,  $\zeta = 0.00134$

图 5 本文模型计算结果与试验结果的比较

Fig.5 The comparison between the calculation result and the experimental result of response amplitude

## 2 计算实例与结果分析

### 2.1 结构预张力的影响

这里选用墨西哥湾的深水采油平台——Conoco's



Huttonn 张力腿平台为算例<sup>[19-20]</sup>。其立管长度、外径、壁厚分别为 300m、1.1176m、0.038m，单位长度质量 1000kg/m、弯曲刚度  $3.854 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ；流场分布为线性剪切流，流速  $V(z) = 0.4 + 0.008z (\text{m/s})$ ， $z$  坐标沿立管轴线垂直向上为正，且取立管底端海底处  $z = 0 \text{ m}$ 。考察结构预张力对涡激振动响应的影响(取立管最大张力为  $T_{\text{max}} = 2.1 \times 10^7 \text{ N}$ )。假设：1) 立管两端铰支且忽略张力沿立管轴线( $z$  方向)的变化；2) 当发生多阶模态锁频区域重叠时，用高阶模态占优原则<sup>[3]</sup>；3) 取变形结构上的最大振幅。

采用本文计算模型计算了不同张力下，立管在剪切来流作用下的涡激振动响应振幅(见图 6)。图 6 表明：在张力较低时，随张力的增加结构的刚度随之增加，总体响应振幅随之降低，直至极小值  $y/D = 1.06 (T/T_{\text{max}} = 0.55)$ ；之后，随张力的增加尽管结构的刚度随之增加，但是总体响应振幅却随之增大了。

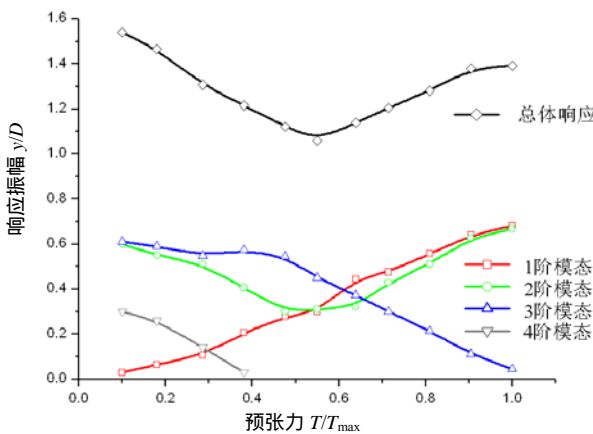


图 6 张力对响应振幅的影响

Fig.6 Effect of tension on amplitude response

为分析其原因，图 6 还给出了 1 阶 4 阶个锁频模态的振幅随张力的变化曲线，从图 6 可见，各阶模态的振幅随张力的增大，呈现不同的变化规律，或单调上升(例如 1 阶模态)、或单调下降(例如 4 阶模态)、或先下降再上升(例如 2 阶模态)。从图 7 各阶模态锁频区域的分布看，张力的增加改变了各阶模态的锁频区域，各阶模态响应规律的不同实质上是受锁频区域的范围大小和位置的影响。总的来说：当锁频区域越接近模态位移峰值点或当锁频范围越宽，则模态响应就越大，这是因为模态的有效质量(式(9))和有效阻尼(式(11))随之降低了；反之亦然。另外，图 6 表明响应的振幅存在最小值，如果设计平台时，取响应幅值最小值对应的张力，将会有利于结构响应安全性和疲劳寿命。

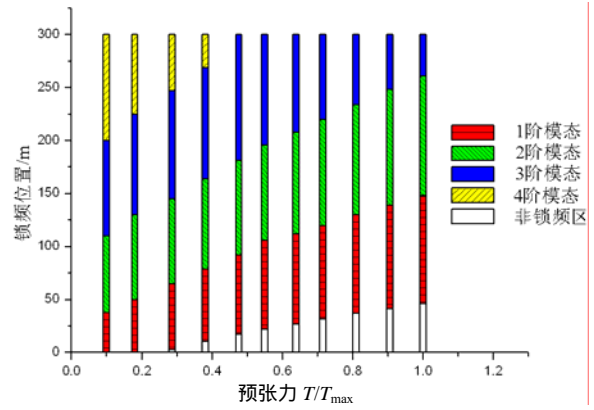


图 7 张力对模态锁频区域的影响

Fig.7 Effect of tension on lock-in range distribution

2.2 流场分布的影响

为了考察流场的分布位置对涡激振动响应的影响，考虑如图 8 所示流场，计算时流场宽度从中点( $W = 0$ )对称地延伸至两个端点( $W = L$ )；结构的参数仍取 2.1 节的参数，结构阻尼比分别取 0.008、0.02、0.10，模态取前三阶模态。立管的涡激振动响应的振幅和应力(取变形结构上的最大振幅或应力)见图 9、图 10。

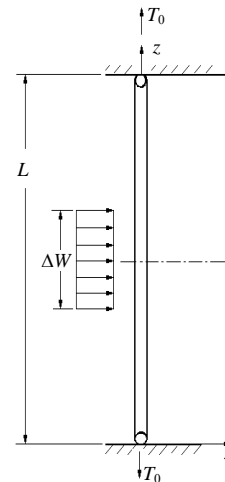


图 8 流场分布示意图

Fig.8 Scheme of flow distribution

从响应的振幅曲线看(图 9) 随着流场范围的增大，各阶模态的振幅都是单调增大的，尽管不同模态的曲线斜率的变化规律不尽相同。因为随着流场范围增大，模态锁频范围变宽，系统的有效质量(式(9))和有效阻尼(式(11))随之降低，所以振幅增大。而锁频区域越接近模态位移峰值点，系统的有效质量和有效阻尼越小，结构对能量的吸收具有较高的效率，所对应曲线的斜率就越大；反之，锁频区域越靠近模态节点，结构对能量的吸收效率越低，所对应曲线的斜率越小。

观察阻尼的影响可以看出：阻尼较大的曲线更为光滑，即曲线斜率的变化程度较小，表明阻尼的增大减小了结构响应对锁频位置的敏感程度，因为系统的有效阻尼增大了。

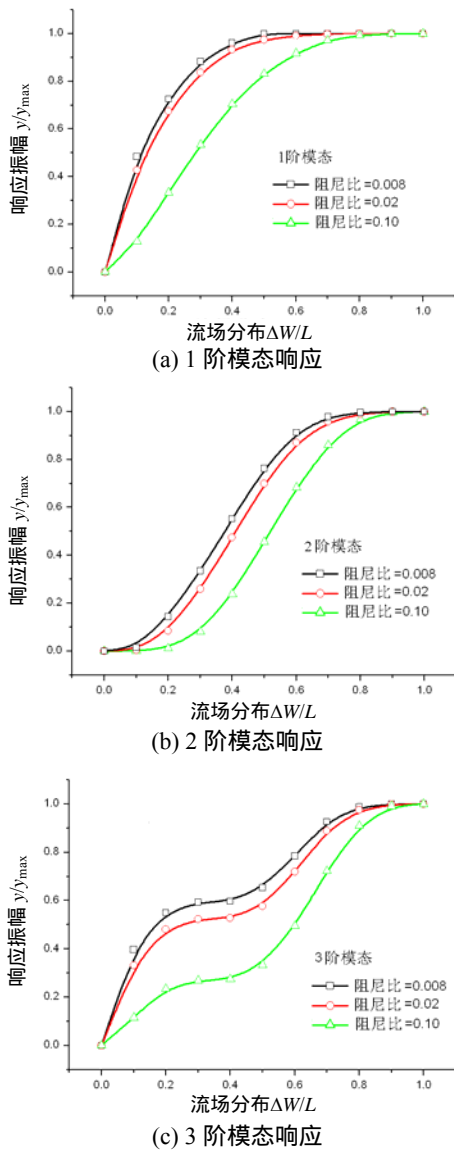
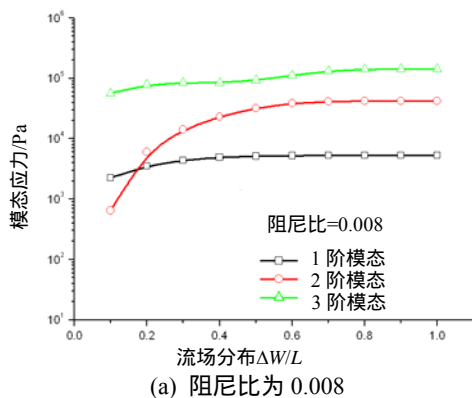
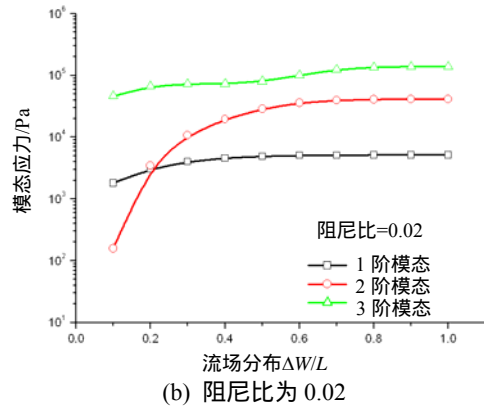


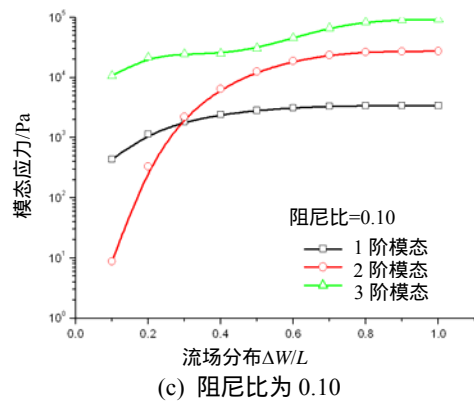
图9 各阶模态响应的振幅比  
Fig.9 Amplitude ratio of response of lock-in mode



(a) 阻尼比为 0.008



(b) 阻尼比为 0.02



(c) 阻尼比为 0.10

图 10 不同阻尼下各阶模态应力

Fig.10 Stress of response of lock-in mode

模态应力的响应规律与振幅类似，不再赘述。需要注意的是：本算例中多数流场分布的情况下高阶模态的应力大于低阶模态(图 10)，因此根据应力水平进行疲劳寿命分析时要注意高阶模态应力。

### 3 结论

本文考虑了涡激振动锁频阶段流体附加质量的变化，以及振动响应和来流筒缩速度的非线性关系，在此基础上建立了改进的尾流振子模型。与试验和数值结果比较表明采用本文提出的计算模型，可以更合理、准确地预测结构涡激振动响应。利用本模型研究了立管的张力以及流场分布对涡激振动响应的影响，计算结果表明：

1) 立管张力的改变,使得模态锁频区域发生了变化,从而改变了结构的总体涡激振动响应;当锁频区域越接近模态位移峰值点或当锁频范围越宽,响应就越大,因为系统的有效质量和有效阻尼随之降低了;反之亦然。设计平台时尽量取响应振幅最小值对应的张力,将利于提高结构安全性和疲劳寿命。

2) 随着流场范围的增大,各阶模态振幅单调增大,但是曲线斜率的变化不尽相同。当锁频区域越

接近模态位移峰值点,系统的有效质量和有效阻尼越小,结构对能量的吸收具有较高的效率,对应曲线的斜率越大;反之,锁频区域越靠近模态节点,对应曲线的斜率越小。

3) 阻尼的增大减小了结构响应对锁频位置的敏感程度,因为系统的有效阻尼增大了。本文算例中高阶模态的应力大于低阶模态应力,在平台设计的疲劳寿命分析中要注意高阶模态应力。

#### 参考文献:

- [1] Hartlen R T, Currie I G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration [J]. *Journal of the Engineering Mechanics*, 1970, 96(5): 577-591.
- [2] Iwan W D. The vortex-induced oscillation of non-uniform structure analysis [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1981, 79(2): 291-301.
- [3] Lyong G J, Patel M H. A prediction technique for vortex induced transverse response of marine risers and tethers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 11(3): 467-487.
- [4] Violette R, Langre E, Szydlowski J. Computation of VIV of long structure using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments [J]. *Computers and Structure*, 2007, 85: 1134-1141.
- [5] Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibration [J]. *Journal of Fluids and Structures Mechanics*, 2004, 46: 389-447.
- [6] Facchinetti M L, Langre E. Coupling of structure and wave oscillators in VIV [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19: 123-140.
- [7] 潘志远, 崔维成, 廖泉明. 细长海洋立管涡激振动预报模型[J]. *船舶力学*, 2006, 10(3): 115-121.  
Pan Zhiyuan, Cui Weicheng, Liao Quanming. A prediction model for VIV of a slender marine riser [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2006, 10(3): 115-121. (in Chinese)
- [8] Mathelin L, Langre E. VIV and waves under shear flow with a wake oscillator model [J]. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2005, 24: 478-490.
- [9] Dixon M, Charlesworth D. Application of CFD for VIV analysis of marine riser in projects [R]. OTC18348. Houston: Write Librarian, 2006.
- [10] Cunff C, Biolley F. Vortex-induced vibrations of risers: Theoretical, numerical and experimental investigation [J]. *Oil & Gas Science and Technology-R*, 2002, 57(1): 59-69.
- [11] Wang Yi, Chen Weimin, Lin Mian. Study on the variation of added mass and its application to the calculation of amplitude response for a circular cylinder at lock-in [J]. *China Ocean Engineering*, 2007, 21(3): 429-437.
- [12] Williamson C, Govardhan R. Vortex-induced vibration [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2004, 36: 413-455.
- [13] Willden R, Graham J. Numerical prediction of VIV on long flexible circular cylinders [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2001, 15: 659-669.
- [14] Vikestad K, Vandiver J K, Larsen C M. Added mass and oscillation frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2000, 14: 1071-1088.
- [15] Feng C C. The measurement of vortex induced effects in flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders [D]. Canada: University of British Columbia, 1968.
- [16] Brika D, Laneville A. Vortex-induced Vibrations of a long flexible circular cylinder [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 250: 481-508.
- [17] Foulhoux L, Saubestre V. An engineering approach to characterize the look-in phenomenon generated by a current on a flexible column [J]. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 1994, 4(3): 231-233.
- [18] Khalak A, Williamson C. Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping [J]. *Journal of Fluids and Structure*, 1997, 11: 973-982.
- [19] de Oliveria J, Fjield S. Concrete hulls for tension leg platforms [R]. OTC5636, Houston, Write Librarian, 1988.
- [20] 王东耀, 凌国灿. 在平台振荡条件下 TLP 张力腿的涡激非线性响应[J]. *海洋学报*, 1998, 20(5): 119-128.  
Wang Dongyao, Ling Guocan. Vortex-induced nonlinear vibrations of TLP tethers under circumstances of platform oscillation [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1998, 20(5): 119-128. (in Chinese)