

文章编号: 1000-4750(2010)08-0205-06

## 压电驱动器应变传递模型分析

\*贾丽杰<sup>1</sup>, 李 敏<sup>1</sup>, 陈伟民<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191; 2. 中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080)

**摘 要:** 随着压电材料结构在航空航天结构控制领域的广泛应用, 压电驱动器与主体结构间的应变传递问题的研究日益重要。该文首先对压电驱动器应用中的应变传递模型——均匀应变模型与 Bernoulli-Euler 模型进行了优缺点的分析对比; 其次将 Bernoulli-Euler 模型用于考虑胶层影响情况, 考虑到压电驱动器在航空航天领域的应用, 着重类似于翼面结构的模型分析, 得到了实际应用中压电驱动器沿结构厚度方向的应变传递表达式; 最后通过数值计算的方法确定了所得应变表达式适用的胶粘剂弹性模量及厚度的范围。结果表明此表达式的有效性, 使 Bernoulli-Euler 模型的应用更接近于实际情况, 同时为智能结构实际应变分布的分析提供了一定的依据与基础。

**关键词:** 智能材料; 压电驱动器; 应变传递; 胶粘层; 均匀应变模型; Bernoulli-Euler 模型

中图分类号: TB381; V214.1 文献标识码: A

## THE MODEL ANALYSIS OF STRAIN TRANSFER IN THE APPLICATION OF PIEZOELECTRIC ACTUATORS

\*JIA Li-jie<sup>1</sup>, LI Min<sup>1</sup>, CHEN Wei-min<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The structure of piezoelectric materials has been more and more popularly used in aviation and aerospace industry, the study for the strain transfer between piezoelectric actuators and a host structure is increasingly important. Advantages and disadvantages in the models of strain transfer—Uniform Strain Model and Bernoulli-Euler Model were firstly discussed; secondly the finite thickness of the bonding layers was taken into account in a Bernoulli-Euler Model, focusing on the wing-like model analysis due to the application of piezoelectric actuators in aviation and aerospace industry, and the strain transfer formulation along the thickness of the structure was attained; finally the range of bonding layers elasticity modulus and thickness for the formulation was given by the finite element method. The result demonstrated the efficiency of the formulation, and the application of the Bernoulli-Euler Model was much closer to the actual case, at the same time the reasonable base was provided for the analysis of strain distribution in a smart structure during an actual application.

**Key words:** smart material; piezoelectric actuator; strain transfer; bonding layers; uniform strain model; Bernoulli-Euler model

以压电陶瓷、形状记忆合金为代表的智能材料在结构控制领域发挥越来越重要的作用。相对于传

统的驱动装置, 智能结构最为引人之处在于其较高的能量密度, 其他的优势包括响应频带宽、线性程

收稿日期: 2009-03-04; 修改日期: 2009-05-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(10772183, 10532070)

作者简介: \*贾丽杰(1984—), 女, 山东肥城人, 硕士生, 从事压电驱动与控制、结构动力学方面研究(E-mail: jialijie527134@163.com);

李 敏(1968—), 男, 湖北天门人, 教授, 博士, 从事压电驱动与控制、气动弹性力学、结构动力学等研究(E-mail: limin@buaa.edu.cn);

陈伟民(1967—), 女, 江苏南京人, 副研究员, 博士, 从事流固耦合、智能材料与控制、结构动力学等研究(E-mail: wmchen@imech.ac.cn).

度好、分布灵活、载荷作用直接等等<sup>[1]</sup>。作为智能结构的典型代表,压电陶瓷驱动器在航空航天领域的成果大致归属动态与静态控制 2 个方面<sup>[2]</sup>。动态的振动与噪声控制:如 F/A-18 的抖振控制、颤振主动抑止扩大飞行包线、涡轮发动机振动控制、飞机主动噪声控制等等;静态的形状控制:利用压电驱动器改变翼面形状以提高气动性能的主动智能机翼、自适应微型飞行器、漩涡诱发控制等等。

与之相应地,出现了形式各异的压电驱动器与结构设计<sup>[3-4]</sup>,特别是近年来压电纤维复合材料的出现,在驱动能力、驱动指向、柔韧性与可靠性等方面取得长足的进步<sup>[5-7]</sup>,其性能的提高与商业化进程<sup>[8]</sup>为压电驱动器进入航空航天工程实用化提供了基础,并出现了联合使用压电纤维复合材料与碳纤维复合材料进行的高空长航时无人机设计方案<sup>[9-10]</sup>。

压电驱动器应用的方式主要是粘贴在结构表面和嵌入到结构内部。当采用粘贴在结构表面形式使用时,压电驱动器产生的应变要通过胶粘剂传递给主体结构,因此,胶粘剂在应力、应变传递过程中有重要作用。目前对双面粘贴压电驱动器的应变传递问题的分析,广泛使用的理论模型 Crawley 在 1987 年<sup>[11]</sup>提出的均匀应变理论模型以及在 1989 年<sup>[12]</sup>,提出的 Bernoulli-Euler 应变模型,国内学者<sup>[13]</sup>基于复合材料层合板应力分析的思想,得到了在加载条件下的结构材料与压电驱动器的应力-应变传递关系模型。

本文分析对比了 Crawley 提出的 2 种模型,并在 Bernoulli-Euler 模型的基础上,给出考虑胶层影响时压电片与主体结构之间应变的表达式,通过数值计算给出了表达式适用的胶粘剂弹性模量及厚度的范围。考虑到压电驱动器在航空航天领域的应用,着重类似于翼面结构的模型分析,以双面粘贴式压电驱动器板模型为例讨论,如图 1 所示。

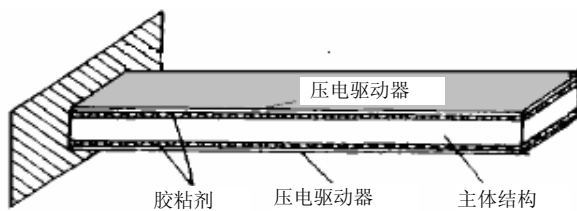


图 1 压电驱动器的板模型

Fig.1 The plate model of the piezoelectric actuators

## 1 模型分析

### 1.1 均匀应变模型

图 1 所示的双面粘贴式压电驱动器,均匀应变模型在理想粘结情况下,截面变形假设如图 2 所示,实线表示假设的应变分布。

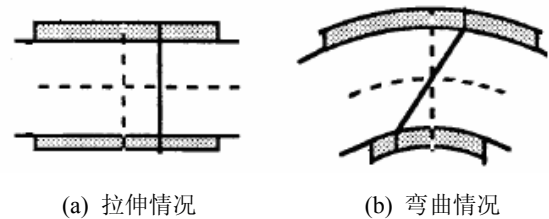


图 2 结构截面应变分布简图

Fig.2 Assumed piezoelectric-substructure strain distribution

均匀应变模型的提出是在对实际结构简化的基础上,通过以下假设条件得到的:

- 1) 压电片中的应变为均匀分布。
- 2) 有限厚度的粘结层通过剪应力传递应变。
- 3) 压电片端部的应变等于其自由状态下的应变值:  $\Lambda = d_{31}V/t$ , 与压电片端部相对应的主体结构处的应变数值为零。

在考虑胶粘剂情况下,通过平衡方程、几何方程、本构方程以及假设条件 3) 得到压电片与主体结构上表面的应变表达式如下:

$$\frac{\varepsilon_c(\bar{x})}{\Lambda} = \frac{1}{\psi + \alpha} \left( \alpha + \frac{\psi \cosh \Gamma \bar{x}}{\cosh \Gamma} \right) \quad (1a)$$

$$\frac{\varepsilon_b^s(\bar{x})}{\Lambda} = \frac{\alpha}{\psi + \alpha} \left( 1 - \frac{\cosh \Gamma \bar{x}}{\cosh \Gamma} \right) \quad (1b)$$

在理想粘结(忽略胶层)情况下压电片与主体结构上表面的应变分布表达式简化如下:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_b^s = \frac{\alpha}{\psi + \alpha} \Lambda \quad (2)$$

$\alpha = 2$ , 表示主体结构上下表面的压电片施加同向电压(截面应变分布情况如图 2(a));  $\alpha = 6$  表示主体结构上下表面的压电片施加反向电压(截面应变分布情况如图 2(b))。公式中各字符的含义:  $\psi = E_b t_b / E_c t_c$  (主体结构与压电片的厚度比、刚度比的乘积);  $\varepsilon_b^s$  主体结构上表面的应变;  $\Lambda$  为压电片的自由应变;  $\Gamma$  为剪切滞后参数;  $t/\text{mm}$  为厚度;  $l/\text{mm}$  为长度; 下角标  $c$  表示压电片; 下角标  $b$  表示主体结构; 上角标  $s$  表示粘结层。

均匀应变模型得到的公式能够有效地表达压电片与主体结构上表面的应变传递情况<sup>[11]</sup>,此模型利于计算分析胶粘剂在应变传递过程中的效率。但

不能准确的描述应变沿结构模型厚度方向的分布情况(对于弯曲情况下压电片中的应变分布的假设与实际情况不符, 见后文的数值例证图 7)。因此, Crawley 等人在 1989 年又提出了 Bernoulli-Euler 应变模型。

### 1.2 Bernoulli-Euler 应变模型

在理想粘结情况下的截面变形假设如图 3 所示, 实线表示假设的应变分布。

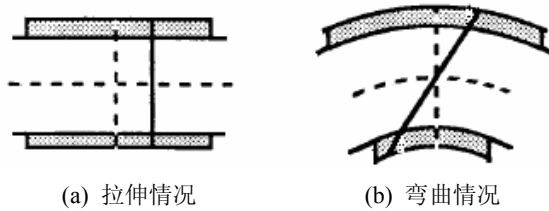


图 3 结构截面应变变化简图

Fig.3 Assumed piezoelectric-substructure strain distribution

理想粘结情况, 当对上下压电驱动器施加同向电压时, 图 3(a)所示拉伸情况, 两模型对应变分布的假设相同, 所以得到的应变公式相同, 如式(2); 图 3(b)所示的弯曲情况, Bernoulli-Euler 应变传递模型是在假设应变沿模型横截面线性变化, 得到的公式如下( $\kappa$ 为剖面转角的变化率, 式中各字母表示的含义同前所述):

$$\varepsilon = -\kappa z = \frac{12(t_b + t_c)A}{\left[ \frac{E_b t_b}{E_c t_c} + 6 \right] t_b^2 + 12t_b t_c + 8t_c^2} z \quad (3)$$

Bernoulli-Euler 模型理想粘结情况下的优点在于假设压电片中的应变分布与实际情况中的应变分布形式的一致, 但文中只讨论了理想粘结情况, 没有考虑胶层的情况。

## 2 Bernoulli-Euler 模型的拓展

理想粘结情况下<sup>[12]</sup>, 对于弯曲情况, 均匀应变模型不能精确地描述应变变化, 尤其是对于较薄的结构; Bernoulli-Euler 模型基于与有限元结果的对

比, 证明了其可以精确的预测拉伸和弯曲情况下的应变变化。但文献[12]只讨论了 Bernoulli-Euler 应变传递模型在理想粘贴情况下的公式, 没有提及将 Bernoulli-Euler 应变传递模型用于考虑胶层情况。下面假设双面粘贴压电驱动器的模型截面应变为线性分布, 包括压电层、胶层和主体结构层, 如图 4 所示。

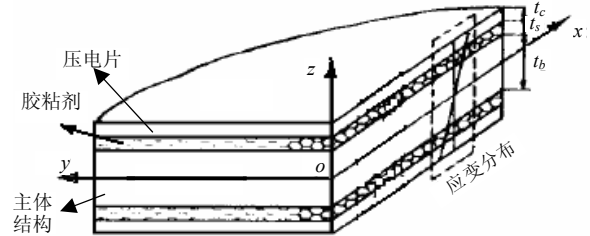


图 4 模型截面应变变化图

Fig.4 Assumed deformations for analytical model

推导中只考虑粘结层的弹性特征, 因此把三层材料都作为弹性材料处理。此时, 胶层也是坐标  $z$  的函数, 沿厚度方向的应变为  $\varepsilon = \varepsilon^0 - z\kappa$ , 其中  $\varepsilon^0$  为  $x-y$  面内的应变,  $\kappa$  为层合板的曲率。分析弯曲模式, 即对上下压电片施加方向相反的电压。通过胶粘剂将压电驱动器粘贴在主体结构上下面, 此时模型相当于一个叠层复合材料板, 且在假设条件下各层的应变都是连续的, 模型为对称结构, 则弯曲中心都是相同的, 在中性层上。有:

$$\varepsilon = -\kappa z \quad (4a)$$

$$\kappa = -\frac{M}{EI} \quad (4b)$$

$$M = E_c A_c A b_c (t_c + t_b + 2t_s) \quad (4c)$$

$$EI = 2E_c I_c + 2E_s I_s + E_b I_b = \frac{2E_c b_c t_c^3 + 6E_c A_c (t_c + t_b)^2 + 2E_s b_s t_s^3 + 6E_s A_s (t_s + t_b)^2 + E_b b_b t_b^3}{12} \quad (4d)$$

经推导, 得计算公式如下:

$$\varepsilon = \frac{12(t_b + t_c + 2t_s)Az}{\left[ \frac{E_b t_b}{E_c t_c} + 6 \frac{E_s t_s}{E_c t_c} + 6 \right] t_b^2 + 12t_b t_c + 8t_c^2 + 8 \frac{E_s t_s}{E_c t_c} t_s^2 + 12 \frac{E_s t_s}{E_c t_c} t_s t_b} \quad (4e)$$

$$\text{令 } \psi_b = \frac{(EA)_b}{(EA)_c} = \frac{E_b b_b t_b}{E_c b_c t_c}, \quad \psi_s = \frac{(EA)_s}{(EA)_c} = \frac{E_s b_s t_s}{E_c b_c t_c}, \quad \theta_c = \frac{t_s}{t_c}, \theta_b = \frac{t_s}{t_b}, \text{ 则得到:}$$

$$\varepsilon = \frac{12 \left( \frac{1}{\theta_b} + \frac{1}{\theta_c} + 2 \right) A \frac{z}{t_s}}{[\psi_b + 6\psi_s + 6] \left( \frac{1}{\theta_b} \right)^2 + 12 \frac{1}{\theta_b \theta_c} + 8 \left( \frac{1}{\theta_c} \right)^2 + 8\psi_s + 12\psi_s \frac{1}{\theta_b}} \quad (5)$$

在假设条件下得到的应变传递公式对胶粘剂参数(包括弹性模量和厚度)有怎样的要求? 本文利用有限元的计算方法确定式(5)所适用的胶粘剂参数的范围。

### 3 数值例证

压电陶瓷驱动器采用 PZT5H, 其基本力学参数<sup>[14]</sup>: 刚度系数(单位  $10^{10} \text{ N/m}^2$ ):  $c_{11}^E = 12.6$ ,  $c_{12}^E = 7.95$ ,  $c_{13}^E = 8.41$ ,  $c_{33}^E = 11.7$ ,  $c_{44}^E = 2.35$ ,  $c_{55}^E = c_{66}^E = 2.3$ 。基本电学参数包括: 相对介电常数:  $\varepsilon_{11}^S / \varepsilon_0 = 1700$ ,  $\varepsilon_{33}^S / \varepsilon_0 = 1470$ ; 压电应力常数 ( $\text{C/m}^2$ ):  $e_{31} = -6.5$ ,  $e_{33} = 23.3$ ,  $e_{24} = 17.0$ 。

几何尺寸为  $l \times w = 240\text{mm} \times 60\text{mm}$  的悬臂板模型如图 5 ( $y=0$  为固支端), 厚度为 0.3mm 的 PZT5H 通过胶粘剂粘贴在厚度为 3mm 的主体结构的上下表面, 模型中主体结构采用工程常用的材料 Al, 其弹性模量  $E = 70.3\text{GPa}$ , 泊松比  $\mu = 0.345$ 。电场强度  $1000\text{V/mm}$ 。

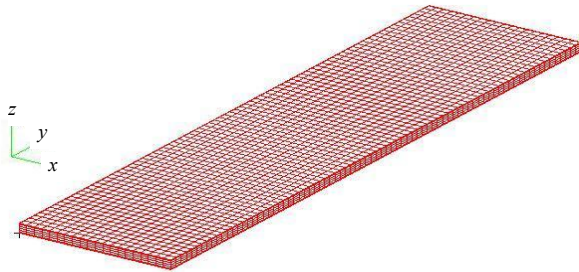


图 5 模型

Fig.5 The model for the analysis

#### 3.1 理想粘结情况

验证 Bernoulli-Euler 模型假设的应变分布与实际结构中的应变分布趋势相同。假设压电片与主体结构理想粘结, 分别对结构施加电压使其处于拉伸状态和弯曲状态, 输出板模型中心点处沿厚度变化的  $y$  方向应变情况, 如图 6、图 7 所示。

由图 6、图 7 可见, 在拉伸情况下, 均匀应变模型与 Bernoulli-Euler 应变模型假设的应变分布与有限元结果吻合, 而在弯曲情况下, 均匀应变模型的应变分布假设不同于有限元计算的应变分布情况, 但利于考虑胶层情况下的公式推导; Bernoulli-Euler 应变传递模型假设应变沿整个截面都是线性

变化, 与有限元计算输出的应变分布趋势相同。

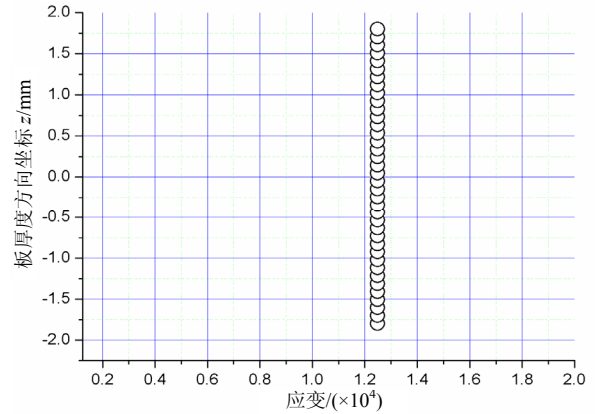


图 6 沿厚度方向应变分布

Fig.6 The strain distribution along the direction of the plate thickness

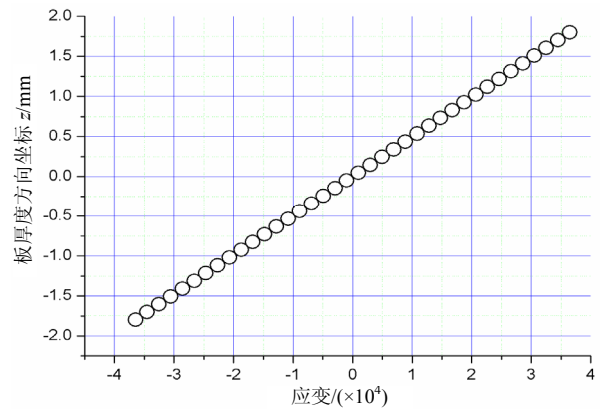


图 7 沿厚度方向应变分布

Fig.7 The strain distribution along the direction of the plate thickness

#### 3.2 考虑胶层情况

计算对比的模型有两种: 使用 Ansys 压电单元 (Solid 5) 的三维有限元模型(模型 A), 按照计算公式(5)使用 Matlab 编程输出结果(模型 B)。模型 A 在长度与宽度方向的单元尺寸均为  $3\text{mm} \times 3\text{mm}$ , 在厚度方向为 10 层, 分别为上下 PZT5H 各 2 层(每层 0.15mm); 胶层为 1 层, Al 板为 4 层(每层 0.75mm)。模型 A 使用多层模型的原因是为了得到收敛的计算结果, 其长(宽)厚比达到了 20:1, 在该模型中为了减小模型规模使用了该比例, 但通过接近于等比例的细化模型计算结果证明粗分模型的精度是足够的。

### 3.2.1 胶粘剂的弹性模量变化

选取胶粘剂的弹性模量在 0.003GPa—30GPa 的范围内变化, 此时胶层的厚度取为 0.01mm。以模型 A 的计算结果为基准, 以模型中压电片的最大应变值为比较对象, 计算结果对比如图 8 所示。

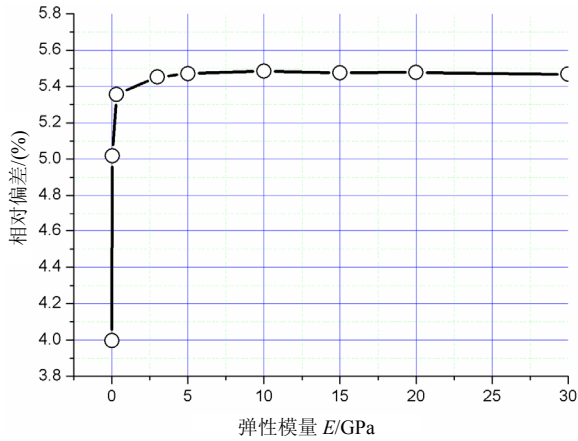


图 8 胶粘剂弹性模量变化  
Fig.8 The changes in the elasticity modulus of the bonding layers

结果说明在选取的胶粘剂弹性模量变化范围内, 式(5)描述的应变分布情况基本能满足工程要求。若胶粘剂的弹性模量再减小一个或两个数量级, 胶层厚度取为 0.01mm, 来看计算结果是否仍满足工程要求。胶粘剂弹性模量为 0.3MPa, 两模型的计算结果对比如图 9 所示; 胶粘剂弹性模量减小为 0.03MPa, 两模型计算结果对比如图 10 所示。

在图 8、图 9 中, 模型 A 在胶层处出现明显的“断层”; 而模型 B 是在假设应变沿厚度方向线性分布情况下得到的结果, 所以应变在板厚方向上的分布仍为直线。因此, 此时对工程中使用的胶粘剂 (其弹性模量在范围 0.003GPa—30GPa), 式(5)可以

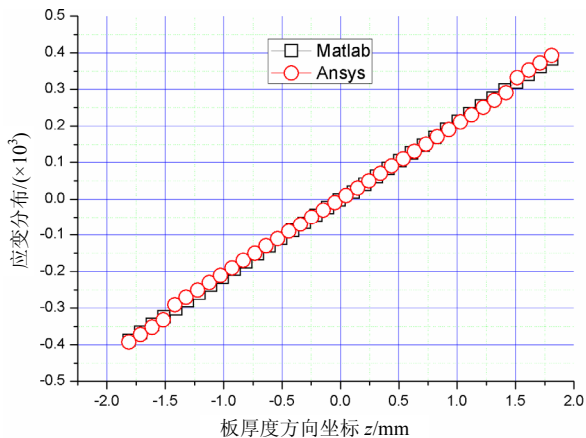


图 9 厚度方向应变分布  
Fig.9 The strain distribution along the direction of the plate thickness

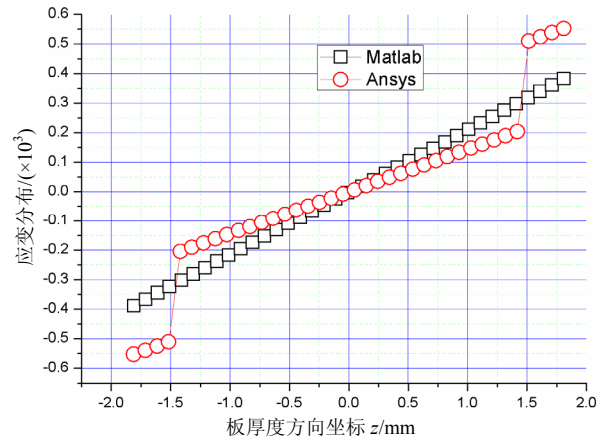


图 10 厚度方向应变分布  
Fig.10 The strain distribution along the direction of the plate thickness

模拟双面粘贴压电驱动器结构截面的应变变化情况。

### 3.2.2 胶层厚度变化

此时胶粘剂弹性模量取为 3.0GPa, 胶层厚度在范围 0.01mm—0.1mm 内变化。两模型比较结果如下图所示, 以 Ansys 计算结果为基准。由图 11 可见, 随胶层厚度的增加, 由式(5)计算得到的压电片中的最大应变与有限元结果相差越来越大, 即胶层厚度越小, 公式才能更好地描述应变分布情况。

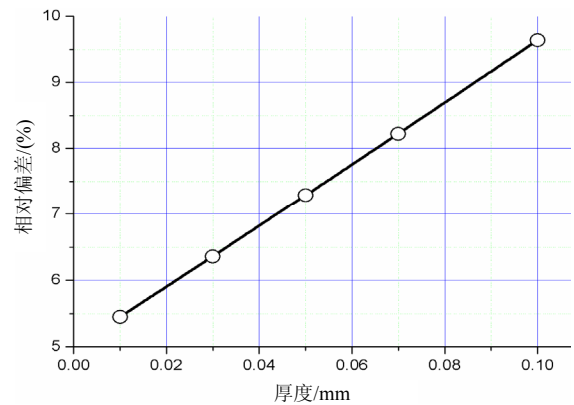


图 11 胶粘剂厚度变化  
Fig.11 The changes in the thickness of the bonding layers

## 4 结论

均匀应变模型与 Bernoulli-Euler 模型均是对实际结构简化, 从而得到压电驱动器与主体结构之间的应变传递规律。通过对这两个模型的分析讨论, 得到均匀应变模型的公式侧重于计算应变传递效率问题, 而 Bernoulli-Euler 模型侧重于描述截面的应变分布变化。将 Bernoulli-Euler 模型用于考虑胶层情况下并得到相应的应变表达式, 将此表达式与

有限元数值计算的结果比较,得到在胶层很薄且弹性模量在 0.003GPa—30GPa 的范围内,用此公式描述双面粘贴压电驱动器板模型截面的应变分布情况,可以满足工程(5%—10%)的要求。不仅扩大了 Bernoulli-Euler 应变传递模型的应用范围,而且为分析实际粘贴有压电驱动器的智能结构的应变分布提供了途径。

#### 参考文献:

- [1] Culshaw B. Smart structures and materials [M]. Boston: Artech House, 1996.
- [2] Yousefi-Koma A, Zimcik D G. Applications of smart structures to aircraft for performance enhancement [R]. Canadian Aeronautics and Space Institute 50th AGM and Conference, 16th Aerospace Structures and Materials Symposium, 2003, 49(4): 163—172.
- [3] Niezrecki C, Brei D, Balakrishana S, Moskalik A. Piezoelectric actuation: State of the art [J]. The Shock and Vibration Digest, 2001, 33(4): 269—280.
- [4] Garcia Ephraim. Smart structures and actuators: Past, present, and future [R]. Proceedings of SPIE Conference on Smart Structures and Material Systems: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, Bellingham, WA, 2002, 4698: 1—12.
- [5] Onur Bilgen, Kevin Kochersberger, Diggs Edward C. Morphing wing micro-air-vehicles via macro-fiber-composite actuators [R]. AIAA-07-1785, 2007.
- [6] Park Jae-Sang, Kim Ji-Hwan. Material properties of single crystal macro fiber composite actuators for active twist rotor blades [R]. AIAA-05-2265, 2005.
- [7] Williams R B. Nonlinear mechanical and actuation characterization of piezoceramic fiber composites [D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 2004.
- [8] SMC Corporation. <http://www.smart-material.com>, Nov 26, 2009.
- [9] Cesnik Carlos E S, Brown E L. Modeling of high aspect ratio active flexible wings for roll control [R]. AIAA-02-1719, 2002.
- [10] Sahoo Debashis, Cesnik Carlos E S. Roll maneuver control of UCAV wing using anisotropic piezoelectric actuators [R]. AIAA-02-1720, 2002.
- [11] Crawley Edward F, Javier de Luis. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures [J]. AIAA Journal, 1987, 25(10): 1371—1385.
- [12] Crawley Edward F, Anderson Eric H. Detailed models of piezoceramic actuation of beams [R]. AIAA-89-1338, 1989.
- [13] 张奔牛, 张俊乾, 黄尚廉. 层合机敏结构的变形传递和层间应力分析[J]. 重庆大学学报, 2002, 25(2): 134—142.  
Zhang Benniu, Zhang Junqian, Huang Shanglian. Analyses of interlayer stresses and strain transfer in smart laminated structures [J]. Journal of Chongqing University, 2002, 25(2): 134—142. (in Chinese)
- [14] 栾桂冬. 压电换能器和换能阵[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005.  
Luan Guidong. Piezoelectric transducers and arrays [M]. Beijing: Peking University Press, 2005. (in Chinese)