

渗流场流线构造方法研究

李海生¹ 蔡强¹ 刘曰武²

LI Hai-sheng¹, CAI Qiang¹, LIU Yue-wu²

1.北京工商大学 计算机与信息工程学院 北京 100048

2.中国科学院 力学研究所 工程科学部 北京 100080

1.College of Computer and Information Engineering, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China

2.Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

E-mail: lihsh@th.btbu.edu.cn

LI Hai-sheng, CAI Qiang, LIU Yue-wu. Research on generating streamlines in seepage flow field. *Computer Engineering and Applications* 2010 46(18) 233-236.

Abstract: Streamline is an important tool used to analyze and visualize the flow through porous media such as oil flow and underwater flow. The streamline construction algorithm has been concerned widely by reservoir engineers. Algorithms of generating streamlines based on constrained Delaunay triangulation are presented in this paper. A novel pressure gradients calculation method is also put forward. In addition, "compass" algorithm based on "wing-edge" data structure is adopted to fasten the streamline integration process. Examples show the algorithm has good time and space efficiency. The generated streamlines can visual display the reservoir fluid's movement tracks between the producers and injectors.

Key words: seepage flow field; streamline; pressure gradient; Delaunay triangulation

摘要: 流线是分析渗流场流体流动特性的一个非常重要的工具,其构造方法的研究已受到油藏工程师们的普遍关注。给出了基于约束 Delaunay 三角网格的等值线和流线生成算法。提出了一种新的计算渗流场压力梯度的方法,借助于“翼边”数据结构,设计了“指南针”算法加速流线的跟踪过程。实例表明,算法具有良好的时空效率,结果能够较为直观地反映出油藏流体在注采井间的运动轨迹。

关键词: 渗流场; 流线; 压力梯度; Delaunay 三角网格

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2010.18.071 文章编号: 1002-8331(2010)18-0233-04 文献标识码: A 中图分类号: TP391.4

1 引言

流线是描述渗流场流体流动的有效工具,它能直观反映油藏中流体在注入井与生产井之间的运动轨迹,从而帮助油藏工程师优化井网和注入方案。对流线分布的研究已受到油藏工程师们的普遍关注^[1]。流线是同一时刻,瞬时速度与流场相切的所有质点所组成的曲线。它给出该时刻不同流体质点的运动方向。流线生成通常采用数值积分法。即先选定初始位置,然后采用积分的方法一步步跟踪下去,即可得到质点的位置随时间变化的曲线。

传统的流线计算通常是在物理空间和计算空间之间建立一种一一对应的关系,流线的计算是在计算空间上进行,最后再变换回物理空间去进行显示^[2]。给出了基于约束 Delaunay 三角网格的流线和油藏压力等值线生成算法,可以直接在物理空间上进行流线的计算。避免了物理空间和计算空间之间的转换带来的误差。第 3 章中给出了在物理空间上直接计算压力梯度的方法,利用“指南针”算法进行快速点定位以及选择合适的流

线积分步长,得到时空效率良好的流线生成算法。

2 Delaunay 三角剖分

三角形是二维空间中的单纯形。它具有较好的灵活性,可以精确地构造二维空间中任意数据场的网格。如果三角剖分中任何一个三角形的外接圆内部都不包含其他的点,则这个三角剖分就是 Delaunay 的。二维空间中,任意约束条件下,都可以得到与边界一致的 Delaunay 三角网格^[3]。Delaunay 三角网格是 Voronoi 图的对偶表现形式,它具有最小角最大、局部优化可以保证全局优化等优良性质。Delaunay 三角化后得到的网格通常比较“胖”,即接近于正三角形,而这种特性恰恰是数值计算等应用程序所期望的。

运用约束 Delaunay 细化算法^[4]得到 Delaunay 三角网格。使用三角形外接圆半径和最小边的比值作为三角形网格单元质量的标准。半径与最小边比值越小,三角形网格质量越好。当三角形为正三角形时,半径与最小边比值达到最小,为 $1/\sqrt{3}$ 。

基金项目 国家重大专项项目(No.2008ZX05038-001) 北京市自然科学基金(the Natural Science Foundation of Beijing City of China under Grant No.406201)。

作者简介 李海生(1974-) 男,博士,副教授,主要研究领域为计算机图形学、科学计算可视化;蔡强(1969-) 男,博士,副教授,主要研究领域为计算机图形学;刘曰武(1965-) 男,博士后,副研究员,主要研究领域为渗流力学数值模拟。

收稿日期 2009-06-29 修回日期 2009-08-06

约束 Delaunay 细化算法(Constraint Delaunay Refinement 算法):

输入 约束线段集合,包括渗流场的内边界、外边界和域中的约束边。

输出 具有 Delaunay 性质的三角形集合 TS 。

算法步骤:

(1)设置期望的三角形网格质量(半径与最小边比值)阈值 Q_T ;

(2)将约束边加入到线段集合 CSS 中;

(3)将 CSS 中所有线段的两个顶点加入到点集 PS 中,去除 PS 中的重合点;

(4)在渗流场域外绘制一个包含整个剖分域的大三角形 T' ,将 T' 加入到 TS 中;

(5)对于点 $P \in PS$ 将 P 点加入到 TS 中,如果 P 点落在 TS 中的某个三角形 T 的外接圆内,从 TS 中删除 T ,形成一个 Delaunay 空洞。连接 Delaunay 空洞的每个顶点和 P 形成新的三角形单元,将新得到的三角形加入到 TS 中;

(6)重复步骤(5)直至 PS 中的所有点都被加入到 TS 中;

(7)对于线段 $CS \in CSS$ 如果 CS 不是 TS 中某个三角形单元的一条边,将 CS 线段等分为 $CS1$ 和 $CS2$ 两条线段,从 CSS 中删除 CS 将 $CS1$ 和 $CS2$ 加入 CSS 中。将 CS 的中点加入 TS 中;

(8)重复步骤(7)直至 CSS 中的所有线段都是 TS 中三角形的一条边;

(9)对于三角形 $T \in TS$,如果 T 的半径最小边比值大于 Q_T ,计算 T 的外接圆圆心 CP ;

(10)对于任意的约束边 $CS \in CSS$,如果 CS 为直径的圆包含 CP 将 CS 线段等分为 $CS1$ 和 $CS2$ 两条线段,从 CSS 中删除 CS 将 $CS1$ 和 $CS2$ 加入 CSS 中。将 CS 的中点加入 TS 中,否则,将 CP 加入 TS 中;

(11)最后得到的 TS 就是需要的满足渗流场边界条件的 Delaunay 三角剖分网格。

约束 Delaunay 细化算法结束。

3 渗流场压力梯度计算

渗流场的油藏压力值可以通过计算流体力学(CFD)计算得到。为了得到流线,首先必须要根据渗流场的油藏压力值得到压力梯度,即 v_x 和 v_y 。将油藏压力值 P 作为 Z ,把三角形网格由二维拓展到三维空间。由于三角形的单纯性,每个三角形的三个顶点形成一个平面。不失一般性,设三角形所在的平面方程为:

$$AX+BY+CZ+D=0 \tag{1}$$

则油藏压力梯度为:

$$\begin{cases} v_x = \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{A}{C} \\ v_y = \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{B}{C} \end{cases} \tag{2}$$

三角形所在平面的法矢为 (A, B, C) 。归一化后,三角形的法矢可表示为 $(\frac{A}{C}, \frac{B}{C}, 1)$ 。因此,根据方程(2),可以对归一化后的三角形的法矢取反,作为油藏压力的压力梯度值。

考虑 Delaunay 三角剖分后,三角形之间的拓扑关系,每个三角形的顶点由多个三角形所共有。采用面积加权插值的方法来计算每个三角形顶点出的油藏压力梯度。假设在三维空间

中,一个顶点由 n 个三角形共有,则该顶点的法矢可以通过公式(3)来计算得到。

$$\begin{cases} v_x = \frac{\sum_{i=1}^n v_{xi} \times A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \\ v_y = \frac{\sum_{i=1}^n v_{yi} \times A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \end{cases} \tag{3}$$

对于三维空间中的任意一个 ΔABC ,可以通过计算两个向量 AB 和 AC 的混合积来得到三角形的面积,如公式(4)所示。

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\mathbf{AB} \times \mathbf{AC}| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & y_A & z_A \\ x_B & y_B & z_B \\ x_C & y_C & z_C \end{vmatrix} \tag{4}$$

4 流线生成矢量场插值算法

CFD 数值模拟结果得到的是存储在有限个顶点上的离散数据。为了得到渗流场域的矢量场连续表示,必须对矢量场进行插值。通常采用的插值算法主要有线性基函数插值方法、逆距离加权法、薄板样条法、面积加权法等^[2]。由于在第 2 章中已经得到渗流场的三角网格的拓扑,采用面积加权方法来对组成油藏压力的梯度分量分别按标量进行插值计算作为渗流场空间中任一点的的压力梯度值的大小。

面积加权法一般用在三角形网格单元中,如图 1 所示,设三角形内一点 P 要求该点对应点的油藏压力梯度值,可将该点与三角形的各顶点相连形成三个小三角形,这个三角形的每个结点的权值可由它对应的小三角形的面积占总面积的比例来决定,即:

$$\begin{cases} \omega_A = \frac{S_{\Delta PBC}}{S_{\Delta ABC}} \\ \omega_B = \frac{S_{\Delta APC}}{S_{\Delta ABC}} \\ \omega_C = \frac{S_{\Delta ABP}}{S_{\Delta ABC}} \end{cases} \tag{5}$$

$$E(P) = \omega_A E_A + \omega_B E_B + \omega_C E_C \tag{6}$$

其中 $(\omega_A, \omega_B, \omega_C)$ 为 P 点在 ΔABC 中的面积坐标。注意到只有当 P 点位于三角形内时,面积坐标的三个分量 $(\omega_A, \omega_B, \omega_C)$ 才全部在 0 至 1 之间。

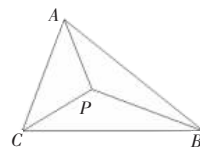


图 1 面积加权法

5 流线构造及积分步长

常用的流线积分方法有 Euler 法、二阶 Runge-Kutta 法和四阶 Runge-Kutta 法等^[2]。流线积分的阶数和步长要依据计算精度和计算效率来折中进行选择。采用二阶 Runge-Kutta 法即改进的 Euler 法对流线进行积分。积分步长的选取应该根据与初始点所在的网格的大小成正比,与初始点的速度大小成反比的原则来进行选取。步长太小,递推次数太多,影响求解速度;步长太大,流线积分的准确性难以保证,从而引起流场流动特

征的丢失。

采用自适应步长的积分方法,解决流线追踪过程中的效率和精度之间的矛盾。如图2所示,流线上相邻的三个质点 P_{k-1} 、 P_k 、 P_{k+1} 之间的夹角可以根据向量 $P_{k-1}P_k$ 与 P_kP_{k+1} 之间的点积得到,即:

$$\cos \theta_n = \frac{P_{k-1}P_k \cdot P_kP_{k+1}}{|P_{k-1}P_k| |P_kP_{k+1}|}$$

则积分步长 h 有:

$$\begin{cases} h_{k+1}=2h_k & \theta \leq 0.5^\circ \\ h_{k+1}=h_k & 0.5^\circ < \theta \leq 5^\circ \\ h_{k+1}=h_k/2 & \theta > 5^\circ \end{cases}$$

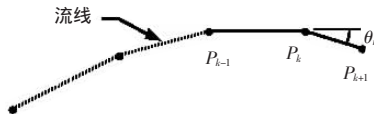


图2 流线积分过程中的自适应步长

初始的积分步长 $h_0 = \sqrt{A} / |u|$,其中 A 为流线起始点所在的三角形单元的面积, $|u|$ 为流线起始点的速度大小。

6 三角网格中的点定位

点定位是指要找出流线上的点所在的三角形单元,以便进行插值计算得到该点的油藏压力梯度值,作为下一步流线积分的初始值。在流线构造过程中,对于流线上的每一个点都要执行一次点定位算法。因此,点定位算法的效率直接关系到整个流线生成算法的效率^[6]。为了提高点定位算法的效率,采用了“翼边”数据结构,如图3所示。Delaunay三角剖分中,由于共一条边的最多只有两个三角形,三角形的数据结构中记录了三个顶点的指针以及与该三角形共某条边的相对三角形的指针,当该三角形的边位于边界上时,则将与该三角形共边界的相对三角形的指针设为NULL。采用一种基于“翼边”数据结构的方法快速判断流场空间中的一点位于哪一个三角形单元中。

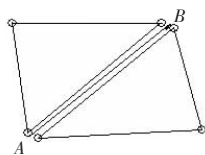


图3 “翼边”数据结构

“指南针”算法的描述如下:

输入:新得到的流线上的一点 P ,一个记录三角形单元集合的链表 TL 。

输出:包含 P 点的三角形。

(1)在 TL 上任意取一个三角形 T ,作为搜索出发点;

(2)计算 P 在 T 的面积坐标,根据计算的面积坐标的正负,可判断出点 P 与此三角形单元的位置关系:

①如果面积坐标都为正,则说明点在此三角形中,停止搜索,输出 T 结束。

②如果存在负的面积坐标,则点在此三角形外,并且可知道点在 T 的哪一条边的外面。根据邻接关系即可找到与三角形共此边的邻接三角形,并以得到的邻接三角形为出发点 T 继续搜索,即转到(2)。

假设研究的渗流场域三角剖分后由 n 个三角形单元组成。

若不加任何策略,则判断点位于哪个三角形中的算法复杂度为 $O(n)$ 。采用“指南针”算法进行快速点定位算法,在矩形区域中其最坏情况是查找对角线处的三角形,在圆形区域中的最坏情况是查找直径距离处的三角形,可见该算法效率为 $O(\sqrt{n})$ 。使用该算法可以大大加快流线的追踪速度。

7 流线生成算法及实例

在第2章中,由于已经得到了约束Delaunay三角剖分,首先给出渗流场油藏压力等值线的绘制算法。

油藏压力等值线生成算法:

输入:约束Delaunay三角剖分 TS ,需要绘制的油藏压力等值线数值。

输出:油藏压力等值线集合。

算法步骤:

(1)对于 TS 中的任意一个三角形单元 T ;

对于需要绘制油藏压力等值线的每个输入数值 P ,新建一个线段集合 ISS ,用于保存组成等值线的每个小线段;

①如果三角形 T 的三个顶点单元的油藏压力值均大于或者小于 P ,继续;

②否则,运用线性插值计算得到三角形中两条边上与 P 值相等的两个点,连接两个点作为一个新线段 S ,将 S 加入集合 ISS 的尾部。

(2)对于要绘制等值线的每个压力值 P ,将线段集合 ISS 中的小线段首尾相连,得到一个多义线集合;

(3)为了得到光滑的等值线,将每条多义线的顶点集合作为数据点,反求出三次B样条曲线的控制顶点。使用过数据点的三次B样条曲线作为油藏压力等值线。得到的等值线是 C^2 连续的。

采用上述的等值线算法,在等值线生成过程中,所有的三角形单元仅被访问一次。油藏压力等值线生成算法的复杂度是 $O(n)$ 。它与三角形单元数量成正比。

对于流线生成算法而言,首要的问题就是确定流线生成的终止条件。满足如下两个条件之一,流线跟踪就停止:

(1)流线积分到了渗流场域的边界;

(2)当前积分点的矢量值为0,即流线积分到了临界点。

渗流场流线生成算法如下:

(1)给定流线生成的种子点;

(2)对于每个种子点 P ,调用点定位算法,找出包含 P 点的三角形网格单元;

(3)while(P 点在渗流场边界内 && P 点不是临界点)

{
①插值求得 P 点处的速度矢量值;

②依据 P 点所在的网格大小以及 P 点处的速度确定积分步长;

③采用数值积分计算计算下一步的位置点 P' ;

④保存 P' 点坐标,令 $P=P'$;

⑤采用“指南针”法进行快速点定位,找出包含 P 点的三角形网格单元。

}

图4和图5是两个实例。红线代表渗流场的Delaunay三角剖分结果,蓝线代表得到的渗流场油藏压力的等值线,绿线则代表生成的渗流场流线。图4(a)和图5(a)是在平面上得到

的流线结果图。将油藏压力值放大 500 倍作为 Z 值,并将其在三维空间中显示,结果如图 4(b)和图 5(b)所示。图 4(c)和图 5(c)是将三角网格隐藏在三维空间中得到的等值线和流线图。实例表明,无论在二维空间还是三维空间中,油藏压力等值线和渗流场流线之间是彼此互相垂直的,与理论结果相符。应用该文算法产生的流线分布能够较为直观地反映出油藏流体在注采井间的运动轨迹,为优化井网和注入方案提供了重要依据。

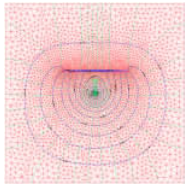


图 4(a) 平面流线等值线及三角网格图

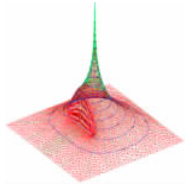


图 4(b) 将油藏压力 P 值放大 500 倍作为 Z 值,三维空间中流线等值线及三角网格图

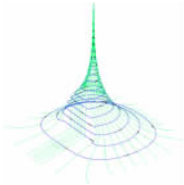


图 4(c) 三维空间中流线等值线图

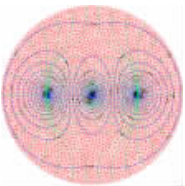


图 5(a) 平面流线等值线及三角网格图

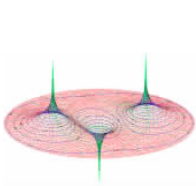


图 5(b) 将油藏压力 P 值放大 500 倍作为 Z 值,三维空间中流线等值线及三角网格图

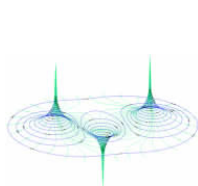


图 5(c) 三维空间中流线等值线图

8 结论

给出了基于约束 Delaunay 三角网格的流线生成算法,可以直接在物理空间上进行流线的计算。避免了物理空间和计算空间之间的转换带来的误差。提出了一种新的基于物理空间的计算渗流场压力梯度的方法,借助于“翼边”数据结构,设计了“指南针”算法加速流线的跟踪过程。实例表明,算法具有良好的时空效率,结果能够较为直观地反映出油藏流体在注采井间的运动轨迹。

由于二维空间中,任意约束条件下,都可以得到与边界一致的 Delaunay 三角网格,因此,给出的渗流场流线生成算法对于任意复杂边界的渗流场流线生成都是有效的。目前,该文算法应用成功应用于商品化软件系统中。

参考文献:

- [1] 侯健,王玉斗,陈月明.复杂边界条件下渗流场流线分布研究[J].计算力学学报,2003,20(3):335-338.
- [2] Hansen C D,Johnson C R.The visualization handbook[M].[S.I.] Elsevier-Butterworth Heinemann Press,2005.
- [3] 李海生.三维数据场可视化的带权限定 Delaunay 三角化的理论和应用研究[D].北京:北京航空航天大学,2002-07.
- [4] Isenburg M,Liu Yuan-xin,Shewchuk J et al.Streaming computation of delaunay triangulations[C]//Proceedings of SIGGRAPH 2006 ACM Transactions on Graphics July 2006,25(3):1049-1056.
- [5] Mebarki A,Alliez P,Devillers O.Farthest point seeding for efficient placement of streamlines[C]//Proc IEEE Visualization 2005,479-486.

(上接 191 页)



(a) 椭球体原线框图



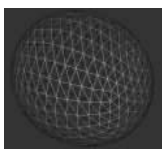
(b) 椭球体原光照图



(c) 传统 loop 细分一次的线框图



(d) 传统 loop 细分一次的光照图



(e) 三进制 loop 细分一次的线框图



(f) 三进制 loop 细分一次的光照图

图 4 细分结果对比图

6 结论

根据多分辨率分析中的三进制双正交对称插值小波的原理,提出了基于三进制的 loop 细分算法。从分析算法的几何原理可知,这种算法简单有效、实用性强。实验结果表明该算法与传统 loop 细分算法相比,具有更快的收敛速度,从而能够对模型进行更快的渲染操作。

参考文献:

- [1] 王建卫.滤波器组设计和细分算法中若干问题的研究[D].杭州:浙江大学,2004:40-69.
- [2] 廖宁,金子一,门爱东.三维子带视频编码的率失真优化码率控制[J].北京邮电大学学报,2007,30(3):79-87.
- [3] 孟辉.细分格式、插值及小波的若干问题研究[D].杭州:浙江大学,2006:21-40.
- [4] Kobbelt L. $\sqrt{3}$ Subdivision[C]//Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series,ACMSIGGRAPH New Orleans 2000:103-112.
- [5] 杜宇.基于 Boosted Cascade 算法的人脸检测和跟踪系统[J].电子科技,2006(7):67-70.
- [6] Oswald P,Schröder P.Composite primal/dual $\sqrt{3}$ subdivision schemes[J].Computer Aided Geometric Design,2003,20(2):135-164.
- [7] Cheng F,Yong J.Subdivision depth computation for catmull-clark subdivision surfaces[J].Computer-Aided Design & Applications,2006,3(1/4):485-494.
- [8] Cheng Fu-hua,Fan Feng-tao,Lai Shu-hua et al.Loop subdivision surface based progressive interpolation[J].Journal of Computer Science and Technology,2009,24(1):39-46.
- [9] Loop C.Smooth subdivision surfaces based on triangles[D].Utah:University of Utah,Department of Mathematics,1987:278-283.
- [10] 吴荣璋,曹沅.三进制四点细分算法及其性质[J].复旦学报:自然科学版,2007,46(2):168-174.