

基于 SPH 方法的溃坝流动数值模拟

马理强¹, 常建忠¹, 刘谋斌², 刘汉涛¹

(1. 中北大学 机电工程学院, 山西 太原 030051; 2 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要: 应用光滑粒子流体动力学方法对溃坝问题进行了数值模拟, 在现有 SPH 方法的理论上对密度近似方程进行了重新初始化处理, 分析了密度重新初始化对溃坝流动问题的影响, 并对 SPH 数值模拟所得到的结果与试验结果以及移动粒子半隐式方法得到的计算结果进行了比较和分析. 结果表明, 对密度近似方程进行重新初始化保持了流场内的质量守恒, 同时整个计算域内的压力分布更加规则, SPH 方法数值模拟得到的结果与实验结果和 MPS 方法得到的结果非常吻合, 验证了改进方案及所编程序的可靠性和计算结果的准确性.

关键词: 光滑粒子流体动力学; 溃坝流动; 密度修正; 数值模拟

中图分类号: TV139.231:O242.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2010)03-0065-06

溃坝流动作为一种典型的自由表面流动, 存在运动边界和复杂的大变形问题, 涉及到固体壁面或可移动边界的处理^[1]. 此类自由表面流动的数值模拟一直是计算流体力学领域的一大难题, 一般需进行特殊处理. 目前较有代表性的自由表面追踪方法有质点网格法 (particle-in-cell PIC), PIC 的改进算法——MAC 方法^[2] (marker-and-cell), C.W. Hirt 等^[3]提出的 VOF 方法 (volume-of-fluid), S. Osher 等^[4]提出的 Level Set 方法和 S. Koshizuka 等^[5]提出的移动粒子半隐式方法 (moving particle semi-implicit MPS). SPH^[6-7]是一种无网格自适应拉格朗日型粒子方法. 1994 年, J.J. Monaghan^[8]首先将 SPH 方法用于模拟弱不可压缩自由表面流动. 国内学者对 SPH 方法也进行了较多的研究, 强洪夫等^[9]将 SPH 法应用于模拟高能炸药爆轰, 毛益明等^[10]模拟了高速碰撞问题, 刘汉涛等^[11]模拟了自由表面流动问题, 徐立等^[12]模拟了一维激波管问题, 贝新源等^[13]对三维的高速碰撞问题进行了模拟, 结果表明该方法在处理一些具有大变形、运动物质交界面、可变形边界和自由表面等特殊性质的问题上具有明显的优势, 避免了拉氏方法中的网格缠结、扭曲及重划分.

近年来, SPH 方法发展迅速, 已成功应用于多个不同领域. 然而, SPH 方法仍有许多问题需进一步研究和完善, 如边界处理技术、数值压力稳定和紊流模型等^[14]. 本文在现有的 SPH 方法的理论上进行了修正, 对密度近似方程进行了重新初始化处理, 分析了密度重新初始化对溃坝流动问题的影响, 通过与试验结果^[15]以及 MPS 方法得到的结果比较, 验证了改进方案及所编程序的可靠性和计算结果的准确性.

1 光滑粒子流体动力学

在 SPH 方法中, 系统的状态用一系列的粒子来描述, 这些粒子包含着各自的材料性质, 如密度、压力、内能、速度等, 并按照守恒控制方程的规律运动. 因此, SPH 方法属纯拉格朗日形式的无网格粒子方法. 在 SPH 方法中, 任一粒子的宏观变量 $f(r)$ 都可通过支持域内一组无序点上的值表示成积分插值计算得到:

$$\langle f(r) \rangle = \int_{\Omega} f(r') W(r-r', h) dr' \quad (1)$$

式中: Ω 为支持域; h 为光滑长度; W 为光滑函数或核函数. 将式 (1) 离散可得:

收稿日期: 2009-10-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50976108); 山西省人才专项基金项目 (20060403JJ)

作者简介: 马理强 (1984-), 男, 山西长治人, 硕士研究生, 主要从事计算流体力学的无网格技术研究.

E-mail: maliqiang007@163.com

$$\langle f(r_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(r_j) W_{ij} \tag{2}$$

式中: N 为粒子总数; ρ_j 和 m_j 为粒子 j 的密度和质量; W_{ij} 为粒子 j 对粒子 i 产生影响的光滑函数. 式 (2) 表明粒子 i 处的任一函数值可通过应用光滑函数对其紧支域内所有粒子相对应的函数值进行加权平均进行近似.

光滑核函数选用 Quintic 型核函数^[16], 形式为:

$$W(r, h) = \alpha_0 \left(1 - \frac{R}{2} \right)^4 (2R + 1), \quad 0 \leq R \leq 2 \tag{3}$$

式中: $R = |r_j|/h = |r - r'|/h$; 在二维坐标下, $\alpha_0 = 7/(4\pi h^2)$.

如果光滑长度随着时间和空间的变化而变化, 则需要保持粒子间相互作用的对称性. 本文通过求解相互作用粒子对光滑长度的算术平均值得到^[17], 即 $h_{ij} = (h_i + h_j)/2$.

1.1 边界处理

对于边界或邻近边界处的粒子, 其积分形式的核近似被边界截断, 而离散形式的粒子近似支持域内粒子数不足, 故而 SPH 方法不能完全适用于整个计算区域, 需对边界条件进行处理. 本文采用 Dalrymple 动力学边界条件^[18], 自由表面边界条件按 Koshizuka 等^[19]的方法进行判断.

1.2 密度重新初始化

SPH 方法以弱可压缩流动模拟不可压缩流动, 因此必须构造合理的密度变化. 如果粒子密度近似方程不进行重新初始化处理, 由于边界粒子不足, 计算精度不够, 误差逐次传播, 将导致精度较差, 压力波动; 如果每步都进行初始化, 则导致从边界到内部的密度不变, 也即不能构造密度变化, 从而无法模拟弱可压缩流动.

本文采用移动最小二乘法, 这种方法由 Colagrosso 等^[20]成功应用于光滑粒子流体动力学. 在采用密度求和方法的同时, 周期性地将密度重新初始化. 重新初始化采用改进后的密度求和方法, 其周期为 30 个时间步长, 表达式为:

$$\rho_i^{new} = \sum_j \rho_j W_{ij}^{MLS} \frac{m_j}{\rho_j} = \sum_j m_j W_{ij}^{MLS} \tag{4}$$

修正的核函数按下式计算: $W_{ij}^{MLS} = W_j^{MLS}(r_i) = \beta(r_i) \cdot (r_i - r_j) W_j$ (5)

在二维情况下: $W_{ij}^{MLS} = [\beta_0(r_i) + \beta_x(r_i)(x_i - x_j) + \beta_z(r_i)(z_i - z_j)] W_{ij}$ (6)

$$\beta(r_i) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_x \\ \beta_z \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A = \sum_j W_j(r_i) \tilde{A}_{ij} \tag{7}$$

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & (x_i - x_j) & (z_i - z_j) \\ (x_i - x_j) & (x_i - x_j)^2 & (z_i - z_j)(x_i - x_j) \\ (z_i - z_j) & (x_i - x_j)(z_i - z_j) & (z_i - z_j)^2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

1.3 人工压缩率

本文采用 J J Monaghan 建议的人工拟压缩方法, 应用水的状态方程模拟具有自由表面的流动:

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \tag{9}$$

式中: γ 为常数, 模拟中取 $\gamma = 7$; $B = \alpha \rho_0 g H / \gamma = \rho_0 C^2 / \gamma$; α 为常数, 本文取 $\alpha = 200$; ρ_0 为水的初始密度; H 为水面高度. 根据音速公式计算得到马赫数约为 0.1, 从而保证密度变化不会超过 1%.

1.4 XSPH 修正

为了防止粒子间的穿透现象, 同时在弱可压缩流体中使粒子保持整齐, 本文采用 J J Monaghan^[8]提出的 XSPH 速度修正 Δv_i , 通过在粒子支持域内的平均速度来计算相邻的速度.

$$\langle v_i \rangle = v_i + \Delta v_i, \quad \Delta v_i = \frac{\epsilon}{2} \sum_j \frac{m_j}{\rho_{ij}} (v_j - v_i) W_{j\epsilon}, \quad \bar{\rho}_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2} \tag{10}$$

修正的速度 Δv_i 可应用于密度近似方程和位移近似方程, 不适用于动量方程中.

在 XSPH 方法中, 粒子按以下形式运动:
$$\frac{dr_i}{dt} = v_i - \epsilon \sum_j \frac{m_j}{\rho} v_j W_{ij} \quad (11)$$

式中: ϵ 为常数, 且 $0 \leq \epsilon \leq 1$. 在溃坝流动问题的数值模拟中, 取 $\epsilon = 0.5$

经上述修正后, 可得流体运动控制方程的 SPH 公式:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}, \quad \frac{dr_i}{dt} = v_i - \epsilon \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} v_j W_{ij}, \quad \frac{dv_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right] \nabla_i W_{ij} + g \quad (12)$$

式中: Π_{ij} 为人工黏性项, $\Pi_{ij} = \begin{cases} -\frac{\alpha c_{ij} \mu_{ij}}{\rho_j}, & v_{ij} r_{ij} < 0 \\ 0 & v_{ij} r_{ij} > 0 \end{cases}$, $\mu_{ij} = \frac{h v_{ij} r_{ij}}{2(r_{ij} + \eta)^2}$, $r_{ij} = r_i - r_j$, $v_{ij} = v_i - v_j$, $c_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}$, $\eta^2 =$

$0.01h^2$, c 和 v 分别表示声速和粒子的速度矢量.

2 算例及分析

2.1 添加障碍物的溃坝流动模拟

数值模拟的水坝长和高均为 25 m, 流体粒子数 $N = 2908$ 个, 其中边界粒子 408 个; 粒子初始间距为 0.5 m, 按正方形规则分布; 采用动力学边界条件; 选用 Quintic 型核函数; 采用预测-校正算法; 模型中间设一高度为 2 m, 倾角为 45° 的障碍物, 光滑长度为 0.6505 m; 时间步长为 0.00001 s. 计算中取流体密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 动力黏性系数 $\mu = 0.5 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$, 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. 密度初始化前、后模拟的溃坝流动压力分布见图 1.

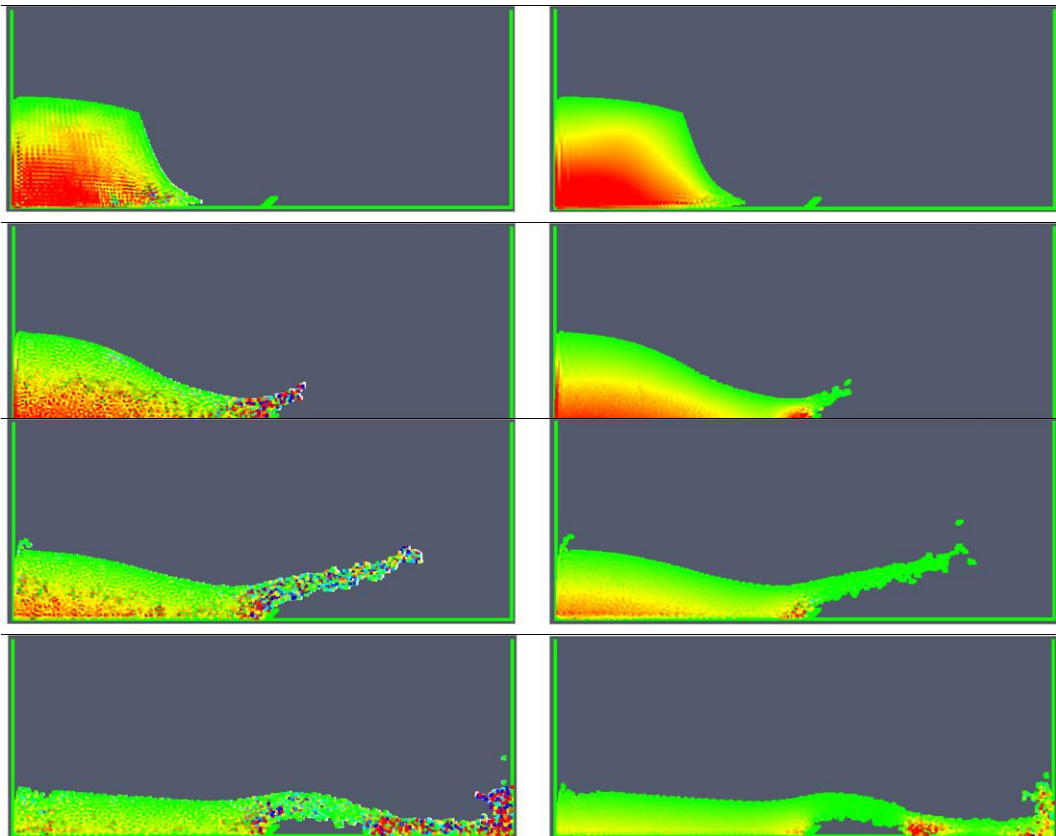


图 1 溃坝流动问题的压力分布

Fig 1 Pressure distribution of dam-break flows

图 1 中左侧图是未进行密度初始化得到的结果; 右侧图是对密度近似方程重新初始化得到的结果. 从图中可明显看出密度近似方程初始化对压力场的影响, 未采用密度初始化的模拟中, 产生了明显的压力波动, 这将使整个压力场产生振荡, 可能导致计算的停止或后面倾覆中水流的非物理破碎. 每隔 30 个时间步长对密度近似方程进行重新初始化处理, 既保证了整个流场内的质量守恒, 又使整个计算域内的压力分布更加规则.

2.2 未添加障碍物的溃坝流动模拟

模型的设置与文献 [20] 的完全相同, 粒子均匀布置于求解区域, 宽 0.146 m, 高 0.292 m; 流体粒子数 N 为 965 个, 其中边界粒子 317 个; 初始布置时相邻两粒子之间距离 0.008 m; 采用动力学边界条件; 选用 Quintic 型核函数; 采用预测-校正算法; 时间步长为 0.0001 s, 流体密度 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; 动力黏性系数 $\mu = 0.5 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$; 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. 用 SPH 方法模拟溃坝流动的 5 个具有代表性的瞬间粒子的分布见图 2, 对应的时间分别为 0.1, 0.3, 0.6, 0.8 和 1.0 s.

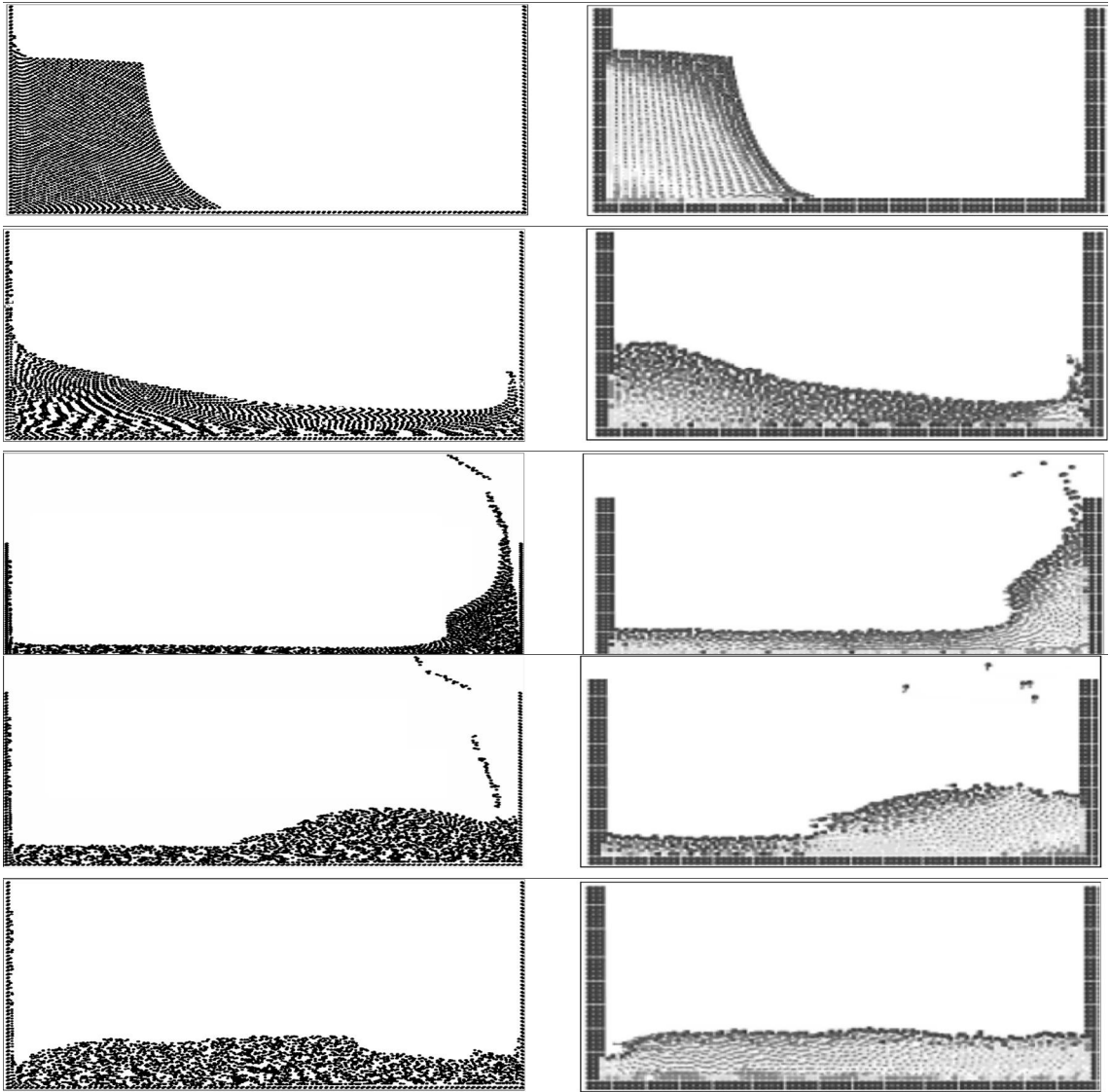


图 2 SPH 方法和 MPS 方法模拟溃坝结果比较

Fig 2 Comparison of dam-break results between SPH and MPS methods

从图 2 可见, 重力作用下, 水粒子顺次向前流动, 随着冲击波前沿的增长, 水位相应下降, 在 0.3 s 左右

与右壁面发生碰撞, 流体沿着模型的右壁面上升, 在 0.6 s 左右开始下降, 卷起的水面倾覆在下面的流体上, 随后液面波动向左壁面推进, 在 1.0 s 左右与左壁面碰撞, 之后水面处于振荡状态. 期间, 会有部分液滴由于碰撞速度较大而溅出, 溅起的液滴下落会产生飞溅现象. 与 MPS 方法得到的结果比较, 两者吻合较好.

SPH 方法模拟得到的结果与试验结果的比较见图 3 图中, t 表示正则化的时间参数, 时间应用 $\sqrt{HT_0/g}$ 正则化, HT_0 为初始的水面高度, g 为重力加速度常数, z 表示正则化的冲击波前沿 (用初始的水面高度正则化), 水粒子顺次向前流动, 且随着冲击波前沿增长, 相应的水位下降. 整个模拟过程较完整地反映了水流与壁面相互作用而产生的水花飞溅、融合、水流反弹、自由表面变化以及近壁面处水流的剧烈变形等多种复杂的物理现象, 通过与试验得到的结果比较, 吻合性较好.

3 结 语

(1) 通过对溃坝流动进行不同方案的 SPH 数值模拟, 较完整地得到了水流与壁面相互作用而产生的水花飞溅、融合、水流反弹、自由表面变化以及近壁面处水流的剧烈变形等多种复杂的物理现象;

(2) 密度近似方程的重新初始化处理对溃坝流动流体粒子分布和运动的影响较大, 每隔 30 个时间步长对密度近似方程进行重新初始化处理, 既保证了整个流场内的质量守恒, 又使整个计算域内的压力分布更加规则;

(3) 通过与试验观察结果和 MPS 方法结果的比较, 验证了改进方案以及所编程序的可靠性和计算结果的准确性.

参 考 文 献:

- [1] STANSBY P K, CHEGINIA, BARNES T C D. The initial stages of dam-break flow [J]. Fluid Mech, 1998, 374: 407-424.
- [2] HARLOW F H, WELCH J E. Numerical calculations of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface [J]. Phys Fluids, 1965, 8(12): 2182-2189.
- [3] HIRT C W, NICHOLS B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries [J]. Journal of Computational Physics, 1981, 39(1): 201-225.
- [4] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations [J]. Journal of Computational Physics, 1988, 79(1): 12-49.
- [5] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid [J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123(3): 421-434.
- [6] MONAGHAN J J. An introduction to SPH [J]. Computer Physics Communications, 1988, 48(1): 89-96.
- [7] MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics [J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1992, 30: 543-574.
- [8] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 110: 399-406.
- [9] 强洪夫, 王坤鹏, 高巍然. 基于完全变光滑长度 SPH 方法的高能炸药爆轰过程数值试验 [J]. 含能材料, 2009, 17(1): 27-31. (QIANG Hong-fu, WANG Kun-peng, GAO Wei-ran. Numerical simulation of high explosive detonation process using SPH method with fully variable smoothing lengths [J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2009, 17(1): 27-31. (in Chinese))
- [10] 毛益明, 武文远, 陈广林, 等. 高速碰撞问题的 SPH 方法模拟 [J]. 解放军理工大学学报, 2003, 4(5): 84-87. (MAO Yi-ming, WU Wen-yuan, CHEN Guang-lin, et al. Numerical simulation of high velocity impact problems with SPH method [J]. Journal of PLA University of Science and Technology, 2003, 4(5): 84-87. (in Chinese))

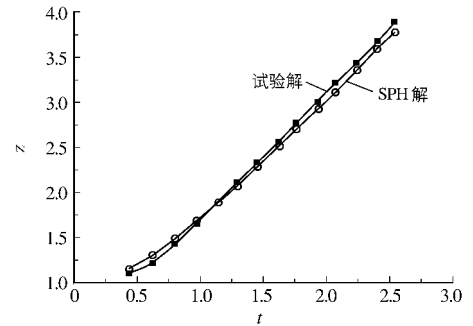


图 3 数值模拟结果与试验结果的比较

Fig 3 Comparison between numerical simulation and experiment result

- [11] 刘汉涛, 常建忠, 安康. 基于 SPH 的自由表面流动数值模拟 [J]. 水利水运工程学报, 2009(1): 81-84. (LIU Han-tao, CHANG Jian-zhong, AN Kang. Numerical modeling of free surface flows with the SPH method [J]. HydroScience and Engineering, 2009(1): 81-84. (in Chinese))
- [12] 徐立, 孙锦山. 一维激波管问题的 SPH 模拟 [J]. 计算物理, 2003, 20(2): 153-156. (XU Li, SUN Jin-shan. SPH simulation of onedimensional shock tube problems [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2003, 20(2): 153-156. (in Chinese))
- [13] 贝新源, 岳宗五. 三维 SPH 程序及其在斜高速碰撞问题的应用 [J]. 计算物理, 1997, 14(2): 155-166. (BEIX in-yuan, YUE Zong-wu. A study on 3D SPH [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 1997, 14(2): 155-166. (in Chinese))
- [14] SWEGLE J W, HICKS D L, ATTAWAY S W. Smoothed particle hydrodynamics stability analysis [J]. Journal of Computational Physics, 1995, 116: 123-134.
- [15] MARTIN J C, NOYCE W J. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane [J]. Mathematical and Physical Sciences, 1952, 244: 312-324.
- [16] WENDLAND H. Piecewise polynomial, position definite and compactly supported radial functions of minimal degree [J]. Advances in computational Mathematics, 1995, 4(1): 389-396.
- [17] BENZ W. Smooth particle hydrodynamics: a review [C] // BUCHLER J R. The Numerical Modelling of Non-Linear Stellar Pulsations. Les Arcs, France, 1989: 269-288.
- [18] MONAGHAN J J, KOSA. Solitary waves on a crenate beach [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 1999, 125(3): 145-154.
- [19] COLAGROSSI, LANDRINI. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics [J]. Journal of Computational Physics, 2003, 191: 448-475.
- [20] 席光, 项利峰. 自由表面流动的移动粒子半隐式模拟方法 [J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(3): 249-252. (XI Guang, XIANG Li-feng. Numerical simulation of fluid free surface flow using moving particle semi-implicit method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(3): 249-252. (in Chinese))

Numerical simulation of dam-break flows using SPH method

MA Li-qiang¹, CHANG Jian-zhong¹, LU Mou-bin², LU Han-tao¹

(1 School of Mechatronic Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2 Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract This paper presents the numerical simulations for dam-break problems using smoothed particle hydrodynamics (SPH) and analyzes the difference of simulation results and influence factors. Based on the existing SPH theory, the paper re-initializes the density approximate equation, analyzes the effect of dam-break flow problem by density re-initialization, and then compares the simulated results produced by SPH with the relative experiment results with the calculated results obtained from MPS (moving particle semi-implicit). The simulated results show that re-initializing density approximate equation keeps the mass conservation of flow and makes the pressure distribution more regular in computation fields. The numerical simulation results obtained from SPH are consistent with the relative experiments and the results obtained from MPS. It proves the reliability of the improved scheme with programs and the accuracy of the calculated results.

Key words smoothed particle hydrodynamics; dam-break flows; density re-initialization; numerical simulation