

圆柱涡激振动的结构 - 尾流振子耦合模型研究¹⁾

宋 芳²⁾ 林黎明 凌国灿

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

摘要 建立了一个新的结构 - 尾流振子耦合模型. 流场近尾迹动力学特征被模化为非线性阻尼振子, 采用 van der Pol 方程描述. 以控制体中结构与近尾迹流体间受力互为反作用关系来实现流固耦合. 采用该模型进行了二维结构涡激振动计算, 得到了合理的振幅随来流流速的变化规律和共振幅值, 并正确地预计了共振幅值 A_{\max}^* 随着质量阻尼参数 $(m^* + C_A)\zeta$ 的变化规律, 给出了预测 A_{\max}^* 值的拟合公式. 采用该模型计算了三维柔性结构在均匀来流和简谐波来流作用下的 VIV 响应. 结构在均匀来流作用下振动呈现由驻波向行波的变化过程, 并最终稳定为行波振动形态. 在简谐波来流作用下, 结构呈现混合振动形态, 幅值随时间呈周期变化.

关键词 涡激振动, 流固耦合, 尾流振子模型, 动力响应, 数值计算

中图分类号: O353.4 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2010)03-0357-09

引 言

涡激振动问题 (vortex-induced vibration, VIV) 是海洋工程中常见的问题. 在水流作用下, 结构尾迹中的旋涡以一定频率交替脱落, 产生周期振荡的升力, 结构在升力作用下以一定的频率和振幅振动, 这就是涡激振动. 当旋涡脱落频率和结构振动频率接近结构的固有频率时, 结构会发生共振, 又叫频率“锁定”^[1-2]. 除了频率锁定, 共振中结构的振幅和升力突然大幅增加; 结构位移与升力之间的相位由同相位转变为反相位; 流场中旋涡脱落模态发生突变, 对于圆柱结构, 一般情况下由 2S 模态 (two single vortex per cycle) 突变为 2P 模态 (two vortex pairs per cycle). 流动具有很强的非线性特征, 结构的运动增大了尾迹流场变化复杂性, 流固耦合^[3]作用导致了 VIV 问题的复杂性. 现有的研究方法中, 通过 DNS 模拟 VIV 遇到很多困难, 受计算量的限制现有大部分研究成果局限于中低 Re 数情况^[4-6], 不能满足实际工程需求.

Hartlen 等^[7]提出了最初流固耦合的尾流振子模型, 把流场近尾迹动力学用振子来模化, 采用 van der Pol 方程来描述近尾迹流场的振荡特性. 计算得到了结构共振阶段变量的突变特征. Iwan^[8]采用控

制体动量守恒的原理推出了流体振子方程, 但是由于模型中参数过多, 计算结果对参数选取有很大依赖. Krenk 等^[9]将“能流率平衡”作为流固耦合的平衡原则, 认为单位时间内从流场传递给结构的能量等于流体振子能量的缺失, 计算在定性上得到了正确的相位、振幅和频率比变化规律, 但没有得到正确的升力变化规律. Facchinetti 等^[10]在流固耦合模型中分别采用结构的位移、速度和加速度来关联并表示流体振子的受力, 作了对比计算, 认为采用结构加速度描述振子的受力最为理想. 这个模型的计算结果在定性上较好地反映了共振特征, 但在定量上与实验结果相差很大, 并缺乏合理解释. 现有的尾流振子模型在其建立方法上各有特色, 得到的计算结果均有不同程度的缺陷. 对于工程上最关心的结构共振最大振幅, 目前尚未有尾流振子耦合模型能够很好地预测, 这使尾流振子模型的应用受到了限制.

本文建立了一个新的结构 - 尾流振子耦合模型: 流固作用力与反作用力耦合模型. 将流场近尾迹动力学的非线性特征和自激励自限制的特性, 模化为一个具有非线性阻尼的振子, 采用 van der Pol 方程的形式来描述它的运动, 称为尾流振子方程.

2009-03-18 收到第 1 稿, 2009-06-10 收到修改稿.

1) 中国高技术研究发展计划 (国家 863 计划)(2006AA09Z350) 和中国科学院知识创新工程重要方向项目 (KJ CX2-YW-L02) 资助.

2) E-mail: songfang95@163.com

以控制体中结构与流体的受力互为反作用力的原理建立流固耦合作用关系, 结构振动方程和尾流振子方程的耦合求解描述了流固耦合作用过程. 采用本文模型进行了二维结构 VIV 计算, 得到了合理的共振振幅规律, 验证了模型的正确性和可用性. 在此基础上进行了三维结构 VIV 计算, 得到了正确的结构振动时间和空间演化规律.

1 流固作用力与反作用力耦合模型

1.1 二维系统耦合模型

1.1.1 结构振动方程

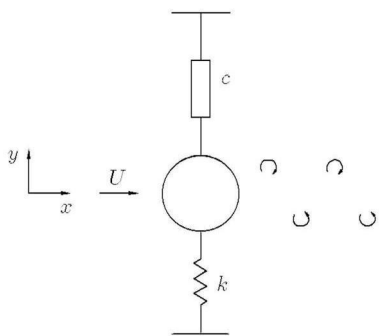
二维 VIV 耦合系统如图 1(a) 所示, 以 x 轴表示流向, y 轴表示横向, 经典的结构横向振动方程为

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = F_y \tag{1}$$

其中 m 为结构质量; c 为结构阻尼; k 为结构刚度; F_y 为结构横向受力; Y, \dot{Y} 和 \ddot{Y} 分别表示结构在横向的位移、速度和加速度, 圆点表示对时间 T 的导数. 考虑在流速为 U 的均匀来流作用下, 只沿横向运动的结构受到流向拖曳力 F_D 和横向升力 F_L , 如图 1(b) 所示. 由于结构在横向具有一定速度, 来流相对流动方向和结构的受力方向都发生偏转, 形成攻角. 定义 F_D 和 F_L 与原方向偏离的角度为 α , 则结构在横向受到的总力为 $F_y = F_L \cos \alpha + F_D \sin \alpha$. 横向振动方程为

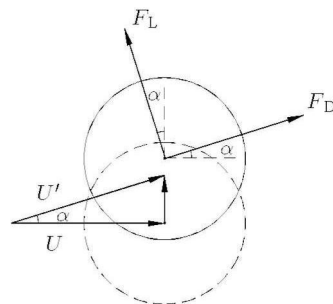
$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = F_D \sin \alpha + F_L \cos \alpha \tag{2}$$

假设当攻角 α 为较小值时, 其三角函数关系有



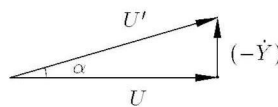
(a) 耦合系统

(a) Model of coupling system



(b) 圆柱横向受力

(b) Transverse force on cylinder



(c) 偏转角

(c) Angle

图 1 二维耦合系统受力示意图

Fig.1 Model of coupled structure and wake oscillator for 2-D VIV

$$\sin \alpha = \frac{-\dot{Y}}{\sqrt{U^2 + \dot{Y}^2}} \approx \frac{-\dot{Y}}{U} \tag{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{U}{\sqrt{U^2 + \dot{Y}^2}} \approx 1 \tag{4}$$

依据 Lighthill 的观点^[11], 结构受到的总升力 F_L 应该由两部分组成: 相当于惯性附加质量力的有势力 F_p 和由附加涡量引起的涡升力 F_v , 因此有

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = (F_v + F_p) \cos \alpha + F_D \sin \alpha \tag{5}$$

有势力在横向的分量 $F_p \cos \alpha$ 等于附加流体质量与其加速度乘积, 即有

$$F_p \cos \alpha = -C_A \frac{\pi D^2 \rho}{4} \ddot{Y} \tag{6}$$

这里, C_A 表示结构的附加质量力系数, D 为圆柱直径, 将式 (6) 代入式 (5), 得到

$$\left(m + C_A \frac{\pi D^2}{4} \rho\right) \ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = F_v \cos \alpha + F_D \sin \alpha \tag{7}$$

定义 C_D 和 C_v 分别为拖曳力系数和涡升力系数, 则 F_D 和 F_v 的表达式分别为

$$F_D = C_D \frac{\rho D}{2} U^2 \tag{8}$$

$$F_v = C_v \frac{\rho D}{2} U^2 \tag{9}$$

通常在研究中使用实验结果来选取总升力系数, 而对涡升力目前尚未有通用的表达式和经验系

数. C_v 是一个无量纲参数, Krenk 等^[9] 假设其正比于流场变量速度和来流速度之比, 此外本文假设 C_v 与无量纲的静止圆柱上旋涡脱落频率 ω_f/ω_n 具有一定的比例关系, 这里 ω_f 为来流作用下静止圆柱上旋涡脱落频率, ω_n 为结构固有频率. 实验结果表明, 在无量纲来流速度 U^* 比较小, $\omega_f/\omega_n \leq 1$ 时, 升力系数与 ω_f/ω_n 成正比; 当 U^* 较大, $\omega_f/\omega_n > 1$ 时, 升力系数与 ω_f/ω_n 成反比. 因此本文采用分段表示 C_v . 以 \dot{V} 表示流场变量速度, 则涡升力 C_v 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} C_v &= \gamma \frac{\dot{V}}{U} \\ \gamma &= \lambda \omega_f / \omega_n \quad (\omega_f / \omega_n \leq 1) \\ \gamma &= \lambda \omega_n / \omega_f \quad (\omega_n / \omega_f > 1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式 (8)~(10) 代入式 (7), 得到

$$\left(m + C_A \frac{\pi D^2 \rho}{4} \right) \ddot{Y} + \left(c + C_D \frac{\rho D U}{2} \right) \dot{Y} + k Y = \left(\frac{\rho D U}{2} \gamma \right) \dot{V} \quad (11)$$

定义总质量 $m_0 = m + C_M \frac{\pi D^2 \rho}{4}$; 质量比 $m^* = \frac{4m_0}{\pi \rho D^2}$; $\frac{c}{m_0} = 2\zeta \omega_n$, 其中 ζ 称为结构阻尼比; 结构的固有频率 $\omega_n^2 = \frac{k}{m_0}$, 式 (11) 整理为有量纲的结构振动方程

$$\ddot{Y} + \left(2\zeta \omega_n + \frac{2C_D U}{\pi D m^*} \right) \dot{Y} + \omega_n^2 Y = \frac{2U\gamma}{\pi D m^*} \dot{V} \quad (12)$$

定义无量纲变量 $y = Y/D$, $v = V/D$, 无量纲时间 $t = T\omega_f$, 得到无量纲结构振动方程

$$\ddot{y} + \left(2\zeta \omega_n + \frac{2C_D U}{\pi m^* D} \right) \frac{1}{\omega_f} \dot{y} + \frac{\omega_n^2}{\omega_f^2} y = \frac{2}{\pi m^* D} \frac{U}{\omega_f} \dot{v} \quad (13)$$

定义无量纲来流速度 $U^* = \frac{U}{f_n D} = \frac{2\pi U}{\omega_n D}$, 频率比 $\delta = \frac{\omega_n}{\omega_f}$, $\omega_f = 2\pi St \frac{U}{D}$, 无量纲结构振动方程为

$$\ddot{y} + \left(2\zeta \delta + \frac{C_D}{\pi^2 m^* St} \right) \dot{y} + \delta^2 y = \frac{\gamma}{\pi^2 m^* St} \dot{v} \quad (14)$$

1.1.2 尾流振子方程

尾流振子是一个抽象概念, 它对应着旋涡交替脱落性态的尾迹特征, 可以用一个隐含流场变量^[10] 来表示, 可以与流动横向分量的加权平均相关联, 并

对应于结构所受到升力的变化. 以无量纲变量 $v(t)$ 来表示尾流振子的运动, van der Pol 方程形式的振子振动方程^[7] 为

$$\ddot{v} + \varepsilon \omega_f (v^2 - 1) \dot{v} + \omega_f^2 v = f \quad (15)$$

其中, ε 为 van der Pol 参数, f 为无量纲振子受力. 根据流固耦合作用力与反作用力在数值上相等的原则, f 在数值上包括两部分: 一部分等于结构作用反力, 即方程 (11) 右端项; 另一部分等于流体附加质量力的反力. 尾流振子的受力为

$$F = - \left(-C_A \frac{\pi D^2 \rho}{4} \ddot{Y} + \frac{\rho D U \gamma \dot{V}}{2} \right) \quad (16)$$

式 (16) 的无量纲表达式为

$$f = \frac{F}{\rho D^3 \omega_f^2} = C_A \frac{\pi}{4} \ddot{y} - \frac{\gamma}{4\pi St} \dot{v} \quad (17)$$

则无量纲的流体振子振动方程为

$$\ddot{v} + \varepsilon \left(v^2 - 1 + \frac{\gamma}{4\pi St \varepsilon} \right) \dot{v} + v = C_A \frac{\pi}{4} \ddot{y} \quad (18)$$

1.1.3 二维耦合模型

本文的无量纲二维流固作用力反作用力耦合模型为

$$\ddot{y} + \left(2\zeta \delta + \frac{C_D}{\pi^2 m^* St} \right) \dot{y} + \delta^2 y = \frac{\gamma}{\pi^2 m^* St} \dot{v} \quad (19)$$

$$\ddot{v} + \varepsilon \left(v^2 - 1 + \frac{\gamma}{4\pi St \varepsilon} \right) \dot{v} + v = C_A \frac{\pi}{4} \ddot{y} \quad (20)$$

对于圆柱结构取 $C_A = 1.0$, 计算中取 $C_D = 1.2$, $\varepsilon = 0.3$, $\lambda = 0.8$.

1.2 三维系统耦合模型

1.2.1 结构振动方程

结构的三维 VIV 问题中, 来流和结构的运动沿展向都具有三维特征. 在流场和结构的相互作用下, 尾迹中旋涡脱落的频率、脱落涡与结构位移之间的相位沿展向有一定的变化; 流场中会产生流向涡以及其他三维效应; 结构的振动沿展向是不均匀的, 具有一定的波形; 不同展向位置的结构其振动的频率、振幅的时间历程可能会不同. 这些特征使三维 VIV 计算与二维有很大不同. 三维 VIV 问题的计算模型如图 2 所示, 以 Z 表示展向坐标, 假设结构的横向位移为时间与展向坐标的函数 $Y(Z, T)$, 考虑到张力和抗弯刚度的影响, 三维结构系统横向振动方程为

$$m \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} + c \frac{\partial Y}{\partial T} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - T_e \frac{\partial^2 Y}{\partial Z^2} = F_y \quad (21)$$

其中, E 为结构的弹性模量, I 为结构的惯性矩, EI 即为结构的抗弯刚度; T_e 为结构单位长度上受到的张力; F_y 为结构在横向受到的总力. 三维结构在流场作用下, 其展向局部范围内受到的横向总力与二维情况相同, 有 $F_y = F_L \cos \alpha + F_D \sin \alpha$, 其中 $F_L = F_v + F_p$. 攻角 α 存在下列关系

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{-\partial Y / \partial T}{\sqrt{U^2 + (\partial Y / \partial T)^2}} \approx \frac{-\partial Y / \partial T}{U} \\ \cos \alpha &= \frac{U}{\sqrt{U^2 + (\partial Y / \partial T)^2}} \approx 1 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

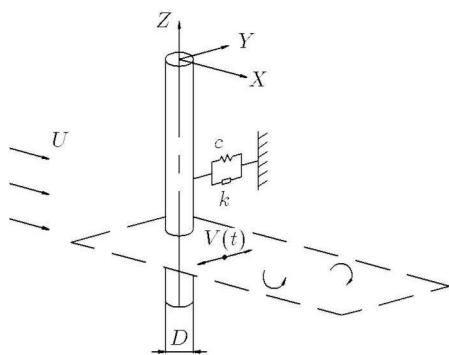


图 2 三维耦合系统型示意图

Fig.2 Model of coupled structure and wake oscillator for 3-D VIV

假设 $C_v = \gamma \frac{\partial V / \partial T}{U}$, 则三维结构振动方程为

$$\left(m + C_A \frac{\pi D^2 \rho}{4} \right) \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} + \left(c + \frac{C_D \rho D U}{2} \right) \frac{\partial Y}{\partial T} + EI \frac{\partial^4 Y}{\partial Z^4} - T_e \frac{\partial^2 Y}{\partial Z^2} = \gamma \frac{\rho D U}{2} \frac{\partial V}{\partial T} \quad (23)$$

考虑到旋涡脱落频率沿展向的不均匀变化, ω_f 是展向坐标的函数 $\omega_f(Z)$, 在展向局部有 $\frac{U}{D} = \frac{\omega_f(Z)}{2\pi St}$. 采用与二维模型相同的无量纲变量定义, 并定义展向非均匀系数 $\alpha(z) = \frac{\omega_f(z)}{\omega_f}$, 无量纲单位长度上的张力 $T'_e = \frac{T_e}{m_0 \omega_f^2 D}$, 无量纲抗弯刚度 $(EI)' = \frac{EI}{m_0 \omega_f^2 D^3}$; 无量纲的三维结构横向振动方程形式为

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\zeta\delta + \frac{\alpha C_D}{m^* \pi^2 St} \right) \frac{\partial y}{\partial t} + (EI)' \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - T'_e \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{\alpha \gamma}{m^* \pi^2 St} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (24)$$

1.2.2 尾流振子方程

Mathelin 等^[12] 提出了三维 van der Pol 振子方

程

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \omega_f(Z)(q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \omega_f^2(Z)q - \nu_d \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial Z^2} = F_d \quad (25)$$

其中, $q(Z, t)$ 为隐含振子变量, ν_d 为传播系数. 他们通过计算发现 ν_d 和共振效应耦合关系很弱, 认为在计算中可以忽略其作用, 近似地取 $\nu_d = 0$, 流体振子方程简化为

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \omega_f(Z)(q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \omega_f^2(Z)q = F_d \quad (26)$$

假设流场的三维效应依靠具有三维振动特性的结构与流场的耦合作用来体现. 设流体变量 v 是时间和展向坐标的函数 $v(z, t)$, van der Pol 方程形式的无量纲三维尾流振子方程应为

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \varepsilon \alpha \omega_f(v^2 - 1) \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha^2 \omega_f^2 v = f \quad (27)$$

尾流振子的受力与结构的受力互为反作用力, 沿结构展向的局部范围里, 流体振子受到的无量纲作用力为

$$f = C_A \frac{\pi}{4} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\gamma}{4\pi St} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (28)$$

因此无量纲三维尾流振子方程为

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \varepsilon \alpha \left(v^2 - 1 + \frac{\gamma}{4\pi St \varepsilon} \right) \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha^2 v = C_A \frac{\pi}{4} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (29)$$

1.2.3 三维耦合模型

本文的无量纲三维流固作用力反作用力耦合模型为

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\zeta\delta + \frac{C_D}{m^* \pi^2 St} \right) \frac{\partial y}{\partial t} + (EI)' \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - T'_e \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{\gamma}{m^* \pi^2 St} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \varepsilon \alpha \left(v^2 - 1 + \frac{\gamma}{4\pi St \varepsilon} \right) \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha^2 v = C_A \frac{\pi}{4} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (31)$$

计算中取 $C_A = 1.0$, $C_D = 1.2$, $\varepsilon = 0.3$, $\lambda = 0.8$, α 视来流的不同情况而定.

2 二维结构 VIV 共振振幅计算

采用本文二维计算模型, 时间上采用二阶精度中心差分格式进行数值迭代求解, 时间步长 $\Delta t = 0.02$. 采用结构无量纲振动幅值 $A^* = Y/D$ 作为考察变量.

图 3 所示为采用本文模型计算 $(m^* + C_A)\zeta = 0.018$ 结构的振幅 A^* 随来流流速 U^* 的变化规律. 图中 $U^* = 4.0 \sim 5.5$ 时结构发生共振, 共振振幅

$A_{max}^* = 0.91$. 而同参数实验 [13] 测得 $A_{max}^* = 0.95$, 共振发生在 $U^* = 4.0 \sim 6.0$ 区间内. 本文模型的预测结果, 正确地反映了共振变化规律, 与实际现象吻合, 与实验结果定量上非常接近.

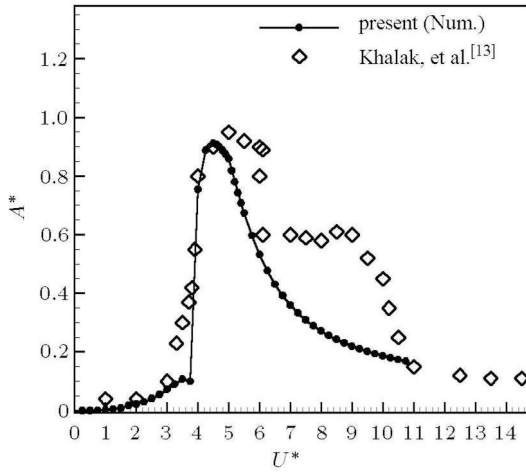


图 3 圆柱振幅随来流流速变化规律

Fig.3 Peak value of cylinder vibration versus reduced velocity

为了考察结构 A_{max}^* 随质量阻尼参数 $(m^* + C_A)\zeta$ 的变化规律, 选择了 21 个 $(m^* + C_A)\zeta$ 值, 计算其发生共振时的最大振幅, 得到如图 4 所示的结果. 一般来说 $\zeta \sim O(10^{-3})$, 因此分别取 $\zeta_1 = 1 \times 10^{-3}$ 和 $\zeta_2 = 9 \times 10^{-3}$, 对应 42 组 m^* 和 ζ 组合. 图 4 给出对应于某一个 $(m^* + C_A)\zeta$ 值的结构在共振中 A_{max}^* 的最大值 (\blacktriangle) 和最小值 (\blacksquare), (\circ) 为若干实验结果 [2]

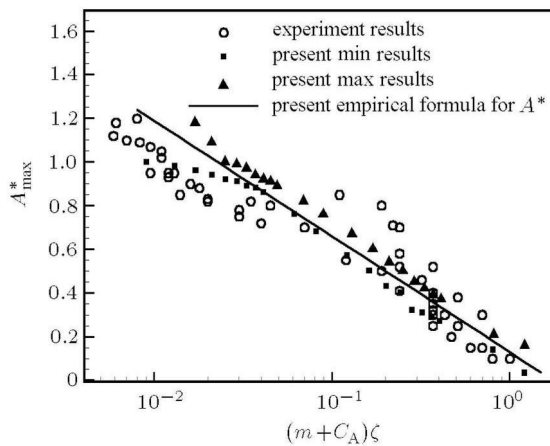


图 4 最大振幅随质量阻尼参数的变化规律

Fig.4 Peak value data versus mass-damping parameter

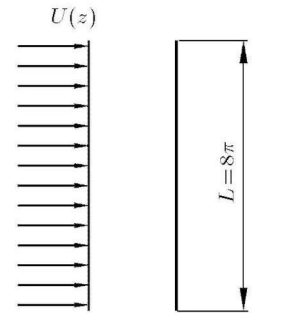
的综合. 采用本文模型预测的已知 $(m^* + C_A)\zeta$ 参数结构的 A_{max}^* 值区间, 与实验结果接近, 并且正确地反映了 A_{max}^* 随着 $(m^* + C_A)\zeta$ 的增大而减小的规律. 基于这些结果, 给出 A_{max}^* 与 $(m^* + C_A)\zeta$ 的关

系拟合式 (32), 其曲线如图 4 中实线所示.

$$A_{max}^* = 0.13 - 0.23 \ln[(m^* + C_A)\zeta] \quad (32)$$

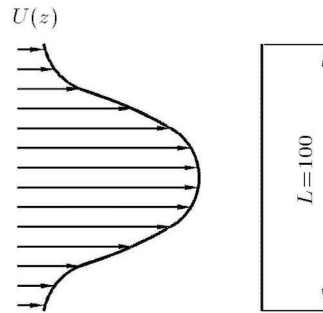
3 三维柔性结构 VIV 计算

柔性结构在海洋工程中很常见, 例如锚缆、长细比较大的杆结构. 采用三维流固作用力与反作用力耦合模型计算了均匀来流和简谐波形来流作用下三维柔性结构 VIV 响应, 来流形式如图 5 所示. 计算中在时间和空间上均采用二阶精度中心差分格式离散方程后迭代求解, 无量纲时间步长 $\Delta t = 0.01$, 沿展向无量纲空间步长 $\Delta z = 0.1$, 边界条件和初始条件因来流而有所不同.



(a) 均匀流

(a) Uniform flow



(b) 简谐波形来流

(b) Sinusoidal shape flow

图 5 均匀来流与简谐波形来流示意图

Fig.5 Configurations of flow on cylinder

3.1 均匀来流作用下三维结构 VIV 计算

均匀来流 $U^* = 1.0$, 无量纲计算长度 8π , 结构无量纲质量 $m^* = 2.273$, 无量纲抗弯刚度 $(EI)' = 0$, 无量纲张力 $T'_e = 16$. 在展向空间上采用周期性边界条件, 即有 $y(z = 0) = y(z = L)$. 初始时刻有 $y = 0$, 以及 $\partial y / \partial t = 0$. 对于尾迹变量 v , 在其上施加一

个波数的扰动 $v = 2 \times 10^{-3} \sin(2\pi z/L)$, 而上一时刻 $v = 1 \times 10^{-3}$, 并且 $\partial v/\partial t = 0$. 计算得到沿展向的结

构位移 $y(z, t)$ 时间历程和振幅时间均方根值 A_{RMS}^* 如图 6 所示.

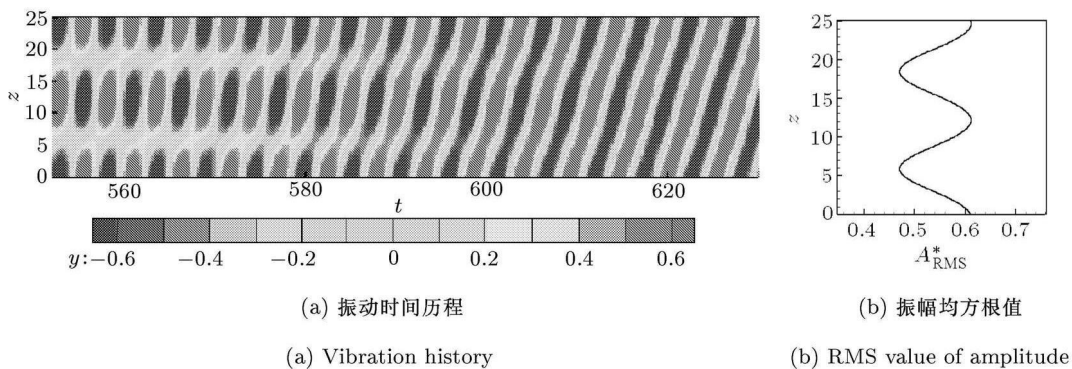


图 6 均匀来流作用下柔性结构三维涡激振动

Fig.6 Vibration of 3-D slender structure under uniform flow (by present model)

图 6(a) 中, 计算结果得到了沿展向结构振动形态随时间增长由驻波变成行波的过程. 在振动初期 ($t < 580$), 计算域内的结构保持驻波振动形态, 结构沿展向有两个波节和两个波腹, 结构沿展向各个位置振幅不等, 且幅值不随时间而变化. 此时流固耦合的三维效应没有充分体现, 沿展向流体动能基本不变, 旋涡脱落的频率相等, 但相位具有一定波形. 因此来流激发的结构振动沿展向具有波形, 结构局部吸收的动能维持一定的振幅, 能量不沿结构展向传递, 只在波节与波腹间来回转移, 形成了驻波振动. 因为没有限制边界的位移, 结构上波腹和波节的位置是随机的.

随着时间延续, 结构振动对流场产生的扰动和流场本身的三维效应使驻波振动形态被打破, 渐渐形成行波振动. 图 6(a) 中 $t = 620$ 附近, 结构基本形成了稳定的行波振动形态. 振动波形自下向上传播, 贯穿结构整体, 各处振幅变化规律相同. 能量沿展向传递是行波振动的特点. 对于结构来说, 行波振动成为一种新的稳定状态.

图 6(b) 中具有周期性边界条件的结构沿展向呈 1 个波数的振动形态, 体现了结构 VIV 的三维特征. 计算得到结构最大负位移 -0.96 , 最大正位移 0.96 .

Newman 等^[4] 采用 DNS 方法计算均匀来流作用下的柔性结构三维 VIV 问题, 得到了与本文一致的结论, 其计算结果如图 7 所示. Newman 等认为相比于驻波, 行波振动是一种更稳定的状态, 一般来

说, 结构倾向于过渡到行波振动状态并保持稳定^[4]. 行波振动说明了 VIV 的三维特性, 即有能量传递, 又有波形传递.

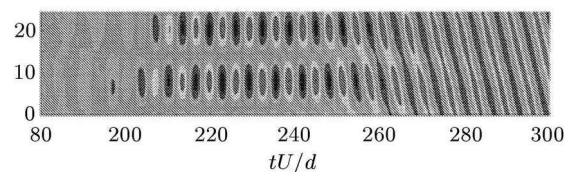


图 7 均匀来流作用下三维圆柱 VIV 的 DNS 计算结果^[4]

Fig.7 Vibration of 3-D slender structure under uniform flow^[4]

3.2 简谐波来流作用下三维结构 VIV 计算

无量纲计算长度 100, 结构无量纲质量 $m^* = 2.273$, 无量纲抗弯刚度 $(EI)' = 0$, 无量纲张力 $T_e' = 9$. 来流速度 $U^*(z) = 1.5 - 0.5 \cos(2\pi z/L)$, 如图 5(b) 所示. 在展向空间上采用周期性边界条件, 即有 $y(z = 0) = y(z = L)$. 初始时刻 $y = 0$, $\partial y/\partial t = 0$. 对于尾迹变量 v , 其上施加一个初始扰动 $v = -2 \times 10^{-3} \cos(2\pi z/L)$, 而上一时刻有 $v = 1 \times 10^{-3}$, 并且 $\partial v/\partial t = 0$. 计算得到的结构 VIV 时间历程和振幅时间均方根值 A_{RMS}^* 的结果如图 8 所示.

图 8(b) 中, 由 1 个波数初始扰动的简谐波来流激发结构产生了 10 个波数的振动形态. 计算得到

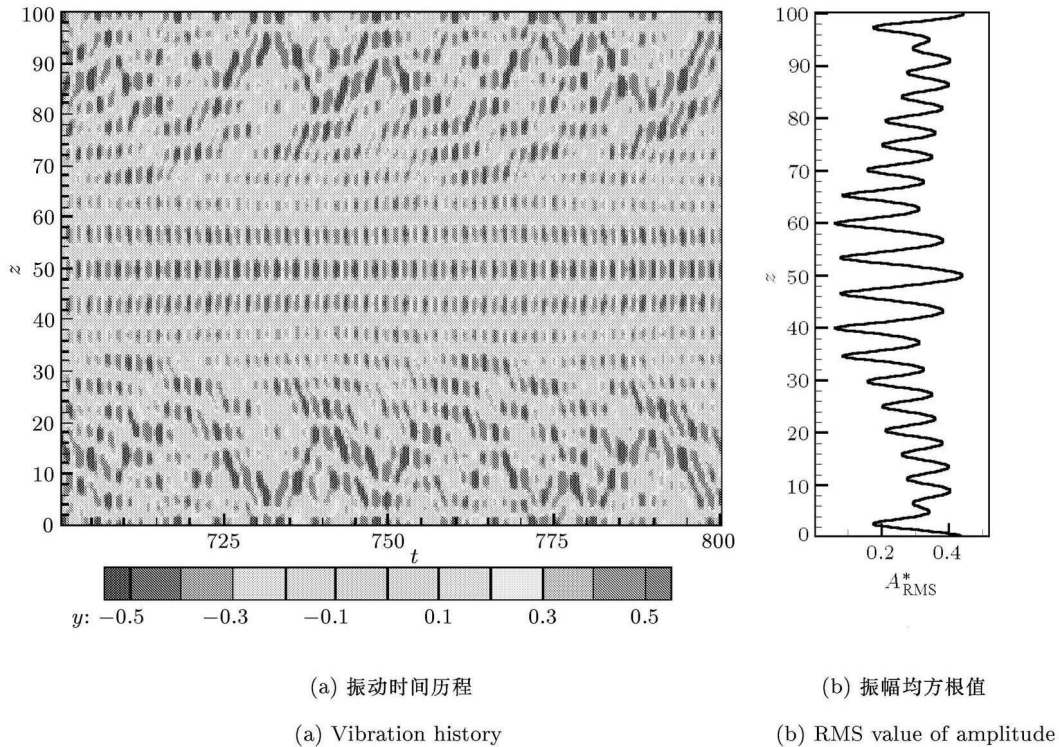


图 8 简谐波形来流作用下结构三维涡激振动

Fig.8 Vibration of 3-D slender structure under non-uniform flow whose profile is sinusoidal (by present model)

结构最大负位移为 -0.99 ，最大正位移为 1.05 。图 8(a) 中，计算得到的结构振动呈现混合模态。结构的中间部分 ($z = 30 \sim 70$) 始终以驻波状态振动，其中以中央位置 ($z = 48 \sim 52$) 范围内的波腹振幅最大，向两侧依次递减，驻波区间覆盖了 2.5 个波长的区间。在驻波振动区域内，结构振幅随时间没有明显变化。驻波振动区域之外，结构呈现类似于行波振动的倾斜条纹图案，但条纹只在局部形成，总体来说仍属于离散的椭圆图形，与驻波振动近似，称之为拟驻波振动形态。在拟驻波振动区域里，结构振幅随时间和空间位置均呈现周期性变化。图 8(a) 中 $z = 70 \sim 100$ 范围里，结构的振幅随时间周期变化。空间上，两端拟驻波振动区域的最大振幅大于中间驻波振动区域，这一点与 Violette 等^[14] 的计算结果相吻合。本文模型计算得到的振动形态与 DNS 计算结果^[4] 和其他模型计算结果^[14] 一致，如图 9 所示。

简谐波形来流作用下结构振幅沿展向的不均匀性与来流流速变化率有密切关系。结构的中央部分处于简谐波形来流极值作用的区域，流速沿展向变化率小，在局部可以近似看作均匀来流。由于流速较大，旋涡脱落频率较高，结构从流场中吸收的能

量较大，流场中三维扰动因素的作用效果不明显，结构能够一直保持驻波振动形态。在两侧拟驻波振动区域里，结构在小范围内可以被近似地认为受到均匀流作用形成驻波振动形态，但是这一区域沿展向来流变化率较大，使结构动能和振动频率沿展向分布不均匀，产生能量传递，因此其驻波振动有类似行波的特点。由于结构周期振动和来流不均匀的共同作用导致能量沿结构展向传播，拟驻波振动区域里的局部振幅表现为随时间和空间周期性变化。

简谐波形来流作用下，中央区域来流流速最大，两端最小，导致旋涡脱落的频率中间最高，两端最低，从而导致结构振动频率沿展向非均匀。图 8(a) 中，计算时间 700~800 时段内， $z = 50$ 附近结构平均振动周期为 3.03 s，而 $z = 100$ 附近结构平均振动周期为 4.76 s。

结构的振动波形、振幅和频率沿展向的变化，是来流不均匀性和流场三维效应作用的结果。来流的不均匀导致沿结构展向雷诺数、旋涡脱落频率和展向涡量呈非均匀分布，展向涡脱落的位置各有不同；流场的三维不稳定性还包括流向涡量和垂向涡量的作用。这些因素综合决定了结构振动在空间和时间上变化特点。

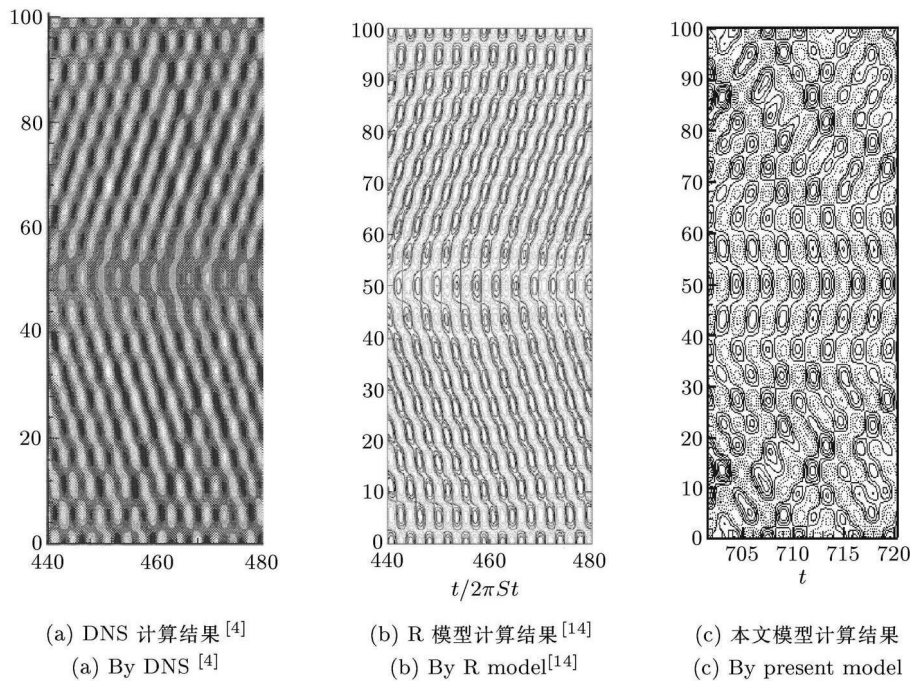


图 9 不同方法计算简谐波形来流作用下三维结构 VIV 时间历程

Fig.9 Vibration of 3-D slender structure under non-uniform flow whose profile is sinusoidal

4 结 论

本文建立了流固作用力与反作用力耦合模型, 采用 van der Pol 方程描述流场近尾迹动力学, 并与结构振动方程耦合, 平衡关系为以控制体中结构的受力与流体的受力互为反作用力, 方程组的耦合求解描述了流固耦合作用过程. 采用本文模型进行了二维和三维结构 VIV 计算, 验证了模型的正确性和可用性.

二维结构 VIV 计算中, 得到了正确的单一结构共振变化规律和与实验结果非常接近的共振幅值. 此外综合多个结构的计算结果得到最大振幅 A_{\max}^* 随着质量阻尼参数 $(m^* + C_A)\zeta$ 的增大而减小的规律, 并给出了预测 A_{\max}^* 值的拟合公式: $A_{\max}^* = 0.13 - 0.23 \ln[(m^* + C_A)\zeta]$.

三维柔性结构 VIV 计算中, 均匀来流作用下结构振动形态由驻波向行波转化并达到稳定状态, 这与 DNS 计算结论一致. 行波振动说明结构在展向有能量和波形的传播, 体现了 VIV 的三维效应. 在简谐波形来流作用下, 由于来流沿展向流速变化率不均匀, 结构呈现混合振动形态, 中间呈驻波振动而两侧呈拟驻波振动, 幅值在时间上呈周期变化. 结构振动频率在空间上因流速而不同.

尾流振子模型在计算上有不可比拟的优势, 在定性上能够获得与物理现象一致的变化规律, 定量

上预测与实验结果接近, 说明这是一个有价值的发展方向. 计算结果证明本文建立的流固作用力与反作用力耦合模型是一个比较理想的计算模型, 结合更多的计算结果, 可以对实际工程给出指导建议.

参 考 文 献

- 1 Sarpkaya T. Vortex-induced oscillations. *ASME J Appl*, 1979, 46: 241-258
- 2 Williamson CHK, Govardhan R. Vortex-induced vibrations. *Annu Rev Fluid Mech*, 2004, 36: 413-455
- 3 邢景棠, 周盛, 崔尔杰. 流固耦合力学概述. *力学进展*, 1997, 27(1): 19-38 (Xing Jingtang, Zhou Sheng, Cui Erjie. A survey on the fluid-solid interaction mechanics. *Advances in Mechanics*, 1997, 27(1): 19-38 (in Chinese))
- 4 Newman DJ, Karniadakis GEM. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *J Fluid Mech*, 1997, 344: 95~136
- 5 张宇飞, 肖志祥, 符松. 流向强迫振荡圆柱绕流的涡脱落模态分析. *力学学报*, 2007, 39(3): 408-416 (Zhang Yufei, Xiao Zhixiang, Fu Song. Analysis of vortex shedding modes of an in-line oscillating circular cylinder in uniform flow. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(3): 408-416 (in Chinese))
- 6 陈文曲, 任安禄, 李广望. 串列双圆柱绕流下游圆柱两自由度涡致振动研究. *力学学报*, 2004, 36(6): 732-738 (Chen Wenqu, Ren Anlu, Li Guangwang. The numerical study of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of the downstream cylinder in tandem arrangement. *Acta Mechanica Sinica*, 2004, 36(6): 732-738 (in Chinese))

- 7 Hartlen RT, Currie. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 1970, 96: 577-591
- 8 Iwan WD. The vortex induced oscillation of elastic structure elements. *Journal of Engineering for Industry*, 1975, 97: 1378-1382
- 9 Krenk S, Nielsen SRK. Energy balanced double oscillator model for vortex-induced vibrations. *Journal of Engineering Mechanics*, 1999, 125: 263-271
- 10 Facchinetti ML, de Langre E, Biolley F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 18: 123-140
- 11 Govardhan R, Williamson CHK. Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 420: 85-130
- 12 Mathelin L, de Langre E. Vortex-induced vibrations and waves under shear flow with a wake oscillator model. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2005, 24: 478-490
- 13 Khalak A, Williamson CHK. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. *Journal of Fluids and Structures*, 1999, 13: 813-851
- 14 Violette R, de Langre E, Szydowski J. Computation of vortex-induced vibrations of long structures using a wake oscillator model: comparison with DNS and experiments. *Computers and Structures*, 2007, 85: 1134-1141

(责任编辑: 刘俊丽)

THE STUDY OF VORTEX-INDUCED VIBRATIONS BY COMPUTATION USING COUPLING MODEL OF STRUCTURE AND WAKE OSCILLATOR¹⁾

Song Fang²⁾ Lin Liming Ling Guocan

(The State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract A new model of coupling structure and wake oscillator in vortex-induced vibration (VIV) is established. It is based on force balance between structure and near wake flow. The nonlinear near wake vortex dynamics is modeled by a nonlinear oscillator satisfied the Van der pol equation. According to the study of 2-DVIV, the coupling model describes the features of response versus reduced velocity qualitatively and quantitatively. These results prove that the peak amplitude of structure A_{\max}^* decreases as the mass-damping $(m^* + C_A)\zeta$ increases. An empirical formula on A_{\max}^* versus $(m^* + C_A)\zeta$ is obtained based on these results. The present 3-D coupling model is employed in the study of 3-D VIV of flexible slender cylinder. Dynamic response behavior of uniform flow presents a change from standing wave to traveling wave. Under non-uniform flow whose profile is sinusoidal, the structure vibration is a combination of standing and traveling waves along the span. These results are similar with those from direct numerical simulation (DNS), and some other previous results.

Key words vortex-induced vibration (VIV), interaction between structure and fluid, coupling model of structure and wake oscillator, dynamics response, numerical computation

Received 18 March 2009, revised 10 June 2009.

1) The project supported by the National High Technology and Development Program of China (2006AA09Z350) and the CAS Innovation Program (KJCX2-YW-L02)

2) E-mail: songfang95@163.com