

基于连续介质力学的块体单元离散弹簧法研究

冯春¹, 李世海¹, 姚再兴^{1, 2}

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 2. 辽宁工程技术大学力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 提出一种基于连续介质力学的块体单元离散弹簧法, 并将其应用于地质体渐进破坏过程的数值模拟研究。该方法以连续介质力学的基本理论为基础, 以八节点正六面体单元为离散对象, 根据有限元的形函数理论及正六面体单元刚度矩阵的具体表达式, 将正六面体单元离散成为 12 根棱弹簧, 并推导各弹簧的弹簧力计算公式, 给出各弹簧的弹簧力分量的物理意义、对应的弹簧刚度及相关联的位移。在弹性部分的计算结果与传统的有限元计算结果一致的基础上, 在弹簧中引入 Mohr-Coulomb 准则及拉伸破坏准则, 进行弹簧破坏的判断。如果块体内的弹簧全部断裂, 便将其视为散体。在判断破坏时采用双重判断模式, 块体单元的判断主要用于选取弹簧潜在的破坏面, 离散弹簧的判断用于计算弹簧上的真实弹簧力。最后, 通过相关算例验证引入破坏准则后所得计算结果的合理性。块体单元离散弹簧法的实质是通过 12 根离散弹簧将单元转化为结构, 因此可以通过分析各弹簧的断裂情况研究块体的内部破坏特征, 更可以通过各弹簧的先后断裂过程来研究地质体的渐进破坏过程。

关键词: 数值计算; 地质体; 连续介质力学; 弹簧刚度; 渐进破坏

中图分类号: O 241

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2010)增 1 - 2690 - 15

STUDY OF BLOCK-DISCRETE-SPRING METHOD BASED ON CONTINUUM MECHANICS

FENG Chun¹, LI Shihai¹, YAO Zaixing^{1, 2}

(1. *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*; 2. *School of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China*)

Abstract: A block-discrete-spring method based on continuum mechanics is presented and this method would be applied to simulate the progressive failure of geological body. The theoretical basis of this approach is continuum mechanics and the discrete object is regular hexahedron with 8 nodes. According to shape function theory of FEM and element stiffness matrix of regular hexahedron, 12 edge springs are obtained, and the formula, spring stiffness, related displacement and physical meaning of each spring are presented. The elastic result achieved with this method is the same as that of traditional FEM, and on this basis, Mohr-Coulomb criterion and tensile criterion are introduced to calculate the failure of spring. If all springs in the block are broken, the block is treated as particles. Double judgement model is adopted to estimate the failure of block. The purpose of block failure judgement is to choose the potential failure plane for springs, while spring failure judgement is used to calculate the real spring force. Finally, the rationality of the failure result calculated by block-discrete-spring method is approved by some cases. The essence of block-discrete-spring method is to transfer the element of the traditional FEM to structure

收稿日期: 2009 - 03 - 04; **修回日期:** 2009 - 05 - 31

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10632100); 中国科学院重要方向性项目(KJ9X2 - YW - L01); 中国科学院西部计划项目(KZCX2 - XB2 - 18)

作者简介: 冯春(1982 -), 男, 2006年毕业于北京科技大学土木工程专业, 现为研究实习员, 主要从事岩土工程监测及数值模拟等方面的研究工作。
fengchun@imech.ac.cn

according to the 12 springs, by which, the inner failure character of block and the progressive failure process of geological body could be studied by analyzing the failure of springs.

Key words: numerical calculation; geological body; continuum mechanics; spring stiffness; progressive failure

1 引言

地质体的破坏是从连续体到非连续体,最后到散体的渐进破坏过程^[1, 2]。研究地质体的这一破坏过程是探索地质灾害的形成机制、防治措施及预报预警的主要途径。由于地质体的复杂性、非均匀性及不可复制性,数值模拟成为了地质体破坏规律研究的主要手段。

传统的数值计算方法往往只适用于计算地质体的某一特定状态,如有限元方法及有限差分方法较适用于计算连续体,块体离散元法较适用于计算非连续体,颗粒离散元法较适用于计算散体。

有限元方法及有限差分方法的基础是连续介质力学,它的优势在于模拟材料的连续变形及塑性破坏,因此比较适合模拟土体等塑性性质比较明显的材料^[3, 4]。虽然通过界面单元(如 Goodman 单元等)在一定程度上可以实现连续体向非连续体的过渡(如 FLAC^{3D} 中用该单元模拟节理、断层等非连续面),但这些界面单元都是预设的,无法实现单元内部的断裂,当非连续面较多而且存在较大的刚体位移时,用这种方法在计算精度上难以保证,而且计算耗时很大。

块体离散元法将块体视为刚体或可变形体,块体与块体之间用弹簧连接,通过弹簧的断裂实现块体的断裂,该方法可较精确地模拟块体的破坏及刚体运动,在计算大位移及非线性时也不用花费额外的计算时间,但该方法仍只能沿块体接触面破坏^[5-7],无法实现块体的内部破坏,也即无法实现由非连续体到散体的过程。可变形块体离散元虽然可以通过连续介质力学的方式在块体中引入塑性准则,从而在一定程度上实现块体的内部破坏,但无法明确块体的破裂方向及破裂程度,不能实现块体内部的真正断裂。

颗粒离散元法将材料细化为颗粒,颗粒与颗粒之间用弹簧连接,因此可以模拟微观尺度下材料的力学行为^[8],也可方便地实现材料的内部破坏过程。

但由于计算规模的限制,颗粒的尺寸无法达到真实的尺度,因此在模拟连续介质时需对颗粒间的接触弹簧进行复杂的标定^[9],且无法准确模拟地质体在未破坏时的位移场及应力场。

因此,寻找一种能够有效模拟地质体渐进破坏过程的数值方法便显得尤为必要。本文基于连续介质力学的基本理论,提出了块体单元离散弹簧法,将块体离散成为一系列弹簧的集合,通过弹簧的断裂,来实现地质体由连续体到非连续体、最后到散体的整个过程。

在将块体离散成为弹簧的过程中,国内外的专家学者已做了许多的工作。K. N. Li 等^[10, 11]为了计算杆件在变轴力及双向弯曲应力耦合作用下的动态响应,提出了一种基于简化纤维模型的多弹簧单元模型;陈以一等^[12, 13]将块体单元离散为法向弹簧、切向弹簧及扭转弹簧,并提出了考虑剪切弹性变形影响的塑性区段多弹簧模型;刘晓平等^[14, 15]提出了基于材料原子键模型的链网模型,并根据等效方法求出节点间的弹簧刚度,进而将块体单元离散为一系列弹簧束;S. H. Li 等^[16]根据有限元的刚度矩阵分析得出离散弹簧的刚度及方向,从而将块体离散成为弹簧;魏怀鹏等^[17]通过求取单元刚度矩阵的特征值,给出了各离散弹簧刚度的解析表达式,并研究了立方体八节点单元中离散弹簧的性质,得到棱弹簧、面对角线弹簧以及体对角线弹簧的刚度和方向表达式,给出了这些弹簧的刚度以及方向与泊松比的关系图。

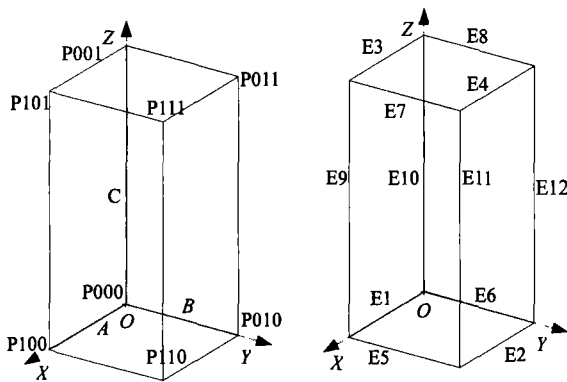
上述将块体离散成为弹簧的方法虽然能在一定程度上模拟连续介质的力学特性,但其弹簧刚度的物理意义并不明确,泊松效应也无法得到准确刻画,且与传统有限元的计算结果存在一定的差距。

因此,本文以连续介质力学的基本理论为基础,以八节点正六面体单元为离散对象,根据有限元的形函数理论及正六面体单元刚度矩阵的具体表达式,将正六面体单元离散成为 12 根棱弹簧,并在弹簧中引入 Mohr-Coulomb 准则及拉伸破坏准则,进行弹簧破坏的计算。

本文所述块体单元离散弹簧法中的块体已经不再是单纯意义上的有限元(离散元)单元,而是一种由12根离散弹簧组成的结构。因此,可以通过分析弹簧的断裂情况研究块体的内部破坏特征(如破坏方向、破坏程度等),更可以通过离散弹簧的逐渐断裂研究地质体的渐进破坏过程。

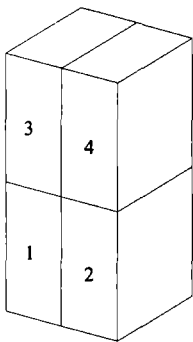
2 块体单元的离散

设正六面体(见图1(a), (b))的长、宽、高分别为 A, B, C , 三组棱分别平行于 X, Y 及 Z 轴, 8个顶点的坐标分别为 $P000(0, 0, 0), P100(A, 0, 0),$

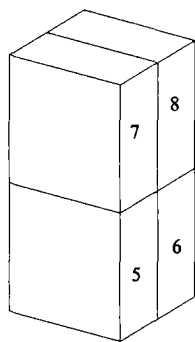


(a) 正六面体的节点编号

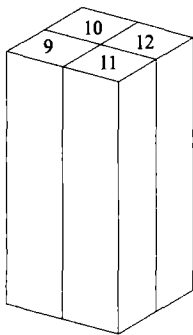
(b) 正六面体的棱编号



(c) 沿着 X 方向剖分



(d) 沿着 Y 方向剖分



(e) 沿着 Z 方向剖分

图1 正六面体的编号及剖分

Fig.1 Number and division of regular hex

$P101(A, 0, C), P001(0, 0, C), P010(0, B, 0), P110(A, B, 0), P111(A, B, C)$ 及 $P011(0, B, C),$ 12条棱的编号分别为 $E1 \sim 12$ 。

过体心且垂直于坐标轴 Y 的平面和过体心且垂直于坐标轴 Z 的平面可将上述正六面体单元剖分成4个子六面体单元(见图1(c)), 同理可以得到另外两种剖分形式(见图1(d), (e))。

每种剖分形式只考虑剖分方向的轴向力及其他2个方向的切向力, 即将每个子六面体理想化为弹簧。以子六面体1为例(见图2), 其轴力 F_{x1} 沿着 X 方向, 2个切向力 F_{y1}, F_{z1} 分别沿着 Y 方向及 Z 方向。连接子六面体1垂直于 X 轴的2个面的面心, 可构成一个等效弹簧。同理, 图1(a), (b)所示的正六面体可以离散成为12根等效弹簧(见图3), $S1 \sim 12$ 为12根弹簧的编号。

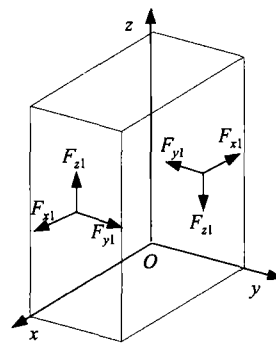


图2 子六面体1考虑的3种力

Fig.2 Three forces in sub-hex 1

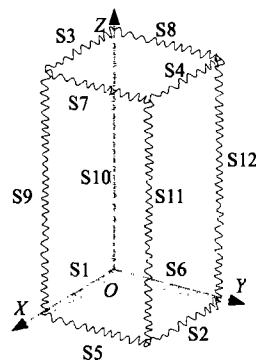


图3 正六面体离散得到的12根等效弹簧

Fig.3 Twelve discrete springs obtained from regular hex

3 等效弹簧力的计算

根据弹性力学的本构方程(式(1))及几何方程(式(2)), 以子六面体1为例, 计算等效弹簧的轴力及切向力, 可得式(3)。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left[\varepsilon_x + \frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \\ \sigma_y &= \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left[\varepsilon_y + \frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_z) \right] \\ \sigma_z &= \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left[\varepsilon_z + \frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{xy} \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

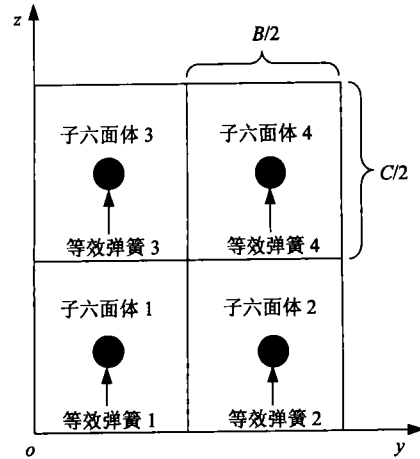


图 4 等效弹簧
Fig.4 Equivalent springs

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= S\sigma_x = \frac{BC}{4} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{1-\mu} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\ F_{y1} &= S\tau_{xy} = \frac{BC}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ F_{z1} &= S\tau_{zx} = \frac{BC}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别为 x, y, z 方向的正应力; $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 分别为 xy, yz, zx 平面内的剪应力; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 分别为 x, y, z 方向的正应变; $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ 分别为 xy, yz, zx 平面内的剪应变; u, v, w 分别为 x, y, z 三个方向的位移; E 为弹性模量; μ 为泊松比; S 为截面积。

由于等效弹簧 1 的轴线在子六面体 1 的中心, 如图 4 所示。则在计算等效弹簧 1 的轴向位移及切

向位移(拉伸位移为正, 压缩位移为负)时需通过节点位移差进行加权平均, 如式(4)所示。其中, α_{kij} ($k=0\sim 6, i=0, 1, j=0, 1$) 表示加权系数, $u_{p000} \sim u_{p111}, v_{p000} \sim v_{p111}, w_{p000} \sim w_{p111}$ 分别表示节点 X, Y, Z 方向的位移。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{0ij} (u_{p1ij} - u_{p0ij})}{A} \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{1ij} (v_{p1j} - v_{p0j})}{B} \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{2ij} (w_{p1j} - w_{p0j})}{C} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{3ij} (u_{p1j} - u_{p0j})}{B} \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{4ij} (v_{p1ij} - v_{p0ij})}{A} \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{5ij} (u_{p1j} - u_{p0j})}{C} \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \alpha_{6ij} (w_{p1ij} - w_{p0ij})}{A} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为求式(4)中加权系数, 引入线性插值函数如式(5)所示。其中, $\xi_0 = \xi_i \xi$, $\eta_0 = \eta_i \eta$, $\zeta_0 = \zeta_i \zeta$ 。 ξ, η, ζ 为局部坐标系下块体内部任意点的 3 个

坐标分量： ξ_i, η_i, ζ_i 为局部坐标系下节点*i*的三个坐标分量。根据最小势能原理可得有限元单元刚度矩阵的表达式如式(6)所示。对图 1(a)所示八节点正六面体单元进行单元刚度矩阵的求解，可得节点 P000 所受到的 3 个方向的节点力 $F_{x-P000}, F_{y-P000}, F_{z-P000}$ 分别为

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0) \quad (5)$$

$$[K_{ij}] = \iiint_{V^e} [B_i]^T [D] [B_j] dx dy dz \quad (6)$$

$$F_{x-P000} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \cdot \left\{ \left[\frac{2}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P000} + \left(\frac{1}{12}c \right) v_{P000} + \left(\frac{1}{12}b \right) w_{P000} + \left[-\frac{2}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P100} + \left(-\frac{1}{12}c + \frac{\mu}{3}c \right) v_{P100} + \left(-\frac{1}{12}b + \frac{\mu}{3}b \right) w_{P100} + \left[\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P010} + \left(\frac{1}{12}c - \frac{\mu}{3}c \right) v_{P010} + \left(\frac{1}{24}b \right) w_{P010} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P110} + \left(-\frac{1}{12}c \right) v_{P110} + \left(-\frac{1}{24}b + \frac{\mu}{6}b \right) w_{P110} + \left[\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P001} + \left(\frac{1}{24}c \right) v_{P001} + \left(\frac{1}{12}b - \frac{\mu}{3}b \right) w_{P001} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P101} + \left(-\frac{1}{24}c + \frac{\mu}{6}c \right) v_{P101} + \left(-\frac{1}{12}b \right) w_{P101} + \left[\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P011} + \left(\frac{1}{24}c - \frac{\mu}{6}c \right) v_{P011} + \left(\frac{1}{24}b - \frac{\mu}{6}b \right) w_{P011} + \left[-\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] u_{P111} + \left(-\frac{1}{24}c \right) v_{P111} + \left(-\frac{1}{24}b \right) w_{P111} \right\} \quad (7)$$

$$F_{y-P000} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \left\{ \left(\frac{1}{12}c \right) u_{P000} + \left[\frac{2}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P000} + \left(\frac{1}{12}a \right) w_{P000} + \left(\frac{1}{12}c - \frac{\mu}{3}c \right) u_{P100} + \left[\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P100} + \left(\frac{1}{24}a \right) w_{P100} + \left(-\frac{1}{12}c + \frac{\mu}{3}c \right) u_{P010} + \left[-\frac{2}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P010} + \left(-\frac{1}{12}a + \frac{\mu}{3}a \right) w_{P010} + \left(-\frac{1}{12}c \right) u_{P110} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P110} + \left(-\frac{1}{24}a + \frac{\mu}{6}a \right) w_{P110} + \left(\frac{1}{24}c \right) u_{P001} + \left[\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P001} + \left(\frac{1}{12}a - \frac{\mu}{3}a \right) w_{P001} + \left(\frac{1}{24}c - \frac{\mu}{6}c \right) u_{P101} + \left[\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P101} + \left(\frac{1}{24}a - \frac{\mu}{6}a \right) w_{P101} + \left(-\frac{1}{24}c + \frac{\mu}{6}c \right) u_{P011} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ac}{b} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P011} + \left(-\frac{1}{12}a \right) w_{P011} + \left(-\frac{1}{24}c \right) u_{P111} + \left[-\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ac}{b} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ab}{c} \right] v_{P111} + \left(-\frac{1}{24}a \right) w_{P111} \right\} \quad (8)$$

$$F_{z-P000} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \left\{ \left(\frac{1}{12}b \right) u_{P000} + \left(\frac{1}{12}a \right) v_{P000} + \left[\frac{2}{9}(1 - \mu) \frac{ab}{c} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P000} + \left(\frac{1}{12}b - \frac{\mu}{3}b \right) u_{P100} + \left(\frac{1}{24}a \right) v_{P100} + \left[\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{9}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P100} + \left(\frac{1}{24}b - \frac{\mu}{6}b \right) u_{P010} + \left(\frac{1}{24}a \right) v_{P010} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P010} + \left(-\frac{1}{24}b + \frac{\mu}{6}b \right) u_{P110} + \left(-\frac{1}{24}a \right) v_{P110} + \left[\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P110} + \left(\frac{1}{24}b - \frac{\mu}{6}b \right) u_{P001} + \left(\frac{1}{24}a \right) v_{P001} + \left[-\frac{1}{9}(1 - \mu) \frac{ab}{c} + \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P001} + \left(-\frac{1}{24}b \right) u_{P101} + \left(-\frac{1}{24}a \right) v_{P101} + \left[-\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P101} + \left(-\frac{1}{24}b \right) u_{P011} + \left(-\frac{1}{24}a \right) v_{P011} + \left[-\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P011} + \left(-\frac{1}{24}b \right) u_{P111} + \left(-\frac{1}{24}a \right) v_{P111} + \left[-\frac{1}{18}(1 - \mu) \frac{ab}{c} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1 - 2\mu) \frac{ac}{b} \right] w_{P111} \right\}$$

$$\left(\frac{1}{24}b \right) u_{P010} + \left(\frac{1}{12}a - \frac{\mu}{3}a \right) v_{P010} + \left[\frac{1}{9}(1-\mu)\frac{ab}{c} + \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{bc}{a} - \frac{1}{9}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P010} + \left. \left. \left. \frac{1}{6}v_{E8} \right) + \frac{B}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{2}{6}w_{E9} + \frac{2}{6}w_{E10} + \frac{1}{6}w_{E11} + \frac{1}{6}w_{E12} \right) \right] \right) \quad (10)$$

$$\left(\frac{1}{24}b - \frac{\mu}{6}b \right) u_{P110} + \left(\frac{1}{24}a - \frac{\mu}{6}a \right) v_{P110} + \left[\frac{1}{18}(1-\mu)\frac{ab}{c} - \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P110} + \left(-\frac{1}{12}b + \frac{\mu}{3}b \right) u_{P001} + \left(-\frac{1}{12}a + \frac{\mu}{3}a \right) v_{P001} + \left[-\frac{2}{9}(1-\mu)\frac{ab}{c} + \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{bc}{a} + \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P001} + \left(-\frac{1}{12}b \right) u_{P101} + \left(-\frac{1}{24}a + \frac{\mu}{6}a \right) v_{P101} + \left[-\frac{1}{9}(1-\mu)\frac{ab}{c} - \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{bc}{a} + \frac{1}{36}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P101} + \left(-\frac{1}{24}b + \frac{\mu}{6}b \right) u_{P011} + \left(-\frac{1}{12}a \right) v_{P011} + \left[-\frac{1}{9}(1-\mu)\frac{ab}{c} + \frac{1}{36}(1-2\mu)\frac{bc}{a} - \frac{1}{18}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P011} + \left(-\frac{1}{24}b \right) u_{P111} + \left(-\frac{1}{24}a \right) v_{P111} + \left[-\frac{1}{18}(1-\mu)\frac{ab}{c} - \frac{1}{36}(1-2\mu)\frac{bc}{a} - \frac{1}{36}(1-2\mu)\frac{ac}{b} \right] w_{P111} \quad (9)$$

$$F_{y1} = - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{4}{9}v_{E1} + \frac{2}{9}v_{E2} + \frac{2}{9}v_{E3} + \frac{1}{9}v_{E4} \right) + \frac{C}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{2}{6}u_{E5} + \frac{2}{6}u_{E6} + \frac{1}{6}u_{E7} + \frac{1}{6}u_{E8} \right) \right] \quad (11)$$

$$F_{z1} = - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{4}{9}w_{E1} + \frac{2}{9}w_{E2} + \frac{2}{9}w_{E3} + \frac{1}{9}w_{E4} \right) + \frac{B}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{2}{6}u_{E9} + \frac{2}{6}u_{E10} + \frac{1}{6}u_{E11} + \frac{1}{6}u_{E12} \right) \right] \quad (12)$$

令 12 根离散弹簧 3 个方向的节点位移差分别为 $u_{S1} \sim u_{S12}$, $v_{S1} \sim v_{S12}$ 及 $w_{S1} \sim w_{S12}$ (各弹簧编号如图 3 所示), 则根据等效弹簧位移差与六面体单元棱位移差之间的关系, 可将式(10)~(12)变换为

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} u_{S1} + \frac{C}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{1}{2}v_{S5} + \frac{1}{2}v_{S6} \right) + \frac{B}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{1}{2}w_{S9} + \frac{1}{2}w_{S10} \right) \right] \\ F_{y1} &= - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} v_{S1} + \frac{C}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{1}{2}u_{S5} + \frac{1}{2}u_{S6} \right) \right] \\ F_{z1} &= - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} w_{S1} + \frac{B}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{1}{2}u_{S9} + \frac{1}{2}u_{S10} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

同理可得出其他节点的节点力, 此处不一一赘述。其中 a, b, c 表示正六面体边长 A, B, C 的一半。

对各节点 3 个方向的节点力进行分析, 并与式(4)进行对照, 归纳得出式(4)中的加权系数为

$$\alpha_{k00} = \frac{4}{9}, \alpha_{k01} = \frac{2}{9}, \alpha_{k10} = \frac{2}{9}, \alpha_{k11} = \frac{1}{9} (k=0, 4, 6)$$

$$\alpha_{k00} = \frac{2}{6}, \alpha_{k01} = \frac{1}{6}, \alpha_{k10} = \frac{2}{6}, \alpha_{k11} = \frac{1}{6} (k=1, 2, 3, 5)$$

将式(4)中两节点之间的位移差用 $u_{E1} \sim u_{E12}$, $v_{E1} \sim v_{E12}$ 及 $w_{E1} \sim w_{E12}$ 表示(各棱的编号 $E1 \sim 12$ 如图 1(b)所示), 则式(3)可表示为

$$F_{x1} = - \left[\frac{BC}{4A} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{4}{9}u_{E1} + \frac{2}{9}u_{E2} + \frac{2}{9}u_{E3} + \frac{1}{9}u_{E4} \right) + \frac{C}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{2}{6}v_{E5} + \frac{2}{6}v_{E6} + \frac{1}{6}v_{E7} + \right. \right.$$

对式(13)进行整理, 并令

$$F_{x1-TNS} = - \frac{BC}{4A} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} u_{S1}$$

$$F_{x1-PS} = - \left[\frac{C}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{1}{2}v_{S5} + \frac{1}{2}v_{S6} \right) + \frac{B}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{1}{2}w_{S9} + \frac{1}{2}w_{S10} \right) \right]$$

$$F_{y1-TTS} = - \frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} v_{S1}$$

$$F_{y1-ATS} = - \frac{C}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{1}{2}u_{S5} + \frac{1}{2}u_{S6} \right)$$

$$F_{z1-TTS} = - \frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)} w_{S1}$$

$$F_{z1-ATS} = -\frac{B}{4} \frac{E}{2(1+\mu)} \left(\frac{1}{2} u_{S9} + \frac{1}{2} u_{S10} \right)$$

由此可得

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= F_{x1-TNS} + F_{x1-PS} \\ F_{y1} &= F_{y1-TTS} + F_{y1-ATS} \\ F_{z1} &= F_{z1-TTS} + F_{z1-ATS} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中： F_{x1-TNS} 、 F_{y1-TTS} 及 F_{z1-TTS} 分别为传统法向弹簧力、传统切向弹簧力1及传统切向弹簧力2，它们是由等效弹簧1对应的2个端点的法向相对位移及切向相对位移乘以相应的刚度得来的； F_{x1-PS} 、 F_{y1-ATS} 及 F_{z1-ATS} 分别为泊松弹簧力、附加剪切弹簧力1及附加剪切弹簧力2，它们是由于六面体单元离散成弹簧后产生的非传统弹簧力，这些力是由与等效弹簧1垂直的弹簧的相对位移乘以相应的刚度得来的。

泊松弹簧是由式(1)前3个等式的泊松项所引

起的，而附加剪切弹簧是由式(1)后3个等式中剪应变的其中一项引起的(另一项即为传统意义上的剪切弹簧)。同理，也可以得到其他11根弹簧的弹簧力 $F_{x2} \sim F_{x12}$ 、 $F_{y2} \sim F_{y12}$ 、 $F_{z2} \sim F_{z12}$ 的表达式，此处不再一一赘述，仅通过表1给出离散弹簧S1、S6、S10的相关结果，表1中相关位移的负号表示弹簧力的方向与相对位移方向相反。

4 块体单元离散弹簧模型的程序实现

在基于连续介质力学的离散元方法CDEM^[7, 16]的基础上，加入块体单元离散弹簧计算模块，采用动态松弛技术，其计算流程如图5所示。在该计算流程中，施加的阻尼采用刚度阻尼，其阻尼力的计算采用式(15)。

$$f_n = -D \times \sum_{i=1}^{12} K_i \Delta v_i \quad (15)$$

表1 离散弹簧的弹簧力
Table 1 Forces of discrete springs

弹簧 序号	弹簧力		传统弹簧力		泊松弹簧力		附加剪切弹簧力	
	名称	形式	弹簧刚度	相关位移	· 弹簧刚度	相关位移	弹簧刚度	相关位移
S1	F_{x1}	法向	$\frac{BC}{4A} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-u_{S1}$	$\frac{C}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} v_{S5} + \frac{1}{2} v_{S6}\right)$	-	-
					$\frac{B}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} w_{S9} + \frac{1}{2} w_{S10}\right)$		
	F_{y1}	切向1	$\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-v_{S1}$	-	-	$\frac{C}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} u_{S5} + \frac{1}{2} u_{S6}\right)$
	F_{z1}	切向2	$\frac{BC}{4A} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-w_{S1}$	-	-	$\frac{B}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} u_{S9} + \frac{1}{2} u_{S10}\right)$
S6	F_{x6}	切向1	$\frac{AC}{4B} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-u_{S6}$	-	-	$\frac{C}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} v_{S1} + \frac{1}{2} v_{S2}\right)$
					$\frac{C}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} u_{S1} + \frac{1}{2} u_{S2}\right)$	-	-
	F_{y6}	法向	$\frac{AC}{4B} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-v_{S6}$	$\frac{A}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} w_{S10} + \frac{1}{2} w_{S12}\right)$		
	F_{z6}	切向2	$\frac{AC}{4B} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-w_{S6}$	-	-	$\frac{A}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} v_{S10} + \frac{1}{2} v_{S12}\right)$
S10	F_{x10}	切向1	$\frac{AB}{4C} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-u_{S10}$	-	-	$\frac{B}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} w_{S1} + \frac{1}{2} w_{S3}\right)$
					-	-	$\frac{A}{4} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} w_{S6} + \frac{1}{2} w_{S8}\right)$
	F_{y10}	切向2	$\frac{AB}{4C} \frac{E}{2(1+\mu)}$	$-v_{S10}$				
	F_{z10}	法向	$\frac{AB}{4C} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-w_{S10}$	$\frac{B}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} u_{S1} + \frac{1}{2} u_{S3}\right)$	-	-
					$\frac{A}{4} \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$	$-\left(\frac{1}{2} v_{S6} + \frac{1}{2} v_{S8}\right)$		

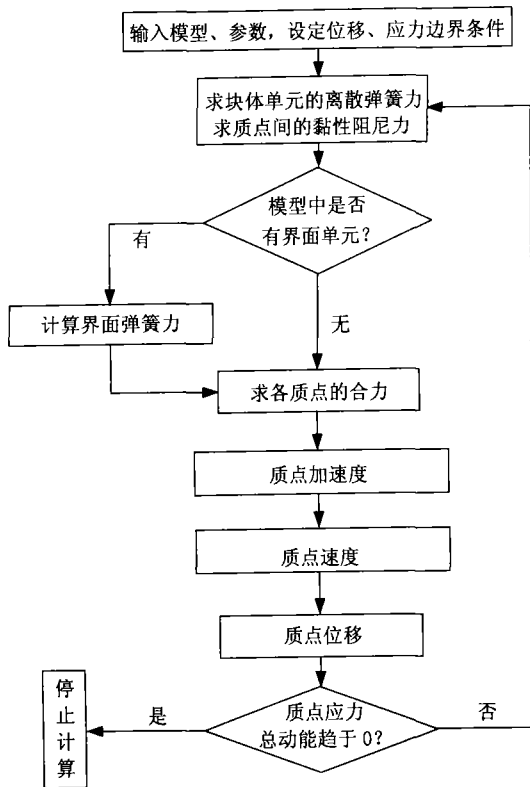


图 5 块体单元离散弹簧法计算流程

Fig.5 Calculation flow of block-discrete-spring method

式中: f_n 为施加在第 n 个弹簧上的黏性阻尼力; D 为阻尼系数; $K_i, \Delta v_i$ 分别为第 i 根弹簧的刚度及该弹簧上两节点间的相对速度。

以混凝土块在自重作用下的计算为例, 对程序的弹性计算结果进行检验, 并与 ANSYS 软件的计算结果进行对比。混凝土块的尺寸为 $8\text{ m} \times 8\text{ m} \times 8\text{ m}$, 下表面(即 $z = 0$ 处) x, y, z 三个方向固定, 混凝土的弹性模量为 30 GPa , 泊松比为 0.25 , 密度为 $2\,500\text{ kg/m}^3$ 。该模型的单元划分如图 6 所示。程序计算所得模型 z 方向的应力及 x 方向的位移如图 7 所示, ANSYS 计算所得的模型 z 方向的应力及 x 方向的位移如图 8 所示。2 种程序计算的 $x = 4\text{ m}, y = 4\text{ m}$,

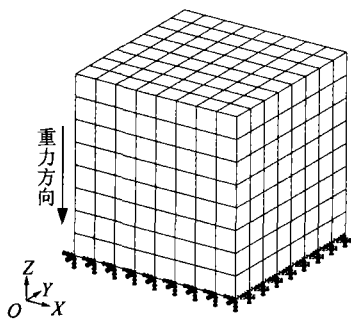
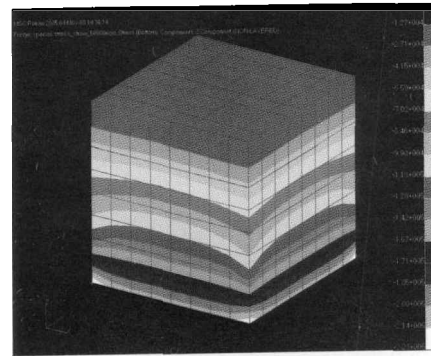
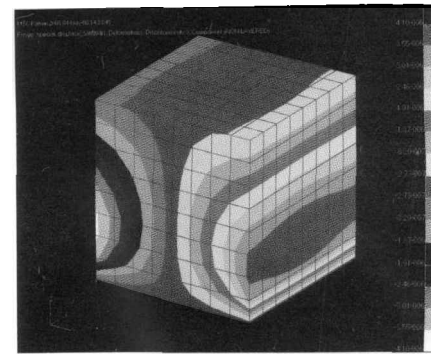


图 6 数值模型

Fig.6 Numerical model



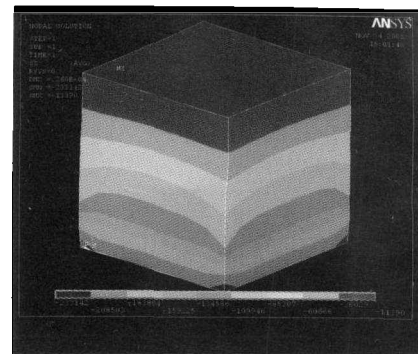
(a) z 方向应力(单位: Pa)



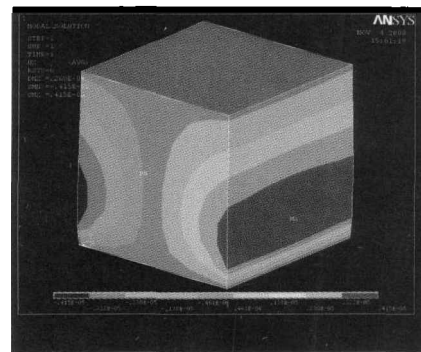
(b) x 方向位移(单位: m)

图 7 离散弹簧法的计算结果

Fig.7 Numerical results of block-discrete-spring method



(a) z 方向应力(单位: Pa)



(b) x 方向位移(单位: m)

图 8 有限元(ANSYS)的计算结果

Fig.8 Numerical results of FEM(ANSYS)

$z = 0 \sim 8\text{ m}$ 处各点 z 方向应力的对比曲线如图 9 所示。

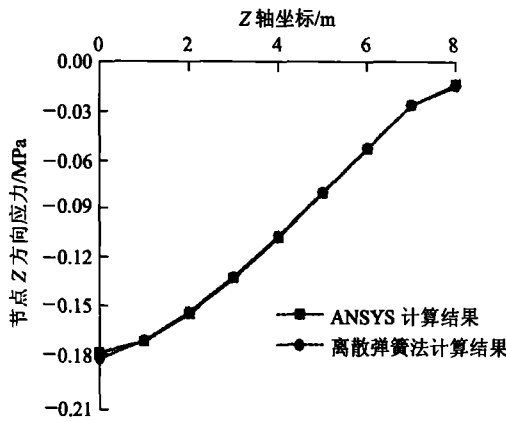


图9 2种数值方法计算的节点应力
Fig.9 Node stresses of two numerical methods

由图7~9可得,程序及ANSYS的计算结果基本一致,由此可以说明块体离散成弹簧进行弹性计算是可行的。

5 破坏准则在离散弹簧模型中的实现

为了计算材料的渐进破坏过程,需在块体单元离散弹簧模型中引入强度准则,根据岩土材料的特性,强度准则采用Mohr-Coulomb准则及抗拉强度准则两种。介于块体单元离散弹簧模型的特性,进行强度判定时采用双重判定,首先根据单元8个节点的平均应力对块体单元应用强度准则,判断单元是否已经达到破坏条件,单元达到破坏条件后,计算对应弹簧两点间的平均应力,根据块体破坏的模式选择该块体12根弹簧的破坏面方向,再对12条弹簧应用强度准则分别进行判断,一旦达到破坏条件,相应弹簧的法向力及切向力由强度准则确定。

5.1 基本假设

- (1) 单元及离散弹簧处于均匀应力状态;
- (2) 单元破坏后破坏模式保持不变;
- (3) 弹簧破坏后,破坏面的方向不变;
- (4) 单元同时满足拉伸破坏及剪切破坏时,破坏模式选取剪切破坏模式;
- (5) 单元破坏后,组成单元的每根弹簧才允许进行破坏计算,各弹簧的破坏面方向根据单元的破坏模式及自身的应力状态而定;
- (6) 弹簧剪切破坏时存在一对剪切面,选择弹簧位移矢量与剪切面法向的点积较小的那个面为剪切破坏面。

5.2 强度准则

5.2.1 块体单元强度准则

(1) 剪切破坏

当 $-\sigma_1 \geq -\sigma_3 \tan^2(45^\circ + \varphi/2) + 2c \tan(45^\circ + \varphi/2)$ 时,块体单元发生剪切破坏。其中, σ_1 为最大压应力, σ_3 为最小压应力(拉为正,压为负), c 为黏聚力, φ 为内摩擦角。

(2) 拉伸破坏

当 $\sigma_3 \geq T$ 时, T 为抗拉强度。

5.2.2 离散弹簧强度准则

(1) 剪切破坏

令 $F_{Tmax} = c \times A + F_N \tan \varphi$, 其中 F_N 为弹簧的法向力, A 为弹簧设定破坏面的面积, F_{Tmax} 为弹簧所能承受的最大剪切力,当切向力 $F_T \geq F_{Tmax}$ 时,弹簧发生剪切破坏。破坏后弹簧 $F_T = F_{Tmax}$ 。

(2) 拉伸破坏

当 $F_N \geq TA$ 时,弹簧发生拉伸破坏。破坏后弹簧法向力 $F_N = TA$ 。

5.3 程序中的计算步骤

- (1) 计算块体单元的平均应力 $\bar{\sigma}_{ij} = \sum_{n=1}^8 \sigma_{n-ij} / 8$ (n 为单元节点数, σ_{n-ij} 为各节点的应力分量,共6个应力分量),即将块体单元8个节点的6个应力分量进行算术平均。

(2) 按照弹性力学的理论,根据单元的平均应力 $\bar{\sigma}_{ij}$ 求出对应的主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 及其方向 $\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3$,也即求解方程 $n_i(\sigma_{ij} - \sigma_j \delta_{ij}) = 0$ ($j=1, 2, 3$), n_i 为主应力方向分量, σ_j 为相应的主应力。

(3) 应用拉伸破坏准则及Mohr-Coulomb准则进行块体单元的强度判断,计算块体的破坏模式,对满足破坏准则的块体单元进行标记。

(4) 对带有破坏标记的块体的12根弹簧计算每根弹簧的平均应力,即将连接该弹簧的2个节点的应力作平均,并计算其主应力及主应力方向,根据块体单元的破坏模式(拉坏或者剪坏),选择每根弹簧的初始破坏模式并计算其破坏面方向。

(4) 计算弹簧破坏面的方向。拉伸破坏面的法线法向即为 σ_1 (最大拉应力)的方向;剪切破坏存在2个剪切面(P_1, P_2),当 $\bar{P}_1 \cdot \bar{Dis} < \bar{P}_2 \cdot \bar{Dis}$ (\bar{P}_1, \bar{P}_2 为平面 P_1, P_2 的法向量, \bar{Dis} 为弹簧两节点的相对位移矢量)时,选取 P_1 平面为破坏面,当 $\bar{P}_1 \cdot \bar{Dis} > \bar{P}_2 \cdot \bar{Dis}$ 时,选取 P_2 平面为破坏面,当 $\bar{P}_1 \cdot \bar{Dis} = \bar{P}_2 \cdot \bar{Dis}$ 时,选取 $\bar{P}_1 + \bar{P}_2$ 所在的平面为破坏面。

(5) 分别计算带有破坏标记单元所包含的12根离散弹簧的破坏面积及其方向,当单元破坏面与离散弹簧平行时,破坏面积为无穷大。

(6) 通过式(14)进行法向弹簧力及切向弹簧力

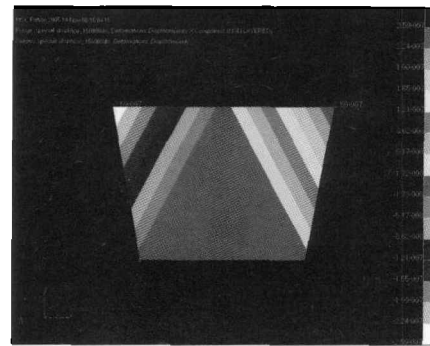
的计算, 并将计算所得弹簧力投影到预先选择的破坏面上; 应用节 5.2.2 中的离散弹簧的强度准则进行剪切破坏及拉伸破坏的计算, 如达到相应的破坏条件, 破坏面上的法向力及切向力按强度准则给出; 最后将破坏面上的法向力及切向力返回到离散弹簧的 2 个端点上。

6 算 例

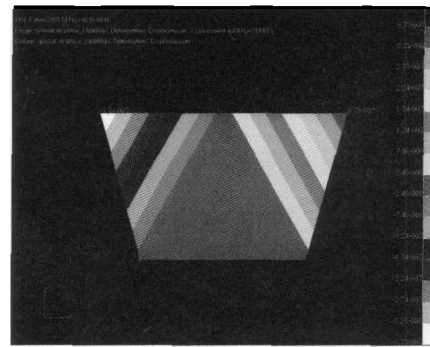
6.1 单个块体破裂试验

为了实现块体内部的破裂, 本文采用了离散弹簧法, 为检验该方法的可行性, 对单个块体(一个单元)进行计算, 单元的尺寸为 $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 15\text{ cm}$ 。取单元材料的弹性模量为 30 GPa , 泊松比为 0.25 , 抗拉强度为 0 MPa , 黏聚力为 0 MPa , 内摩擦角为 30° 。在模型的底部($z = 0$ 处)进行 x, y, z 全约束, 并固定模型所有 y 方向的节点, 以实现平面应变, 重力方向沿着 z 轴负方向。模型在重力作用下的 x 方向的位移云图如图 10 所示, 弹簧的破坏情况如图 11 所示。

本算例表明, 引入强度准则后, 基于连续介质力学的块体单元离散弹簧法可以较方便的模拟块体的内部破坏。



(c) 150 000 步



(d) 190 000 步

图 10 单个块体 X 方向位移云图(单位: m)

Fig.10 Displacement-contour of one block in X-direction (unit: m)

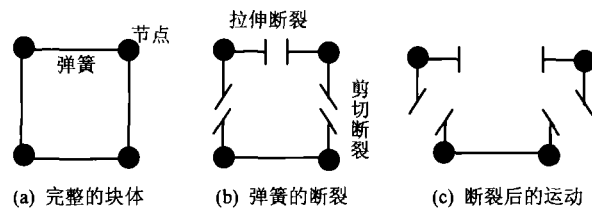
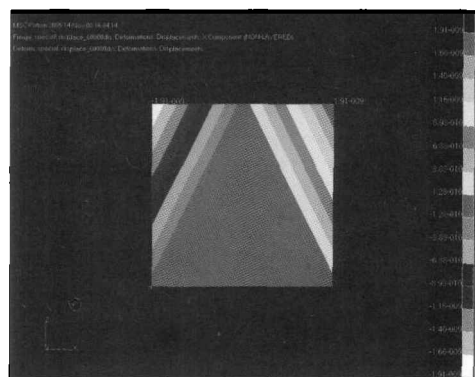


图 11 弹簧的破坏情况

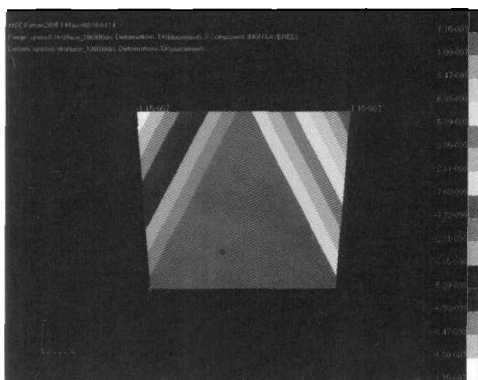
Fig.11 Failure modes of springs

6.2 沙堆的运动

建立 $0.90\text{ m} \times 0.05\text{ m} \times 0.90\text{ m}$ 的模型(见图 12), 沙堆的弹性模量为 5 GPa , 泊松比为 0.3 , 密度 $2\ 100\text{ kg/m}^3$, 黏聚力 0 MPa , 内摩擦角 30° , 抗拉强度 0 MPa 。下表面固定, 前后两侧法向固定, 左右两侧



(a) 60 000 步



(b) 100 000 步

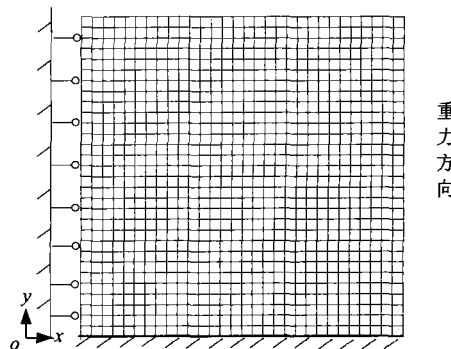
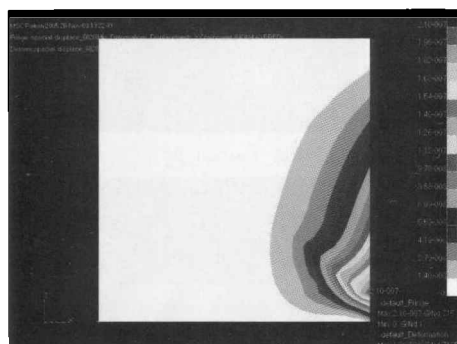


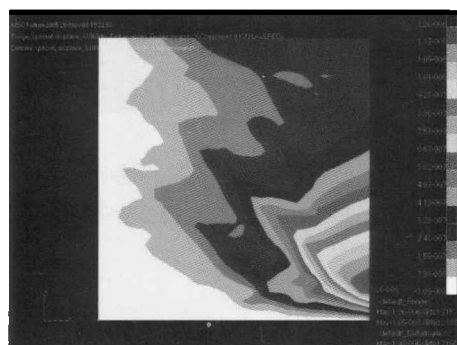
图 12 沙堆模型

Fig.12 Numerical model of sandpile

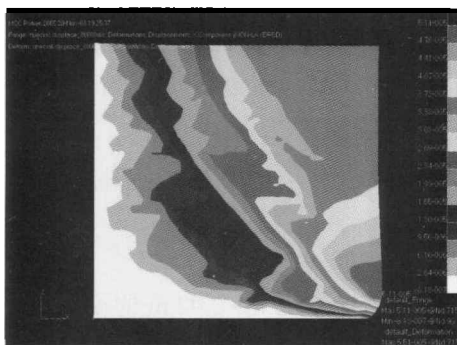
弹性计算时法向固定，弹性计算稳定后，放松右侧边界进行渐进破坏计算。模型计算 60 000 步后弹性稳定，并进行破坏计算，沙堆运动的 x 方向位移云图如图 13 所示，单元的破坏位置如图 14 所示。



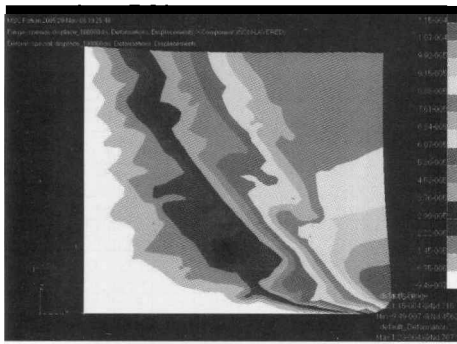
(a) 60 200 步



(b) 61 000 步



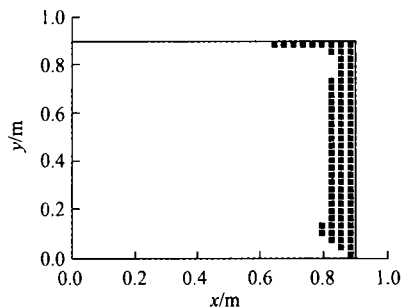
(c) 80 000 步



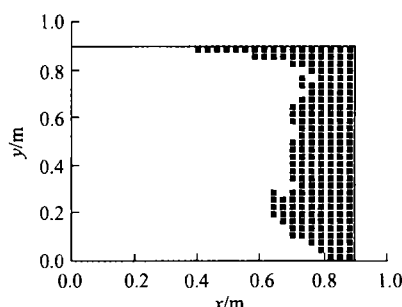
(d) 100 000 步

图 13 沙堆运动的 x 方向位移云图(单位: m)

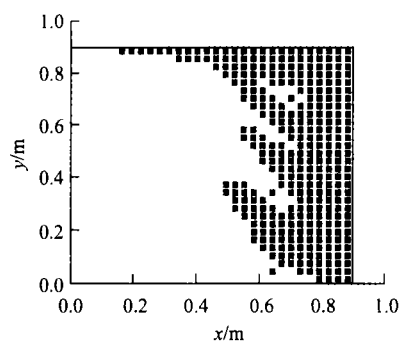
Fig.13 Displacement-contour of sandpile movement in x -direction(unit: m)



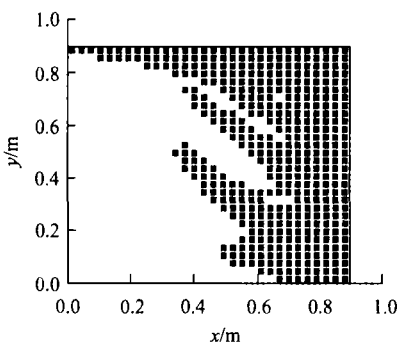
(a) 60 100 步



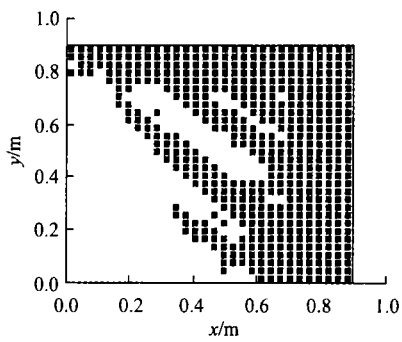
(b) 60 200 步



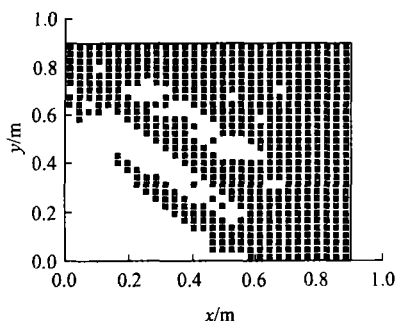
(c) 60 300 步



(d) 60 400 步



(e) 60 500 步



(f) 60 600 步

图 14 破坏单元位置

Fig.14 Positions of failure elements

由图 14 可知, 沙堆右侧解除约束后, 卸载所引起的拉应力波便向左侧传递, 由于沙子的黏聚力及抗拉强度为 0, 在拉应力波作用下沙子开始向右下角滑移, 沙堆的破坏区域也随着拉应力波的传递而增大。

此算例表明, 基于连续介质力学的块体单元离散弹簧法在模拟材料渐进破坏时具有一定的优势。

6.3 岩石的单轴压缩

岩石模型的尺寸为 $15\text{ cm} \times 0.5\text{ cm} \times 15\text{ cm}$, 下表面($z = 0\text{ cm}$ 处)固定, 上表面($z = 15\text{ cm}$ 处) x, y 方向固定, 上表面 z 方向施加法向的压应力, y 方向全部固定, 用以实现平面应变, 岩石模型如图 15 所示。岩石弹性模量为 30 GPa , 泊松比为 0.25 , 密度为 $2\,500\text{ kg/m}^3$, 黏聚力为 3 MPa , 抗拉强度为 2 MPa , 内摩擦角为 48° 。

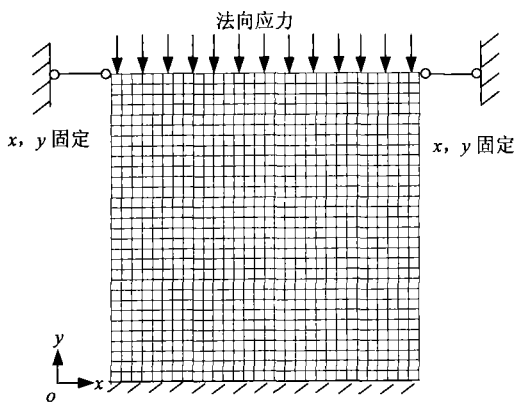
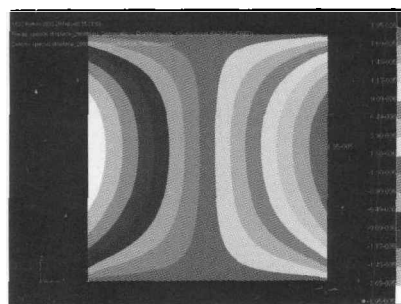


图 15 岩石模型

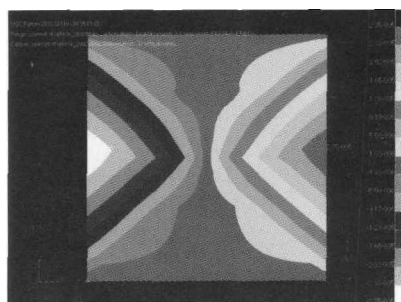
Fig.15 Numerical model of rock

在顶部施加 25 MPa 的压应力时岩石模型 x 方向位移云图(x 方向位移, 200 000 步后计算破坏)如图 16 所示, 位移矢量图如图 17 所示。

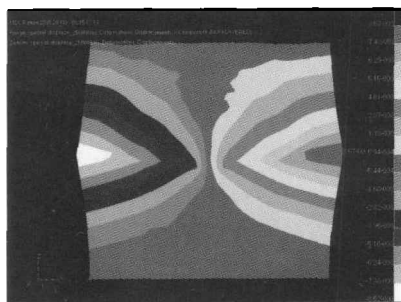
由图 16, 17 可得, 在 25 MPa 压应力作用下, 混凝土块出现了明显的 X 型剪切破坏, 这一点与单轴压缩的物理试验是相符的。



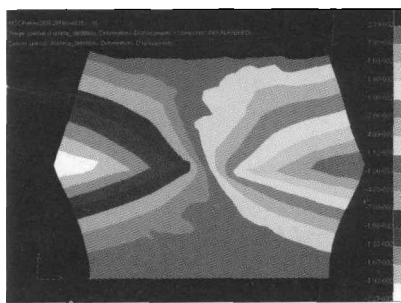
(a) 200 000 步



(b) 200 200 步



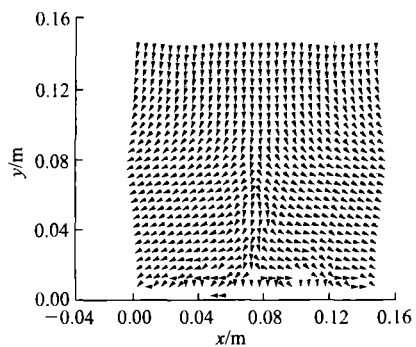
(c) 250 000 步



(d) 300 000 步

图 16 单轴压缩时 x 方向位移云图(单位: m)

Fig.16 Displacement-contour of uniaxial compression in x -direction(unit: m)



(a) 230 000 步

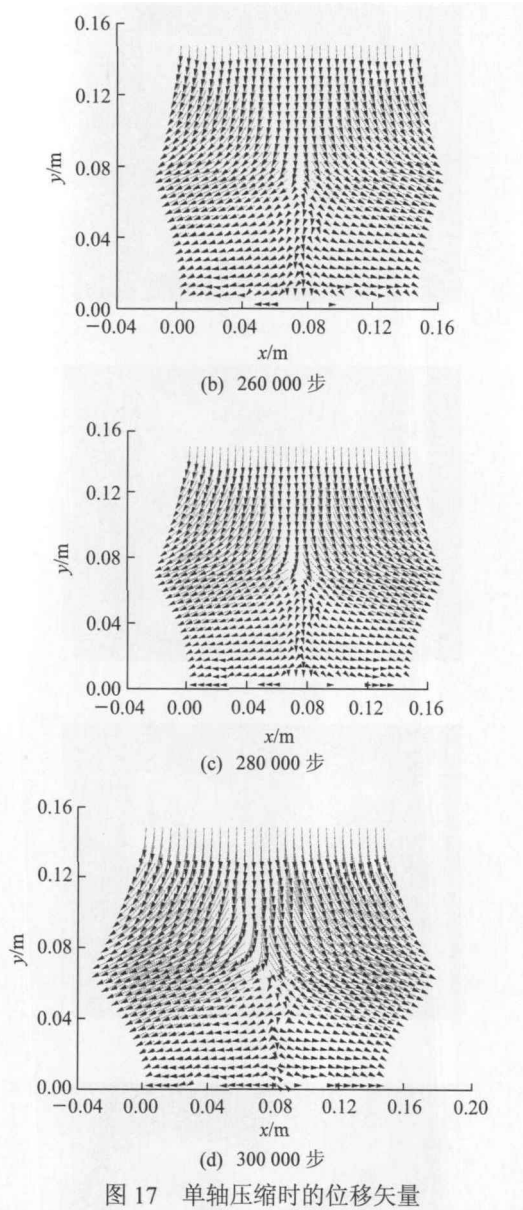


图 17 单轴压缩时的位移矢量

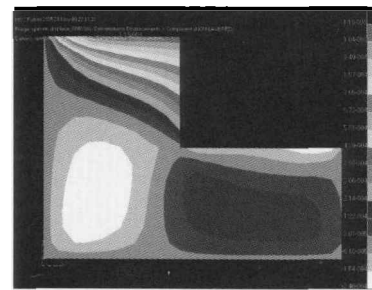
6.4 直立均质边坡的滑移

直立边坡左右两侧及底部全部固定，前后两侧法向固定，材料的弹性模量为 0.3 GPa，泊松比为 0.3，密度 2 000 kg/m³，内摩擦角 28°，并设黏聚力及抗拉强度相等，通过调整黏聚力及抗拉强度的值，寻找引起边坡失稳的临界值。

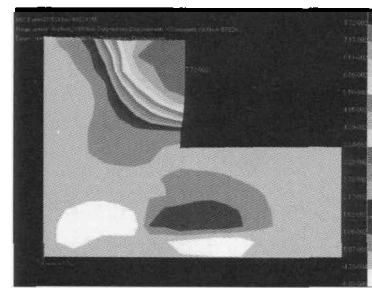
通过计算发现，当黏聚力及抗拉强度的值 ≤ 0.01 MPa 时，边坡开始失稳，其结果与 FLAC^{3D} 的计算结果基本一致。失稳时的滑移情况如图 18 所示。

6.5 冲击载荷作用下混凝土桩的动态响应

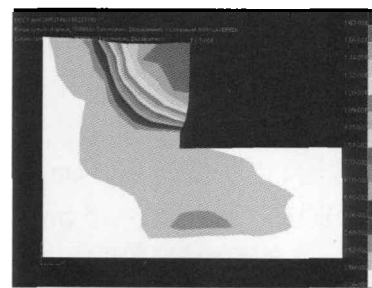
如图 19 所示混凝土桩，长 20 m，弹性模量 30 GPa，泊松比 0.25，密度 2 500 kg/m³，黏聚力为 3 MPa，抗拉强度为 2 MPa，内摩擦角为 48°，底部固定，顶部施加三角形冲击载荷(作用时间 2 ms，峰值压应力 10 MPa，峰值时间 1 ms)，只进行弹性计算



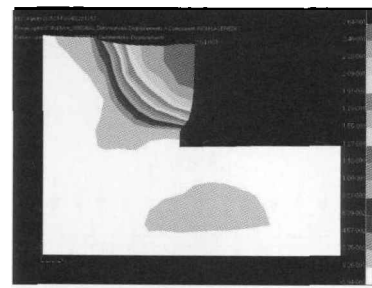
(a) 60 000 步



(b) 100 000 步



(c) 150 000 步



(d) 200 000 步

图 18 边坡 x 方向位移云图(单位: m)

Fig.18 Displacement-contour of slope in x-direction(unit: m)

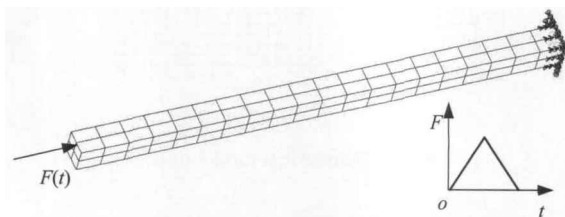
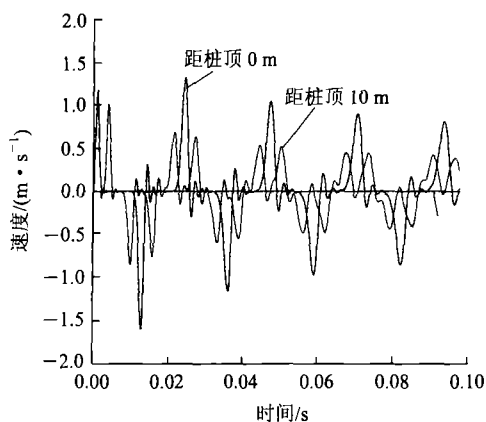


图 19 混凝土桩模型

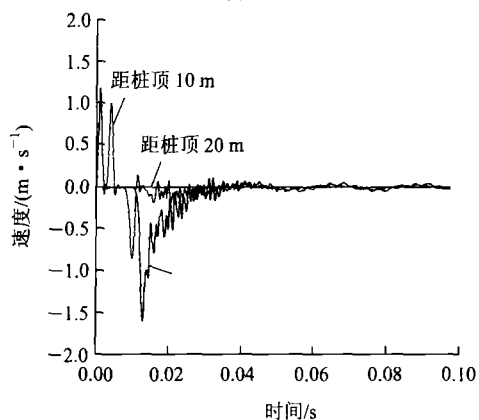
Fig.19 Numerical model of concrete pile

及允许进行破坏计算时各监测点的速度响应如图 20 所示，位移响应如图 21 所示。

由图 20, 21 可以看出，桩体在此种载荷作用下



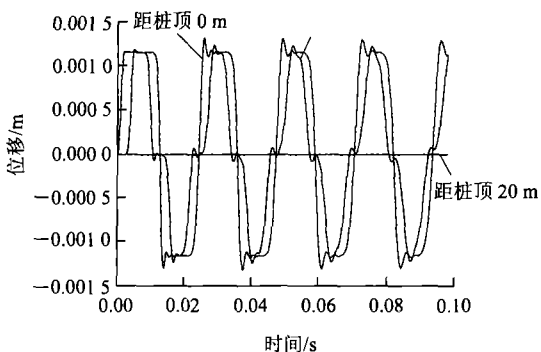
(a) 弹性计算



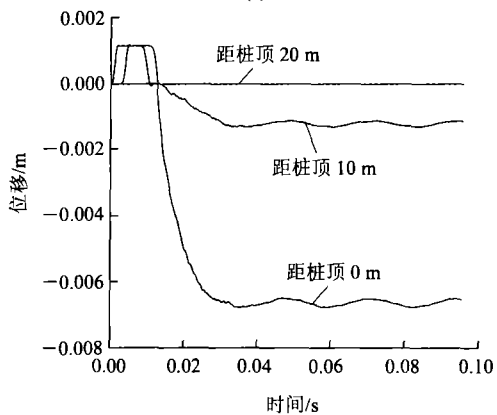
(b) 破坏计算

图 20 速度响应

Fig.20 Responses of velocities



(a) 弹性计算



(b) 破坏计算

图 21 位移响应

Fig.21 Responses of displacements

已经发生了明显的拉伸破坏, 这是由于压缩波在桩顶反射成为拉伸波所引起的。由此表明, 运用块体单元离散弹簧法进行地质体在动力作用下的破坏研究是可行的。

7 结 论

以连续介质力学为基础的块体单元离散弹簧法首先将块体单元离散成为弹簧, 而后在弹簧中引入强度准则, 由此建立起连续体与离散体之间的联系, 进而实现地质体由连续体到非连续体, 最后到散体的整个破坏过程。

块体单元离散弹簧法的实质是通过 12 根离散弹簧将单元转化为结构, 因此可以通过分析各弹簧的断裂情况研究块体的内部破坏特征, 更可以通过各弹簧的先后断裂过程来研究地质体的渐进破坏过程。

算例表明: 弹性部分的计算结果具有较高的精确度, 与有限元的结果基本一致; 破坏部分的计算结果也有其合理性, 破坏模式、破坏区域等与物理试验及商用软件的结果基本吻合。

当然, 由于显示技术的原因(本文主要通过 Patran 商用软件进行云图显示), 块体内部的破坏情况没有得到充分展示。因此, 发展有效的块体破裂显示技术, 将是今后的一项重要工作。

参考文献(References):

- [1] 徐 筠, 赵明阶. 节理裂隙岩体渐进破坏机制研究综述[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 4(3): 554 - 560.(XU Yun, ZHAO Mingjie. Research overview of the progressive failure mechanism for jointed rock mass[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 554 - 560.(in Chinese))
- [2] 唐 芬, 郑颖人. 边坡渐进破坏双折减系数法的机制分析[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 4(3): 436 - 441, 464.(TANG Fen, ZHENG Yingren. Mechanism analysis of dual reduction factors about the progressive failure of slope[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 436 - 441, 464.(in Chinese))
- [3] 方建瑞, 许志雄, 庄晓莹. 三维边坡稳定弹塑性有限元分析与评价[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2 667 - 2 672.(FANG Jianrui, XU Zhixiong, ZHUANG Xiaoying. Appraisal and analysis of three-dimensional slope stability based on elastoplastic FEM[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(10): 2 667 - 2 672.(in Chinese))
- [4] 戴自航, 刘志伟, 刘成禹, 等. 考虑张拉与剪切破坏的土坡稳定数

- 值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 375 - 382.(DAI Zihang, LIU Zhiwei, LIU Chengyu, et al. Numerical analysis of soil slope stability considering tension and shear failures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 375 - 382. (in Chinese))
- [5] Itasca Consulting Group Inc.. 3DEC-3D distinct element code[R]. Minneapolis, USA: Itasca Consulting Group Inc., 1987.
- [6] 侯艳丽, 周元德, 张楚汉. 用离散单元法研究混凝土、岩石类材料的拉剪混合型断裂[J]. 计算力学学报, 2007, 24(6): 773 - 778, 784. (HOU Yanli, ZHOU Yuande, ZHANG Chuhan. Tensile-shear mixed mode fracture analysis of concrete-rock material by distinct element method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2007, 24(6): 773 - 778, 784. (in Chinese))
- [7] 田振农, 李世海, 刘晓宇, 等. 三维块体离散元可变形计算方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增 1): 2 832 - 2 840.(TIAN Zhenong, LI Shihai, LIU Xiaoyu, et al. Research on deformable calculation method based on three-dimensional block discrete element[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(Supp.1): 2 832 - 2 840. (in Chinese))
- [8] 周 健, 崔积弘, 贾敏才, 等. 静力触探试验的离散元数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(11): 1 604 - 1 610.(ZHOU Jian, CUI Jihong, JIA Mincai, et al. Numerical simulation of cone penetration test by discrete element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(11): 1 604 - 1 610. (in Chinese))
- [9] 王桂萱, 秦建敏. 颗粒材料力学性质的离散元数值模拟[J]. 大连大学学报, 2007, 28(6): 27 - 31.(WANG Guixuan, QIN Jianmin. Numerical simulation of mechanical behaviors of ellipsoid granular materials by discrete element method[J]. Journal of Dalian University, 2007, 28(6): 27 - 31. (in Chinese))
- [10] LI K N, Shunsuke Otani. Multi-spring model for three-dimensional analysis of RC members[J]. Structural Engineering and Mechanics, 1993, 1(1): 441 - 452.
- [11] YANG J, MEHDI SAIDI. Four-spring element for cyclic response of R/C columns[J]. Journal of Structural Engineering, 1990, 116(4): 1 018 - 1 029.
- [12] 陈以一, 沈祖炎. 反复变动轴力作用下钢柱的数值分析模型[J]. 同济大学学报, 1994, 22(4): 499 - 504.(CHEN Yiyi, SHEN Zuyan. Numerical analysis model of steel column under vibration axial force[J]. Journal of Tongji University, 1994, 22(4): 499 - 504. (in Chinese))
- [13] 方明弄, 李国强, 孙飞飞, 等. 基于多弹簧模型的空间梁柱单元(I): 理论模型[J]. 计算力学学报, 2008, 25(1): 129 - 133.(FANG Mingji, LI Guoqiang, SUN Feifei, et al. Multi-spring model beam element(I): theoretical model[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(1): 129 - 133. (in Chinese))
- [14] 刘晓宇, 梁乃刚, 李 敏. 三维链网模型及其参数标定[J]. 中国科学(A 辑), 2002, 32(10): 887 - 894.(LIU Xiaoyu, LIANG Naigang, LI Min. 3D network model and its parameter calibration[J]. Science in China(Ser. A), 2002, 32(10): 887 - 894. (in Chinese))
- [15] GUSEV A A. Finite element mapping for spring network representations of the mechanics of solids[J]. Physical Review Letter, 2004, 93(3): 1 - 4.
- [16] LI S H, ZHAO M H, WANG Y N, et al. A continuum-based discrete element method for continuous deformation and failure process[C]// WCCM VI in Conjunction with APCOM'04. Beijing: [s. n.], 2004.
- [17] 魏怀鹏, 易大可, 李世海, 等. 基于连续介质模型的离散元方法中弹簧性质研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1 159 - 1 169. (WEI Huaipeng, YI Dake, LI Shihai, et al. Study of spring properties of continuum-based discrete element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1 159 - 1 169. (in Chinese))