

驻定斜爆轰波中横向激波存在与否的判定标准

王爱峰, 赵伟, 姜宗林

(中国科学院力学研究所高温气动重点实验室(LHD), 北京 100190)

摘要: 本文通过简化理论模型和数值模拟研究了驻定斜爆轰波中横向激波存在与否的判定标准。对数值方法进行验证之后, 通过 38 个数值实例验证得到主流三波点附近的横向激波存在与否相关的参数 $\Phi (u_2/u_{C1})$, 数值结果表明: 当 $\Phi < 1$ 时, 斜激波向斜爆轰波转变比较剧烈, 横向激波出现在主流三波点附近, 而 $\Phi > 1$ 时, 斜激波向斜爆轰波转变比较平滑, 横向激波不会出现在主流三波点附近。评价参数 Φ 的物理意义可以表示为稳定的斜爆轰下游的波后马赫数。

关键词: 斜爆轰波, 横向激波, 斜激波, 突变, 平滑

0 引言

超声速的预混可燃气体通过一定角度的楔面形成一道斜激波, 这道斜激波能够引发燃烧反应, 并最终在下游形成驻定的斜爆轰波。由于这种燃烧机制具有很短的燃烧时间和很高的燃烧效率^[1], 因此斜爆轰有望成为高超声速飞行器的一个很好的推进系统并受到众多学者的关注。

以前的研究表明斜爆轰波是可以驻定的, 但是需满足一定的条件^[2] (1) 来流的马赫数应该大于 CJ (Chapman-Jouguet) 状态的马赫数, (2) 楔面角不能超过一定的数值, 也就是如果楔面角超过这个数值斜爆轰将会脱体, 就不能驻定。在此条件之下, 数值结果^[3-4]表明: 驻定的斜爆轰波结构包括: 斜激波, 诱导区, 一系列的爆燃波, 滑移面以及斜爆轰波, 如图 1 所示。上述驻定斜爆轰波结构已经通过实验结果^[5-6]得到验证。但是实验结果 (图 2) 与数值结果在主流三波点区域的结果并不相同, 可能的原因是实验中楔面是通过气体膜隔离而成, 发生燃烧之后烧毁, 不再存在; 而数值结果中的楔面为一实体面, 存在波系的反射。而在后来的实验与数值计算中得到, 斜激波向斜爆轰波转变包含两种类型: 突变型和平滑型。两种类型的转变形式包含不同的波系结构。以前的研究表明: 在高初压^[7], 大楔面角和高活化能^[8]条件下, 爆轰波结构表现为突变型, 在楔面与主流三波点之间出现一道横向激波, 这道横向激波在楔面上发生反射, 并影响斜爆

轰波的下流, 这种影响使得下游斜爆轰波结构呈现出不规则的状态, 滑移面的下游出现一系列的涡结构。

本文的目的是要寻找两种类型爆轰波的不同点以及三波点后横波产生与演化的规律。因为存在两种不同的类型, 因此其燃烧与波系结构也会各异。而以前的研究表明: 横向激波能够影响下游并使得斜爆轰波阵面不稳定, 因此寻求横向激波存在与否的标准是本文研究的重点。

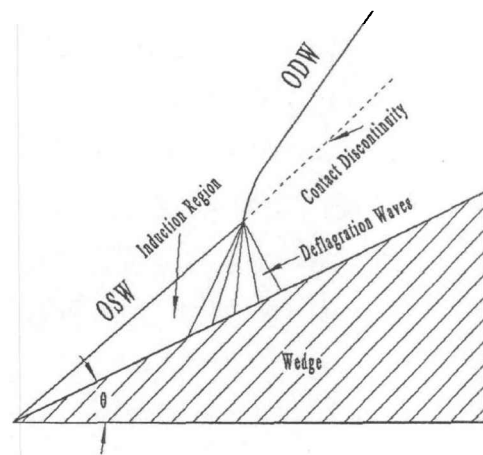


图 1 斜爆轰结构示意图

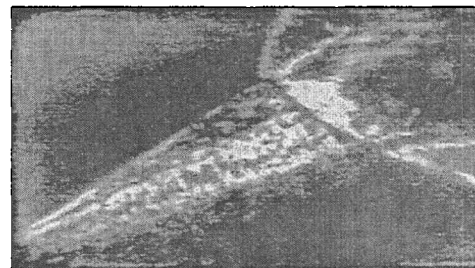


图 2 斜爆轰结构纹影图

1 控制方程与化学反应模型

忽略粘性、热传导，斜爆轰波的研究可以采用二维欧拉方程耦合化学反应过程进行描述。控制方程可以写成：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (1)$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho \alpha \\ \rho \beta \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E+p)u \\ \rho u \alpha \\ \rho u \beta \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E+p)v \\ \rho v \alpha \\ \rho v \beta \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \dot{\omega}_\alpha \\ \rho \dot{\omega}_\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 ρ 为混合气体密度， u 和 v 分别为 x 和 y 方向上的速度， E 为单位质量的总能量。 p 为混合气体压力，满足以下关系：

$$E = \rho h - p + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \quad (3)$$

其中 h 为比焓， α 和 β 表示新两步化学反应模型^[9]的诱导反应度和放热反应度，此模型中诱导和放热反应速率表示为：

$$\begin{cases} \dot{\omega}_\alpha = \frac{p}{3R_0T} \exp\left[35.1715 - \frac{8530.6}{T} - 7.22 \times 10^{-11} p^2 \exp\left(\frac{21205}{T}\right)\right] \\ \dot{\omega}_\beta = a(1-\beta) \exp\left(-\frac{b}{T}\right) + c \end{cases}$$

其中压强 p 的单位是大气压 (atm)，温度 T 的单位为 K ，参数 $a = 1.2 \times 10^8$ ， $b = 8.0 \times 10^3$ ， $c = 0$ 。对于化学反应，所有组分假设是量热完全气体，各组分定压比热 C_{pi} 和比焓值 h_i 分别由以下经验公式^[10]得到：

$$\begin{cases} \frac{C_{pi}}{R_i} = a_{1i} \frac{1}{T^2} + a_{2i} \frac{1}{T} + a_{3i} + a_{4i} T + a_{5i} T^2 + a_{6i} T^3 + a_{7i} T^4 \\ \frac{h_i}{R_i T} = -a_{1i} \frac{1}{T^2} + a_{2i} \frac{1}{T} \ln T + a_{3i} + \frac{a_{4i}}{2} T + \frac{a_{5i}}{3} T^2 + \frac{a_{6i}}{4} T^3 + \frac{a_{7i}}{5} T^4 + \frac{b_{1i}}{T} \end{cases}$$

2 数值方法与计算模型

为了能够捕捉激波以及准确模拟爆轰，五阶精度的 WENO 格式^[11]离散对流项，控制方程的半离散差分格式可以表示为：

$$\frac{\partial \tilde{U}_{i,j}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta x} \left(\tilde{F}_{i+\frac{1}{2},j} - \tilde{F}_{i-\frac{1}{2},j} \right) - \frac{1}{\Delta y} \left(\tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}} - \tilde{G}_{i,j-\frac{1}{2}} \right) + \tilde{S}_{i,j}$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{F}_{i+\frac{1}{2},j} = \tilde{F}_{i+\frac{1}{2},j}^+ + \tilde{F}_{i+\frac{1}{2},j}^- \\ \tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}} = \tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^+ + \tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^- \end{cases}$$

其中 \tilde{F}^\pm 和 \tilde{G}^\pm 表示流通量分裂，本文采用 Steger-Warming 方法^[12]进行离散。时间迭代采用三阶 TVD Runge-Kutta 方法。

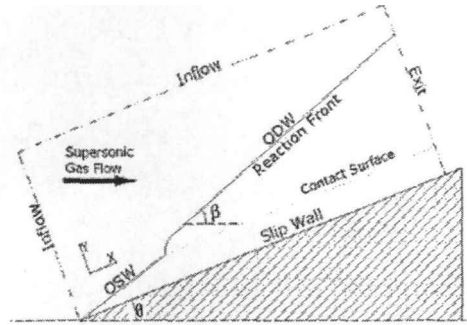


图3 斜爆轰计算域

本文所选计算区域为图3中双点划线围成的矩形区域，并按照楔面角度进行旋转。计算域大小为 $0.1m \times 0.05m$ ， θ 为楔面角， β 为斜爆轰角，初始静压 $p_0 = 0.4atm$ ，初始静温 $T_0 = 300K$ ，研究不同类型的斜爆轰波主要改变来流马赫数和楔面角。为了研究斜爆轰波的复杂的细部结构，本文采用 1005×505 的网格进行计算，同时在入口边界增加3个虚点，保证上游的入口超声速流体不会在楔面上形成数值反射，楔面采用滑移边界条件，出口边界为无扰动外插边界。

3 数值结果验证

为了验证数值方法对爆轰波传播机制的正确性，选择了两个实例进行模拟。第一个实例是通过 $0.1m$ 长的直管道中形成的 CJ 爆轰来检验化学反应模型的准确性；第二个实例通过形成驻定的斜爆轰结构与实验进行比较来验证数值计算的可靠性。

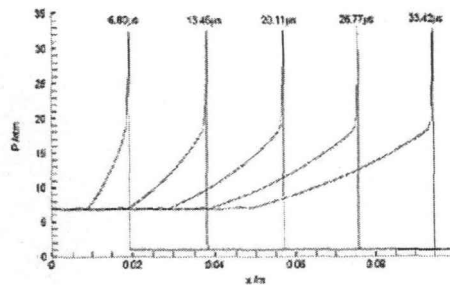


图4 不同时刻爆轰波传播的压力分布

在第一个实例中, 选择直管道中初压 $p_0=1.0\text{atm}$, 初温 $T_0=293.0\text{K}$, 网格尺寸 $\Delta x=0.05\text{mm}$ 。不同时刻的压力分布如图 4 所示。左端高温高压点火, 产生爆轰, 爆轰波向前传播并诱导气体燃烧放热并最终形成稳定的 CJ 爆轰波。数值结果表明: 爆轰波的速度稳定在 2839.64 m/s , 而 CJ 状态的压力和温度分别为 18.41atm 和 3651.5K ; 而通过详细的化学反应模型得到的 CJ 爆速为 2845.41 m/s , CJ 状态的压力和温度分别为 18.45atm 和 3673.6K 。两种结果最大误差大约为 0.60% , 说明计算结果是可信的。

在第二个实例中, 采用的是化学当量比的氢氧混合物, 来流马赫数为 7.5 , 初压 $p_0=0.4\text{atm}$, 初温 $T_0=293.0\text{K}$, 楔面角为 25° 。数值结果与实验纹影图片如图 5 所示。比较两者可以发现典型的斜激波、斜爆轰波以及斜激波、斜爆轰波与爆燃波交汇成的三波点。因此本文所采用的数值方法能够对斜爆轰波结构进行详细的解析。

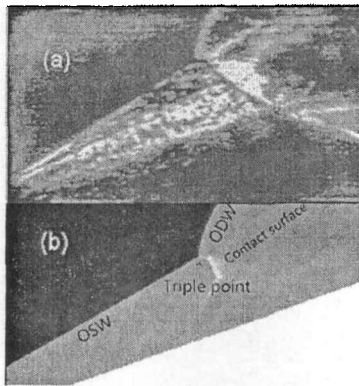


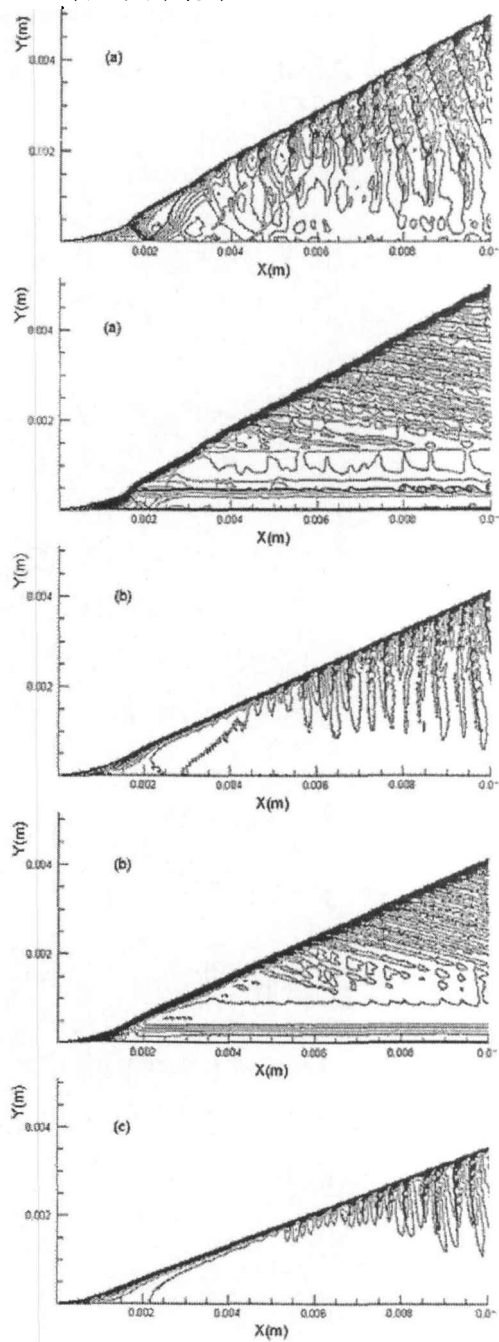
图 5 斜爆轰波结构 (a) 实验纹影图片 (b) 数值密度云图

4 数值结果与讨论

4.1 横向激波的评价标准

本文通过改变来流马赫数来得到两种类型的斜爆轰波。压力和温度云图如图 6 所示。以前的研究表明: 两种转变类型的出现与放热反应时间 t_q 和诱导反应时间 t_i 的比值相关, 当 t_q/t_i 比较大时, 就出现平滑的那种类型, 但当 $t_q/t_i \rightarrow 0$, 突变型就会出现。当马赫数由 7.5 变成 8.5 时, 波后压力和温度增加, 就降低了诱导反应的时间, 比值 t_q/t_i 就会增大, 从而出现了平滑型。然而流场中出现一种特

殊的现象, 在突变型的实例(图 6 (a))中, 主流三波点之后出现了一道横波, 这道横波在实验中也可以观察得到, 但在平滑型(图 6 (b,c))中, 横向激波就比较弱, 甚至没有出现。因此, 横向激波存在与否是两种类型的斜爆轰波的重要的外部特征。这道横向激波使得下游出现不稳定的结构, 下游不稳定的结构严重影响斜爆轰波的驻定, 因此需要寻求横向激波存在与否的标准。虽然以前的研究能够定性分析, 但是对于工程应用而言, 最好有一个定性的公式进行参考, 因此下面的研究就来探讨横向激波存在与否的判断标准。



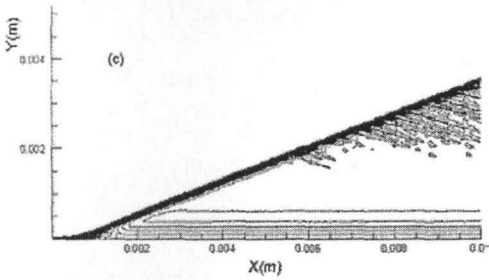


图6 压力和温度云图(a) Ma = 7.5 (b) Ma = 8.0 (c) Ma = 8.5

图7 是来流马赫数分别为 7.5, 8.0 和 8.5 条件下的主流三波点区域的压力分布。在来流马赫数为 7.5 时表现出比 8.0 和 8.5 更高的压力峰值。在下游, 压力出现振荡, 而马赫数为 8.0 和 8.5 时, 压力分布比较平滑。图 8 是来流马赫数分别为 7.5, 8.0 和 8.5 条件下的主流三波点区域的当地马赫数分布。由于马赫数为 7.5 时具有很高的压力峰值, 使得三波点附近出现亚声速区, 当地马赫数最小值达到 0.6, 而马赫数为 8.0 和 8.5 的条件下, 所有的流场都是超声速区。两种不同的斜激波到斜爆轰的转变过程存在着截然不同的当地马赫数分布, 尤其来流马赫数为 7.5 时出现的亚声速区, 因此本文下一步分析当地马赫数对横向传播的影响的程度。

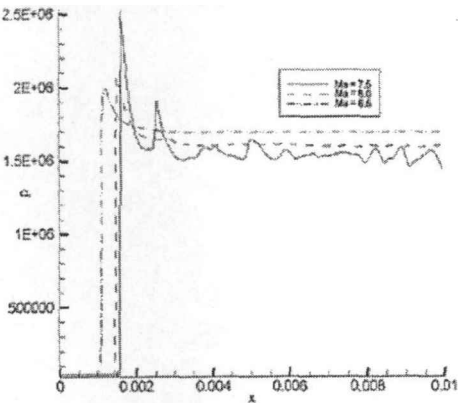


图7 不同马赫数条件下三波点附近的压力分布

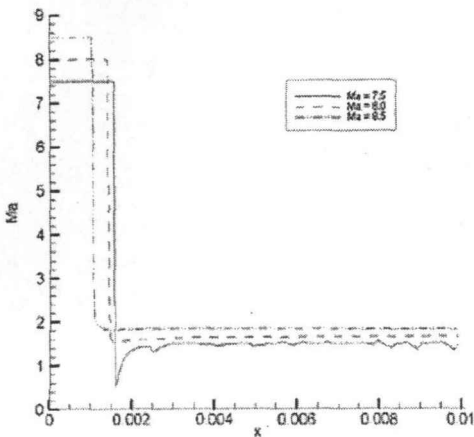


图8 不同马赫数条件下三波点附近的当地马赫数分布

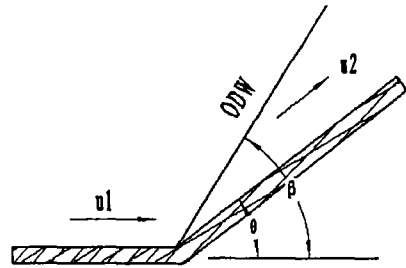


图9 斜爆轰简化模型示意图

为了得到横向激波存在与否的评价标准, 本文对斜爆轰波模型进行简化 (如图 9), 忽略斜激波部分, 同时给定三个假设: (1) 来流为预混未燃气体, 混合均匀, 流动稳定; (2) 化学反应层等效于放热, 放热量为 Q ; (3) 流动无粘绝热。那么守恒方程可以写成

$$\begin{cases} \rho_1 u_{1n} = \rho_2 u_{2n} \\ P_1 + \rho_1 u_{1n}^2 = P_2 + \rho_2 u_{2n}^2 \\ C_{p1} T_1 + Q + \frac{u_{1n}^2}{2} = C_{p2} T_2 + \frac{u_{2n}^2}{2} \end{cases} \quad (4)$$

其中角标 n 表示流体垂直于楔面的方向, 通过变换, 最终的方程可以表示为

$$\begin{cases} \frac{(2A-1)\gamma_1+1}{2} M_{1n}^2 X^2 - A(1+\gamma_1 M_{1n}^2) X + \left(1 + \frac{\gamma_1-1}{2} M_{1n}^2\right) + \tilde{Q} = 0 \\ A = \frac{\gamma_2(\gamma_1-1)}{\gamma_1(\gamma_2-1)} \\ X = \frac{\tan(\beta-\theta)}{\tan\beta} \\ M_{1n}^2 = M_1^2 \sin^2\beta \\ \tilde{Q} = Q/C_{p1} T \end{cases} \quad (5)$$

其中, M_1 为斜爆轰波前马赫数, M_{1n} 波前法向马赫数, θ 为楔面角, β 为斜爆轰角, \tilde{Q} 为无量纲的放热量, C_{p1} 为定压比热, T_1 为波前温度, γ 为绝热指数。对于量热完全气体:

$$\begin{cases} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_{1n}^2}{(\gamma-1)M_{1n}^2+2} \\ \frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_{1n}^2-1) \\ M_{2n}^2 = \frac{M_{1n}^2 + [2/(\gamma-1)]}{[2\gamma/(\gamma-1)]M_{1n}^2 - 1} \end{cases} \quad (6)$$

通过以上方程, 当地速度 u_2 可以得到

$$\begin{aligned} u_2 &= M_2 a_2 = \frac{M_{2n}}{\sin(\beta-\theta)} a_2 \\ &= \frac{M_{2n}}{\sin(\beta-\theta)} \sqrt{\gamma \frac{p_2}{\rho_2}} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$

本文定义无量纲的比值 ϕ

$$\phi = u_2 / u_{CJ} \quad (8)$$

其中 CJ 速度 u_{CJ} 可以由详细的化学反应模型得到。

本文设计了 38 个实例, 初始静压 $p_0=0.4\text{atm}$, 初始静温 $T_0=300\text{K}$ 。这 38 个实例满足两种不同的斜激波向斜爆轰波转变。16 个实例模拟不同的马赫数对 ϕ 的影响, 其余 22 个实例模拟不同的楔面角对 ϕ 的影响。模拟结果如图 10 和 11 所示。

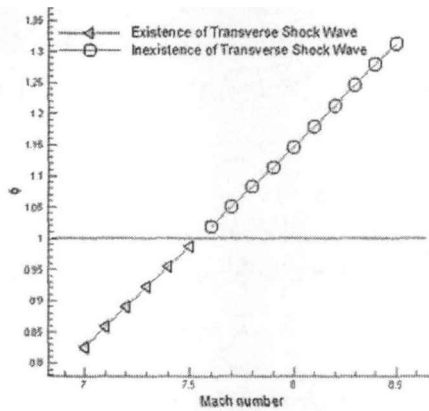


图 10 不同来流马赫数条件下 ϕ 分布 ($\theta=30^\circ$)

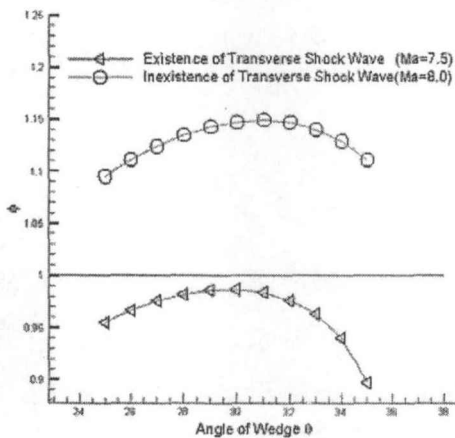


图 11 不同楔面角条件下 ϕ 分布

图 10 是不同的来流马赫数条件下 ϕ 的分布。由图可知, 随着马赫数增加, ϕ 值呈现线性增加的趋势。其中 $\phi < 1$ (图中三角标识区域) 横向激波存在于主流三波点附近, 当 $\phi > 1$ (图中三角标识区域) 横向激波并没有出现。改变楔面角, 由图 11 可知, 随着楔面角的增加, ϕ 值呈现抛物线分布的趋势, 同样 $\phi = 1$ 是一个分界线, $\phi < 1$ 时横向激波在三波点附近出现, 但 $\phi > 1$ 时横向激波不会出现。因此对于通过以上的研究, 我们可以得到横向

激波存在与否的评价标准, 具体的公式表示为

$$\text{Transverse shock wave} = \begin{cases} \text{True} (\phi < 1) \\ \text{False} (\phi > 1) \end{cases} \quad (9)$$

同时这个结论必须满足驻定斜爆轰波的两个条件。

4.2 实验验证

实验验证选取的是 Broda^[13]在 1993 年的实验结果。由于实验结果较少, 本文选取了两种典型转变类型, 来求取 ϕ 值, 验证是否符合本文得到的评价标准。实验纹影图片如图 12 和图 13 所示

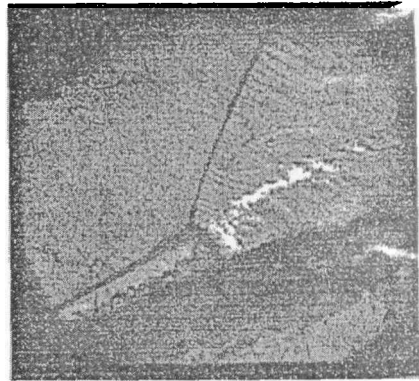


图 12 斜爆轰波结构纹影图 (突变型)

(Ma=6.7 C2H2+2.5O2+10.5Ar P0=30KPa, T0=293K)

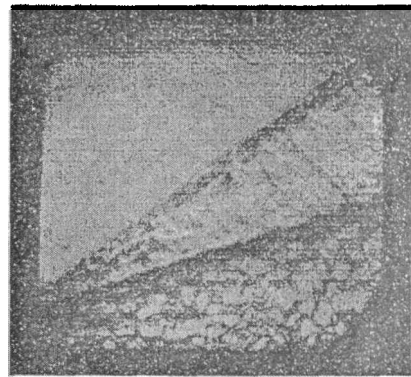


图 13 斜爆轰波结构纹影图 (平滑型)

(Ma=8.8 2H2+O2+3.76N2 P0=30KPa, T0=293K)

图 12 来流马赫数为 6.7, 采用化学当量比乙炔氧气与氩气的混合气体。初始压力为 30KPa, 初温为 293K, 图中出现横向激波, 属于突然转变的那种类型, 经过计算 $\phi=0.869$, 此时的 ϕ 值满足我们 $\phi < 1$ 横向激波出现的评价标准。图 13 来流马赫数为 8.8, 采用化学当量比氢气与空气的混合气体, 初始压力为 30KPa, 初温为 293K, 图中没有出现横向激波, 属于平滑转变的那种类型, 经过计算 $\phi=1.673$, 同样此时的 ϕ 值满足我们 $\phi > 1$ 横向激波不会出现的评价标准。因此有两个实验可以验证本

文得到的横向激波存在与否评价标准的正确性。

4.3 ϕ 的物理意义

本文的研究中, $\phi = u_2 / u_{CJ}$, 表面上看属于一个无量纲的量, 但是把此公式进行拆解就可以得到有价值的意义。

对于稳定 CJ 爆轰波, 通常

$$u_{CJ} = a_{CJ} \quad (10)$$

把公式(10)代入公式(8)可得

$$\phi = u_2 / a_{CJ} = Mu_2 \quad (11)$$

因此对于稳定的斜爆轰波下游, ϕ 可以看做是波后的马赫数。当马赫数小于 1, 主流三波点附近出现横向激波, 而马赫数大于 1 时, 横向激波不会出现。

5 结论

本文通过简化理论和数值计算研究了驻定斜爆轰波中横向激波存在与否的标准, 得到如下结论:

- (1) 横向激波出现在斜激波向斜爆轰突然转变的这种类型中, 而不会出现在平滑型中
- (2) 本文得到横向激波存在与否的评价标准: 当 $\phi < 1$ 时, 斜激波向斜爆轰转变比较剧烈, 横向激波出现在主流三波点附近, 而 $\phi > 1$ 时, 斜激波向斜爆轰转变比较平滑, 横向激波不会出现在主流三波点附近。
- (3) 评价参数 ϕ 的物理表示为稳定斜爆轰下游的波后马赫数

参考文献

- [1] Smeets, G.: IUTAM Symposium on Combustion in Supersonic Flows. Chamption, M., and Deshaies, B., eds., kluwer (1995)
- [2] D.T.Pratt, JW Humphrey.: Morphology of standing oblique detonation waves. Propulsion and Power 7(5), 837-845 (1991)
- [3] Luis Fernando, Figueira Da Silva, Bruno Deshaies.: Stabilization of an oblique detonation wave by a wedge: A parametric numerical study. Combustion and Flame 121(1&2), 152-166 (2000)
- [4] Miltiadis V. Papalexandris.: A Numerical Study of Wedge-Induced Detonations. Combustion and Flame 120, 526-538 (2000)

- [5] Dabora, E.K., Desbordes, D., Wagner, H.G.: Oblique Detonation at Hypersonic Velocities. In: Dynamics of Detonations and Explosions, AIAA 133, 187-201 (1991)
- [6] Viguier C., Gourara A., Desbordes D.: Onset of Oblique Detonation Waves: Comparison between
- [7] C.A.R. Pimentel, J.L.F. Azevedo, L.F.Figueira da Silva, B. Deshaies.: Numerical Study of Wedge Supported Oblique Shock Wave-Oblique Detonation Wave Transitions. J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences XXIV, 149-157 (2002)
- [8] Jeong-Yeol Choi, Dong-Wan Kim, In-Seuck Jeung et al.: Cell-like structure of unstable oblique detonation wave from high-resolution numerical simulation. Proceeding of the Combustion Institute 31(2), 2473-2480 (2007)
- [9] Sichel M., Tonello N., Oran E. And Jones D.: A Two-step Kinetics Model for Numerical Simulation of Explosions and Detonations in H₂-O₂ Mixture. Proc. R. Soc. Lond. A 458, 49-82 (2001)
- [10] McBride B., Zehe M. and Gordon S.: NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamics Properties of Individual Species. NASA/TP 211556(2002)
- [11] Shu, C.W., Osher, S.: Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes II. J. Computational Physics 83, 32-78 (1989)
- [12] Steger J. and Warming R.: Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamics Equations with Applications to Finite Difference Methods. J. Comp. Phys 40, 263-293 (1981)
- [13] Broda, An experimental study of oblique detonation waves, Ph.D Paper, 1993