



CSTAM 2008-0001

## 远程导弹的超低飞行轨道分析

樊菁，蒋建政，吴晨曦，孙泉华，黎作武\*

中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室

中国科学院高超声速科技中心

\*北京航空航天大学CFD实验室

### 第一届高超声速科技学术会议

2008年12月28-30日 云南·丽江

# 远程导弹的超低飞行轨道分析

樊菁, 蒋建政, 吴晨曦, 孙泉华, 黎作武<sup>1</sup>

(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京市北四环西路15号, 100190)

(中国科学院高超声速科技中心, 北京市北四环西路15号, 100190)

(1 北京航空航天大学 CFD 实验室, 北京市海淀区学院路37号 100191)

**摘要** 本文研究一种最大高度约100km的超低飞行轨道, 及其周围稀薄空气对远程导弹的速度、高度和射程的影响。计算和分析表明, 在相同载荷条件和射程条件下, 超低弹道和经典的最小能量弹道对于火箭动力的需求大致相当, 射程10000km以上基本相同。头部半径为5cm的轴对称外形, 沿超低弹道飞行时, 其驻点热流在高度25km附近达到最大值50MW/m<sup>2</sup>, 约为最小能量弹道驻点热流最大值的50%。由于超低弹道对升力没有要求, 飞行过程中的气动加热问题, 沿用成熟方法如烧蚀防热即可解决。总体而言, 超低弹道对于火箭动力与外形气动/热要求, 现有技术容易满足, 因此利用它增强远程导弹的突防能力是现实可能的。

**关键词** 远程导弹, 超低飞行轨道, 稀薄气体效应, 动力需求, 驻点热流, 突防

## 引言

远程导弹沿着经典的最小能量轨道飞行时, 高度大都在200km以上。那里的空气非常稀薄, 对于导弹运动的影响很小, 可以忽略, 这自然有利于导弹运动路径的预测和拦截, 因此美国的国家导弹防御计划(NMD)的拦截重点放在高度220km左右。

压低弹道是一种可能的突防途径[1]。顾名思义, 压低弹道比经典弹道更接近地球表面。缩短了总的飞行时间, 增加了导弹在大气层内和地平线以下的飞行时间。这不仅减少了远距离雷达探测的时间, 由于大气的扰动, NMD针对大气层外没有空气影响的经典弹道的拦截技术不再适用。压低弹道担心的问题是, 在有效载荷一定的情况下, 射程比最小能量弹道有所缩短, 以及长时间气动加热对热防护系统的影响等。

我们设想一种超低远程导弹飞行轨道, 它的最高飞行高度在100km左右。这种超低弹道, 比通常的压低弹道更具突防优势。但是, 普遍认为, 飞行高度的下降, 空气阻力和气动加热等更加显著, 对于远程导弹的射程、热防护等的影响很大。本文将从基本方程出发, 对这些问题予以研究。

## 1 远程导弹的经典飞行轨道

如图1所示, 经典的远程导弹飞行轨道  $A_1AMB_1$  可以分为三个阶段: 1) 起飞段  $A_1A$ , 也叫火箭助推段; 2) 自由飞行段  $AMB$ ; 3) 再入段  $BB_1$ 。

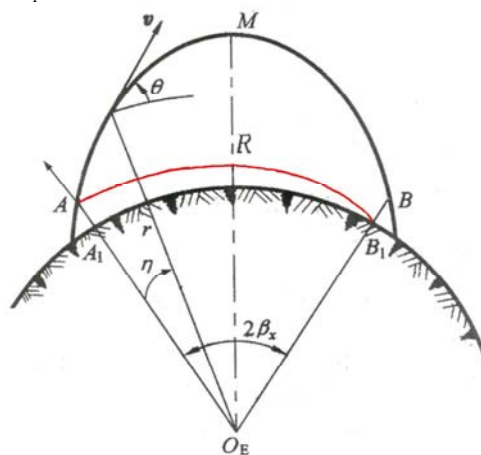


图1 远程导弹飞行轨道示意图。  $ARB_1$ : 本文设想的超低弹道;  $AMB$ : 经典的最小能量弹道;  $A_1A$ : 火箭助推段;  $BB_1$ : 再入段。

在起飞段, 火箭推力的作用是主要的, 另外还要考虑重力和空气阻力的影响。起飞段的范围一般从地面到海拔100km, 在这个阶段, 重力随高度的变化以及地球表面曲率的影响很小, 可以忽略。

在起飞段结束即火箭发动机熄火时刻  $t_1$ ，导弹的速度 [2]

$$v_1 = -\int_0^{t_1} \frac{D}{M} dt - g \int_0^{t_1} \sin \theta dt + c \ln \frac{M_0}{M_1} \quad (1)$$

其中  $M$  导弹瞬间质量， $M_0$  和  $M_1$  分别是导弹发射时刻和  $t_1$  时刻的质量， $D$  为导弹飞行中受到的周围空气的阻力， $\theta$  为导弹飞行方向与水平线的夹角，重力加速度  $g = 9.8 \text{m/s}^2$ ， $c$  为火箭发动机喷气速度。

对于多级火箭，方程(1)右端最后一项需要改写，即

$$v_1 = -\int_0^{t_1} \frac{D}{M} dt - g \int_0^{t_1} \sin \theta dt + \sum_{i=1}^N c_i \ln \frac{M_0^i}{M_1^i} \quad (2)$$

这里  $M_0^i$  和  $M_1^i$  分别是第  $i$  级火箭点火和熄火时刻的导弹质量， $c_i$  是第  $i$  级火箭发动机的喷气速度。

方程(1)或(2)右端第 1 项和第 2 项分别反映了空气阻力和重力的影响。空气阻力带来的损耗大致在几百米/秒[2]，作为估计，本文取

$$\Delta V_D = -\int_0^{t_1} \frac{D}{M} dt \approx 500 \text{m/s} \quad (3)$$

重力的影响，按照文献[2]所给的典型火箭起飞过程，火箭起飞到熄火整个过程共飞行 160s，其中 0-7s 垂直飞行， $\theta = \pi/2$ ；7-87s 为改变方向作轨道飞行，从  $\pi/2$  等速递减到最佳射角  $\theta_A$ ，此后保持不变。则

$$\begin{aligned} \Delta V_g &= g \int_0^{160} \sin \theta dt \\ &= g \left[ \int_0^7 \sin \frac{\pi}{2} dt + \int_7^{87} \sin \theta dt + \int_{87}^{160} \sin \theta dt \right] \\ &= g \left[ 7 + 80 \cos \theta_A / (0.5\pi - \theta_A) + 73 \sin \theta_A \right] \end{aligned} \quad (4)$$

沿经典的最小能量弹道  $AMB$  (图 1) 飞行过程中，无火箭推力，空气阻力影响也可忽略，导弹可看作有心力（重力）作用下的质点运动，其轨迹方程为[3]

$$r = \frac{p}{1 - e \cos(\eta - \eta_0)} \quad (5)$$

其中  $p = v_A^2 \cos^2 \theta_A / g_A$ ， $e = \sqrt{1 + v(v-2) \cos^2 \theta_A}$ ， $v = v_A^2 / (g_A r_A)$ ， $v_A$  和  $\theta_A$  是导弹在 A 点的速度及其与水平线的夹角， $r_A$  是 A 点到地心的距离， $g_A$  是 A 点的重力加速度。

当  $r$  取极大值时， $\eta = \eta_0$ 。射程  $X_E \cong 2\beta_X r_E$  (忽略起飞段和再入段对射程的影响) 时，

$\eta_0 = \eta_M = \beta_X$ ，这里  $r_E = 6371 \text{km}$  为地球半径。 $\theta_A^* = \frac{\pi}{4} - \frac{\beta_X}{2}$  时，A 点速度取最小值 [2,3]

$$v_A^2 = r_A g_A \tan \beta_X \frac{\tan^2 \theta_A^* + 1}{\tan \theta_A^* + \tan \beta_X}, \quad (6)$$

也就是所谓的最小能量弹道。

## 2 远程导弹的超低飞行轨道

如图 1 和 2 所示，超低弹道  $ARB_1$  的径向和周向运动方程为

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\eta}{dt} \right)^2 = \frac{T_r - Mg + L \cos \theta - D \sin \theta}{M} \quad (7a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\eta}{dt} \right) = \frac{(T_\eta - D \cos \theta - L \sin \theta) \times r}{M} \quad (7b)$$

其中  $L$  为气动升力， $T_r$  和  $T_\eta$  为火箭发动机的径向和周向推力。

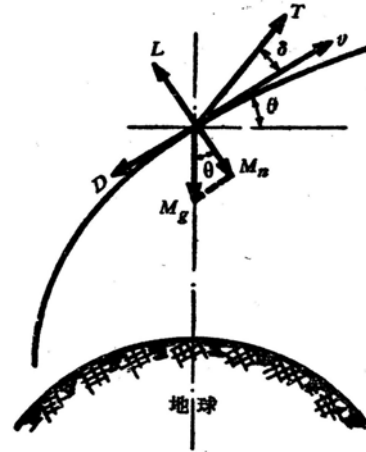


图 2 导弹飞行过程中的受力示意图

令  $r = r_A + r'$ ，并将方程 (7a) 和 (7b) 的右端分别记为  $a$  和  $br$ 。当  $r_A \gg r'$ ， $a$  和  $b$  为常数时，方程(7a)和(7b)可简化为

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r_A \left( \frac{d\eta}{dt} \right)^2 = a \quad (8a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( r_A^2 \frac{d\eta}{dt} \right) = br_A \quad (8b)$$

积分并利用 A 点的初始条件，得到

$$\begin{aligned} r' &= \frac{b^2}{12r_A} t^4 + \frac{bv_A \cos \theta_A}{3r_A} t^3 \\ &+ \left( \frac{v_A^2 \cos^2 \theta_A}{2r_A} + \frac{a}{2} \right) t^2 + v_A \sin \theta_A t \end{aligned}, \quad (9a)$$

$$\eta = \frac{b}{2r_A} t^2 + \frac{v_A \cos \theta_A}{r_A} t. \quad (9b)$$

假设火箭燃料能够为飞行器提供的最大速度增量为  $v_*$ 。从方程(9b)出发, 考虑两种方式。第一种在  $A$  点处将燃料全部消耗完毕, 即  $v_A = v_*$ , 此时最大射程角

$$\eta_{\max} = -v_*^2 / (2br_A). \quad (10)$$

第二种在  $A$  点处保留有一部分燃料用于克服飞行过程中的空气阻力, 假定这一部分燃料提供的速度增量为  $-bt_a$ , 故  $v_A = v_* + bt_a$ 。飞行过程中,  $t_a$  时间内由燃料克服阻力, 其射程角为  $\eta_a = (v_* + bt_a)t_a / r_A$ ; 此后在空气阻力作用下, 再经过  $t_b = -(v_* + bt_a) / b$  射程角达到极大值,  $\eta_b = -(v_* + bt_a)^2 / (2br_A)$ 。第二种方式的最大射程角

$$\eta_{\max} = \eta_a + \eta_b = -\frac{v_*^2}{2br_A} + \frac{bt_a^2}{2r_A}. \quad (11)$$

因为  $b < 0$ , 故第二种方式的射程角小于第一种方式。也就是说, 最节约能量的超低弹道, 是在起飞段结束时用尽推进剂。

### 3 稀薄气体对超低弹道的影响

以普通的球柱外形为例, 考虑零攻角情况。利用直接模拟 Monte Carlo (DSMC) 方法 [4], 可以算出超低弹道不同高度和速度下的阻力系数  $C_D = 2D / (\rho_\infty v_\infty^2 S)$  (图 3); 在连续介质区域, 阻力系数取无粘估计值 0.88。

假设超低弹道  $ARB_1$  的 (图 1) 初始高度为 100km,  $\theta_A = 0$ 。零攻角条件下, 升力为零, 将阻力系数代入方程 (7a) 和(7b), 利用打靶法, 计算得到初始速度  $v_A = 7.8\text{km/s}$  时, 射程为

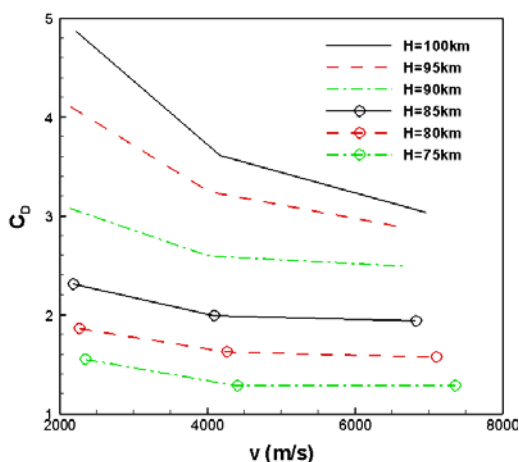
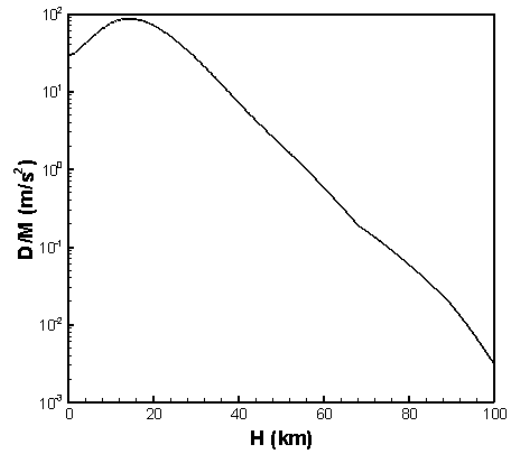
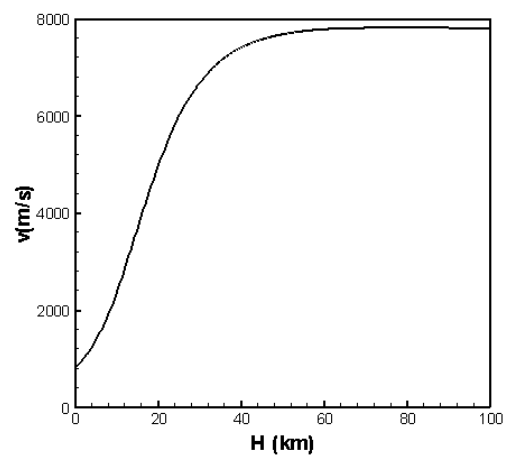


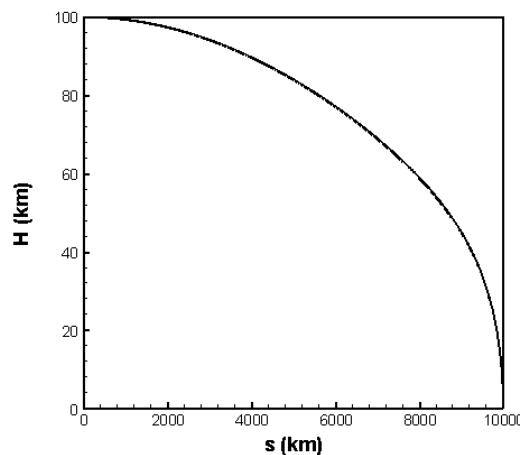
图 3 DSMC 方法给出的高度 75km-100km, 零攻角尖锥外形阻力系数与速度的关系



4a) 空气阻力引起的加速度



4b) 速度



4c) 沿地球表面的位移

图 4 零攻角尖锥外形沿超低轨道飞行时, 空气阻力引起的加速度、尖锥速度和沿地球表面的位移随高度的变化

10000km。图 4a-4c)给出了飞行过程中, 空气阻力导致的加速度、速度、沿地球表面的位移随高度的变化。

高度 60km 以上的加速度很小，速度几乎没有变化，80km 以上沿地球表面的位移约占射程的 56%，高度 60km 时位移达到射程的 79%。

60km 以下，空气阻力引起的加速度迅速增大，在 15km 达到最大值，约为 9g（图 4a）。速度相应地迅速减小（图 4b），20km 时约为 5km/s，10km 时约 2km/s。高度 40km 时位移已达射程的 92%（图 4c），20km 以下的位移仅占射程的 2%。

## 4 两种弹道的动力需求比较

### 4.1 最小能量弹道

根据公式(2-4)和(6)，一定射程下，最小能量弹道需要火箭提供的速度增量为

$$\Delta V \equiv \sum_{i=1}^N c_i \ln \frac{M_0^i}{M_1^i} = v_A + \Delta V_D + \Delta V_g \quad (12)$$

其中  $\beta_x$  和  $\theta_A$  与射程的关系由  $\beta_x \cong X_E / (2r_E)$ ，

$$\theta_A = \frac{\pi}{4} - \frac{\beta_x}{2} \text{ 确定，代入 (6) 即获得 } v_A。$$

当射程  $X_E$  分别为 8000km、10000km 和 12000km 时，方程 (12) 求出的  $\Delta V$  分别为 8.28km/s、8.60km/s 和 8.80km/s。

### 4.2 超低弹道

当射程分别为 8000km、10000km 和 12000km 时，利用打靶法求解方程 (7a) 和 (7b)，求得  $v_A$  分别为 7.79km/s、7.81km/s 和 7.82km/s。类似方程(12)，假设火箭起飞到熄火仍然飞行 160s，其中 0-7s 垂直飞行， $\theta = \pi/2$ ；7-160s 为改变方向作轨道飞行，从  $\pi/2$  等速递减到 0，那么  $\Delta V_g = g \int_0^{160} \sin \theta dt$

$$= g \left[ \int_0^7 \sin \frac{\pi}{2} dt + \int_7^{160} \sin \theta dt \right] = 104.4 g ; \text{ 三}$$

种射程下超低弹道需要火箭提供的速度增量分别为 9.31km/s、9.33km/s 和 9.34km/s。可以看到，超低弹道的动力需求与最小能量弹道大致相当。

## 5 两种弹道的驻点热流比较

文献[5]给出了适用于整个流动领域的高超声速驻点热流表达式

$$q/q_{FM} = 1 - 1 / \left( 1 + 2.13 \sqrt{Kn_\infty} / \Lambda \right), \quad (13)$$

其中  $q_{FM} = \rho_\infty v_\infty^3 / 2$ ， $Kn_\infty$  为自由来流的 Knudsen 数，轴对称情况  $\Lambda = 1$ ，二维情况  $\Lambda = \sqrt{2}$ 。

对于图 4b)所示的超低飞行轨道，驻点热流随高度的变化可通过公式(13)获得，图 5 给出了轴对称驻点特征半径等于 5cm 时的预测结果。高度 100km-60km，驻点热流从 0.1 MW/m<sup>2</sup> 向 10 MW/m<sup>2</sup> 缓慢增加，也就是说，对于超低弹道 4b)，在 79% 的射程内，气动加热影响有限。最大驻点热流出现在高度 25km，约为 50MW/m<sup>2</sup>。高度 58km-10km 的驻点热流超过 10MW/m<sup>2</sup>，持续时间约为 280s。超低弹道对于外形升力没有要求，例如图 4c)的射程计算中升力为零。这意味着成熟的再入烧蚀防热技术仍然适用，可以用来克服 25km 附近的较高热流。

文献[6]图 1-8 给出了相同条件下，沿最小能量弹道飞行的驻点热流分布，最大值约为 100MW/m<sup>2</sup>，出现在 12km 附近，大约是超低弹道的 2 倍。

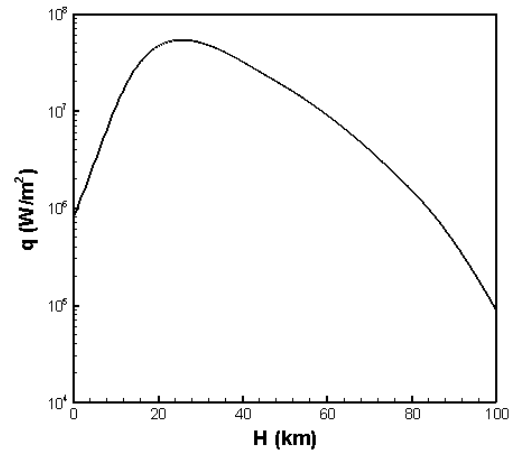


图 5 特征半径为 5cm 的轴对称外形，沿图 4b)超低弹道飞行时，驻点热流随高度的变化

## 致 谢

本文工作得到国家自然科学基金项目杰出青年基金项目 10205024 和创新群体项目 10621202 的支持。

## 参考文献

- 1 孙景文，李志民. 导弹防御与空间对抗，北京：原子能出版社，2004.
- 2 钱学森. 星际航行概论. 北京：科学出版社，1963.
- 3 朱照宣，周起钊，殷金生. 理论力学. 北京：北京大学出版社，1982.
- 4 孙泉华，樊普，刘宏立，蒋建政，稀薄气体效应对高超声速飞行器气动性能的影响，CSTAM-2008-0004.

## ANALYSIS OF ULTRA-LOW FLIGHT TRAJECTORY OF LONGE-RANGE MISSILES

FAN Jing JIANG Jianzheng WU Chenxi

(Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

(Hypersonic Research Center CAS, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

**Abstract** An ultra-low flight trajectory with the maximum altitude of about 100km is investigated, together with effects of rarefied gas along it on long-range missiles. It is shown that under the same pay load and range, the power requirements of the ultra-low trajectory and classic minimum energy trajectory are close. For a axial symmetric configuration with the nose radius of 5cm, its stagnation heat flux along an ultra-low trajectory arrives at a maximum value of  $50\text{MW/m}^2$  around altitude 25km, which is about half of the maximum stagnation heat flux along a minimum energy trajectory. Aerodynamic heating along an ultra-low trajectory can be solved using common means such as ablation because it does not require lift. In general, the power and aerodynamic requirements of ultra-low flight trajectories can be satisfied based on existing technologies, and therefore it is realistic through it to promote the anti-defense ability of long-range missiles.

**Key words** long-range missile, ultra-low trajectory, rarefied gas, power, stagnation heat flux, anti-defense