

# 长杆弹垂直侵彻半无限厚靶板的简化模型\*

孙庚辰 吴锦云 赵国志 史骏

〔摘要〕 本文对长杆弹垂直侵彻半无限厚靶板的主要现象和过程作了分析。考虑了弹杆在侵彻过程中的破碎以及弹、板的材料性质对侵彻过程的影响，建立了一个垂直侵彻的简化计算模型，定量地描述了在侵彻半无限厚板的过程中弹杆的速度、长度和穿深的变化规律。研究的速度范围是 900~1600 米/秒。计算和实验结果符合较好。

## 一、引 言

高速长杆穿甲弹是目前各国普遍采用的反坦克武器的主要弹种之一。由于它具有速度高、长细比大（弹长与弹径之比在 10 倍以上）的特点，对防御目标的侵彻能力远远地超过了老式穿甲弹。为了进一步发展这一弹种，长杆弹对装甲板作用机理的研究即成了当前终点弹道研究的重要课题。

在长杆弹对金属靶板的作用下，弹、板材料发生复杂的变形和破坏过程。影响的因素很多，如冲击速度、入射角度、弹、靶材料性能及几何形状等。现象的复杂性给理论计算带来了困难。当前，对问题进行理论上的研究主要有两种途径：一种途径是采用计算机编码对一整套描述物理过程的力学方程进行数值计算，它需要了解弹、板材料的本构关系和破坏准则以及大容量的电子计算机；另一种途径是针对侵彻过程中的一部分主要现象，抓住主要影响因素，利用比较简单的材料本构关系，建立一套简化计算模型。这两种方法各有利弊、相辅相成，对了解侵彻机理和指导工程设计都很重要。

根据穿甲现象，可以把杆式弹贯穿中等厚度靶板的过程分为三个阶段：开坑阶段、侵彻阶段和冲塞阶段，其中“侵彻”是穿甲过程中很重要的阶段。因此，对于侵彻过程的研究是对杆式弹穿甲问题研究的基础。而杆式弹垂直入射半无限厚靶板的过程主要是一个侵彻过程，认识侵彻过程的图象，揭示弹的速度、长度、侵彻深度和时间的关系，对于杆式弹穿甲效应的研究是很有必要的。

## 二、侵彻过程的一般描述

细长杆对于半无限厚靶板的侵入过程大致可分为两个阶段：开坑阶段和侵彻阶段。靶

\* 1981年 2 月 13 日收到。

板的自由表面对弹杆的侵入有影响的阶段为开坑阶段。随后的侵入过程为侵彻阶段。弹杆碰撞靶板在碰撞界面上产生了很高的碰撞压力，并分别向靶板内和弹杆内传播两个反向冲击波。在弹杆内传播的冲击波由于弹杆侧端自由表面上反射的稀疏波的作用而很快地衰减，当行至二到三倍弹径以外时冲击波变得完全可以被忽略。弹杆在撞击界面附近的材料由于高碰撞压力的作用而引起变形和破坏，破碎后的材料沿坑壁反向飞溅。向靶板内传播的应力波，引起了碰撞点周围靶板材料以很大的变形速度作径向流动。同时，由于靶板自由表面的稀疏效应，一则不断削弱了应力波的强度，同时也造成靶板材料的破坏和向外飞溅。由于靶板材料的塑性流动（挤压）和飞溅，在靶板表面形成弹坑，这即为碰撞初期的开坑阶段。

弹杆若继续向靶板内推进，则开始了第二阶段——侵彻阶段。在这一阶段中由于弹杆仍有较高的运动速度，它对靶板材料进行挤压，引起了靶板材料的弹塑性流动，形成一个不断加深的弹孔。作用在弹杆头部的应力达到了一定程度时会造成弹杆材料的破坏，破坏以后的碎渣一部分残留在弹孔内，其余的部分在弹孔内沿弹杆的两侧向反方向排出。随着弹杆向靶板内侵彻，弹杆的长度不断减少，其速度不断降低，孔底材料的速度也不断降低，直至孔底的速度降低到零，侵彻则完全停止。

弹杆停止侵彻以后，若弹杆的剩余速度较高，而由此产生的动压力仍然有可能造成弹杆的继续破坏，直至弹速降低到不能继续造成弹杆材料破坏为止。最后残余的弹杆留在弹坑之中或被反弹出来。

### 三、基本假设

长杆式穿甲弹对半无限厚靶板的侵彻的主要特点是弹杆随着侵入靶板而不断地破碎消耗，它既不同于低速刚性弹的侵彻，也不同于高速射流的侵彻。为了对此侵彻过程建立一个简化的数学模型，需要对问题作如下的基本假设：

1. 假定细长杆对半无限厚靶的侵彻过程是一维准定常运动。即在运动中物理量随时间的变化比较缓慢。在某一时刻前后，运动的物理图象基本相同。

2. 假定靶板材料具有线性硬化的弹塑性本构关系，而弹体是理想刚塑性材料，并认为二者在侵彻过程中为不可压的。假定弹体材料能承受的最大压应力为  $Y_p$ ，在这种意义下，可以把  $Y_p$  看作杆体材料的某种压碎强度。

3. 假定弹杆侵彻靶板时，弹杆向前运动时排开靶板材料所受到的阻力（即为坑底压力）为  $P$ 。认为  $P$  由两部分组成： $P = P_r + P_i$ ，其中  $P_r$  是由于靶板材料的强度所引起的， $P_i$  是由于材料的惯性所引起的。在侵彻阶段，我们假设  $P$  相当于在无限介质中球孔动态膨胀时表面所受到的压力<sup>(1)</sup>。如果介质是线性硬化材料且为不可压缩的，则

$$P = P_r + P_i = -\frac{2}{3}Y_p \left( 1 + \ln \frac{2E}{3Y_p} \right) + \frac{2}{27}\pi^2 E_p + \rho_p \left( \frac{D}{2} \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} U^2 \right)$$

$$P_r = -\frac{2}{3}Y_p \left( 1 + \ln \frac{2E}{3Y_p} \right) + \frac{2}{27}\pi^2 E_p = R_p$$

$$P_i = \rho_p \left( \frac{D}{2} \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} U^2 \right)$$

其中  $Y_r$  为靶板材料的屈服强度,  $E$  为靶板材料的杨氏模数,  $E_r$  为硬化模数,  $\rho_r$  为密度,  $D$  为坑底的直径,  $U$  为坑底的运动速度。

在开坑阶段, 假设在碰撞靶板的初始时刻, 靶板对于弹杆侵入的静态阻力  $P_r$  相当于静态冲孔时施于材料表面的压力, 即等于靶板材料的硬度  $H_B$ 。当侵彻深度为一倍弹径时, 开坑阶段结束。此时  $P_r = R_r$ 。在开坑阶段内  $P_r$  的值连续过渡, 取为  $P_r = C_1 e^{x/d} + C_2$ , 这里  $x$  是侵彻深度。可以定出  $C_1 = \frac{R_r - H_B}{e - 1}$ ,  $C_2 = \frac{eH_B - R_r}{e - 1}$ 。

在碰撞的初始时刻, 假定坑底压力作用面积与弹杆截面积相同, 即  $A = A_0 = \frac{\pi}{4} d^2$ 。而开坑阶段结束时, 坑底压力的作用面积取为能够排出碎碴的最小坑底截面积, 即  $A = 2A_0$ 。在开坑阶段中  $A = \frac{\pi}{4} [d + (\sqrt{2} - 1)x]^2$ 。

#### 四、基本方程的建立

我们研究一个细长杆垂直侵彻半无限厚靶的一维准定常运动过程, 只考虑弹杆在靶板内沿侵彻方向的轴向运动部分。图 1 为侵彻模型示意图。一个长度为  $L_0$ , 直径为  $d$  的圆柱形弹杆以速度  $V_0$  碰撞靶板。设在时刻  $t$  弹杆的长度为  $L = L(t)$ , 弹杆的速度为  $V = V(t)$ , 即沿杆长度方向的分布是均匀的。坑底的运动速度为  $U = U(t)$  由准定常假设, 可将坐标原点取在坑底上, 这样弹杆相对于坑底的速度则为  $V - U$  于是下面在建立方程中的讨论都是在随坑底一起运动的动坐标系中进行的。首先, 弹杆长度变化的速率应为

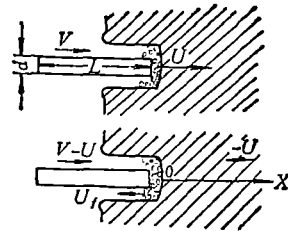


图 1 长杆侵彻模型示意

$$\frac{dL}{dt} = -(V - U) \quad (1)$$

弹杆在压力  $Y_p$  的作用下减速, 杆的运动方程为:

$$\rho_p A_0 \frac{dL}{dt} (V - U) + \rho_p A_0 L \left( \frac{dV}{dt} - \frac{dU}{dt} \right) = -Y_p A_0 - \rho_p A_0 (V - U)^2 - \rho_p A_0 L \frac{dU}{dt} \quad (2)$$

其中  $\rho_p$  为弹材的密度,  $A_0$  为弹杆的截面积。(2) 式等号左边的两项为单位时间内弹杆动量的变化。等式右边第一项  $-Y_p A_0$  为作用于杆端面的压力。第二项  $-\rho_p A_0 (V - U)^2$  为单位时间内由于杆破坏而从杆端面流出动量所引起的惯性力。第三项  $-\rho_p A_0 L \frac{dU}{dt}$  是动坐标相对于惯性坐标所引起的惯性力。把 (1) 式代入 (2) 式则可得到

$$\rho_p L \frac{dV}{dt} = -Y_p \quad (3)$$

假定弹杆材料的碎碴仅有一小部分堆积在坑底, 且随着侵彻过程的发展这部分碎碴的质量和速度变化缓慢, 用  $M$  和  $U_r$  分别表示其质量和平均速度。其余的弹杆碎碴被挤向两侧并沿孔壁反向流出。令其流出的速度为  $U_s$ , 于是可以得到碎碴堆积体的运动方程:

$$M \frac{dU_r}{dt} = A_0 Y_p + \rho_p A_0 (V - U)^2 - A_0 \rho_p (V - U) U_s - AP \quad (4)$$

其中  $A$  为坑底的截面积,  $AP$  为靶板作用于碎碴堆积体上的力。  $A_0 Y_p$  为弹杆作用于碎碴堆

积体上的力。 $\rho_p A_0 (V-U)^2$  和  $-\rho_p A_0 (V-U)U$ , 是单位时间内流入和流出碎碴堆积体的动量。由于假设运动是准定常的以及材料具有不可压缩的性质, 即单位时间内流入和流出坑底的碎碴的质量相等。这样弹碴流出坑底的速度应和流入坑底的速度数值相同, 即  $U_f = -(V-U)$ 。为了能使碎碴不断地排出, 坑底截面积至少应有  $A = 2A_0$ 。

现在来比较一下(4)式中的两项  $M \frac{dU_r}{dt}$  和  $A_0 Y_p$  的大小。因为  $\left| \frac{dU_r}{dt} \right| \sim \left| \frac{dV}{dt} \right|$ 。根据(3)式则有

$$\frac{\left| M \frac{dU_r}{dt} \right|}{|A_0 Y_p|} \approx \frac{M \frac{Y_p}{\rho_p L}}{A_0 Y_p} = \frac{M}{A_0 \rho_p L}$$

这里  $M$  是碎碴的质量, 而  $A_0 \rho_p L$  是弹杆的质量。若弹杆较长而碎碴的质量很小, 则

$$M/A_0 \rho_p L \ll 1 \quad (5)$$

因此  $M \frac{dU_r}{dt}$  这一项可以被忽略, 而(4)式被简化为

$$Y_p + 2\rho_p (V-U)^2 = \frac{A}{A_0} P \quad (6)$$

根据方程(1)、(3)、(6)再加上坑底的运动速度和侵彻深度的关系

$$U = \frac{dx}{dt} \quad (7)$$

以及初始条件:  $t=0$  时  $V=V_0$ 、 $L=L_0$ 、 $x=0$ 、 $U=U_0$ , 即可解出弹杆长度的变化  $L=L(t)$ , 弹杆速度的衰减  $V=V(t)$ , 侵彻速度  $U=U(t)$  和侵彻深度  $x=x(t)$  的变化规律。

初始侵彻速度  $U_0$  可根据(6)式求出

$$U_0 = \left[ 4V_0 - \sqrt{16V_0^2 - \left( 8 - 6 \frac{\rho_t}{\rho_p} \right) \left( 2V_0^2 + \frac{Y_p}{\rho_p} - \frac{H_B}{\rho_p} \right)} \right] / (4 - 3\rho_t/\rho_p) \quad (8)$$

(6)式中  $P = P_s + P_t = P_s + \rho_p \left( \frac{D}{2} \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} U^2 \right)$  在所考虑的速度变化范围内,

$$\frac{\frac{D}{2} \frac{dU}{dt}}{\frac{3}{2} U^2} \approx \frac{\frac{D}{2} \frac{U}{L/U}}{\frac{3}{2} U^2} = \frac{D}{3L} \quad (9)$$

因此  $\frac{D}{2} \frac{dU}{dt}$  比  $\frac{3}{2} U^2$  要至少小一个数量级, 这样两项相比可以忽略前者, 坑底压力  $P$  则简化为

$$P = P_s + \rho_p \cdot \frac{3}{2} U^2 \quad (10)$$

## 五、计算结果与实验结果相比较

数值计算选取了两组计算参数。一组为合金钢弹杆碰撞 45# 钢靶板。另一组为合金钢弹杆碰撞装甲钢靶板。具体的弹、板参数见表 1。计算中  $Y_p$  取为弹杆材料的极限拉伸强

度。布氏硬度近似取  $H_B = 3\sigma_B$ ,  $\sigma_B$  为靶板材料的拉伸强度。硬化模数  $E_t$  由靶板材料的应力应变曲线求得。

表 1 数值计算参数表

(单位  $\text{kg}/\text{mm}^2$ )

弹 杆			靶 板		
材 料	合 金 钢	合 金 钢	材 料	45° 钢	装 甲 钢
$Y_p$	190	190	$H_B$	180	300
$L$	114	70	$E_t$	380	510
$d$	6	6	$R_t$	518	830
$L/d$	19	11.7			

由计算所得到的弹杆碰撞速度和侵彻深度之间的关系表示在图 2 中。

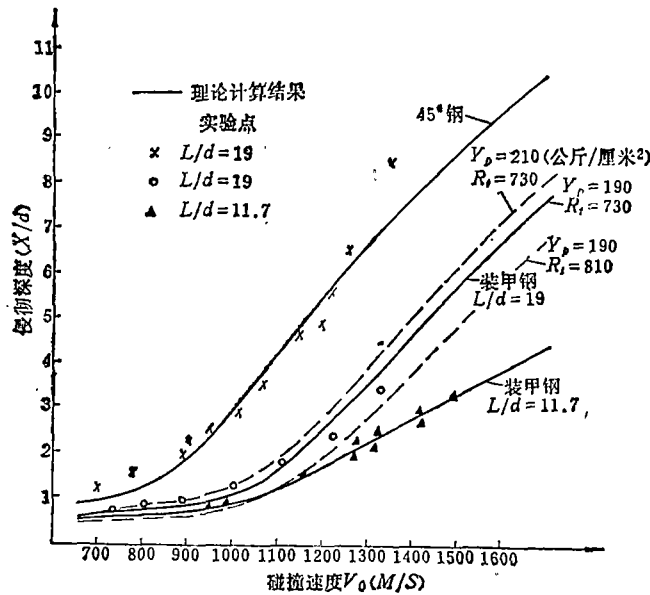


图 2 侵彻深度-碰撞速度曲线

图 3 给出了合金钢弹杆 ( $L/d = 11.7$ ) 以 1400 米/秒的速度侵彻装甲钢靶时弹杆长度、速度、侵彻速度和侵彻深度随时间变化的理论计算结果。

为了与理论计算的结果进行比较, 进行了两组侵彻实验。用合金钢圆柱形弹杆 (几何尺寸如图 4) 分别垂直碰撞 45° 钢靶和装甲钢靶。靶板的直径为  $\phi 60\text{mm}$ , 厚度为 80mm, 可以近似地认为是半无限厚的。实验结果表示在表 2 中。图 2 中还给出了实验结果和理论计算结果的比较, 结果表明两者符合得较好。

图 5 和表 3 给出了利用激光纹影照相对于合金钢弹杆 ( $L/d = 11.7$ ) 以 1400M/S 的速度碰撞装甲钢靶时, 不同时刻在弹坑外露出的弹杆长度的测量结果。在同样条件下的理论计算结果 [ $L(t) - X(t)$ ] 表示在图 6 中。两者相比较符合较好。

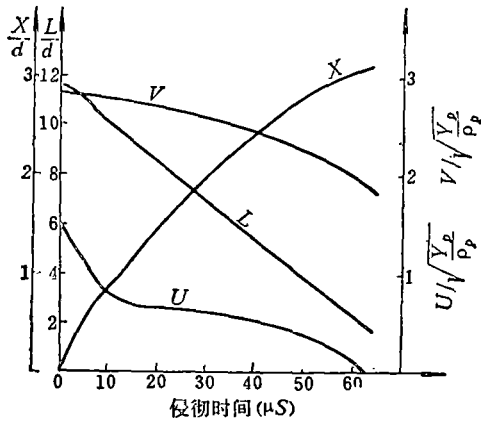


图3 弹杆的速度、长度、侵彻速度、侵彻深度随时间变化曲线 (合金钢杆磁控装甲靶)

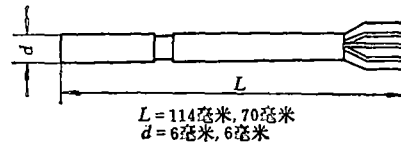


图4 钢杆实验弹示意图

表2 实验结果

序号	45° 钢靶			装 甲 钢 靶					
	V <sub>0</sub>	X	X/d	L/d = 19			L/d = 11.7		
				V <sub>0</sub>	X	X/d	V <sub>0</sub>	X	X/d
1	1350	50.5	8.4	1336	21	3.6	938	4.8	0.8
2	1221	33	5.5	1224	14	2.3	951	5.0	0.83
3	1261	39.5	6.6	1109	11	1.8	993	5.7	0.95
4	1201	29	4.8	1001	8	1.3	1159	9.4	1.57
5	1150	28	4.7	896	5.5	0.9	1161	9.1	1.52
6	1073	21	3.5	801	5	0.8	1156	11.7	1.95
7	1016	17.5	2.9	730	4	0.7	1150	12.0	2.00
8	950	15	2.5				1280	13.7	2.28
9	902	14	2.3				1272	12.1	2.02
10	889	12	2.0				1326	13.4	2.23
11	780	10	1.7				1317	15.5	2.58
12	710	8	1.3				1415	17.5	2.92
13							1422	17.0	2.83
14							1434	17.7	2.95
15							1490	20.2	3.37
16							1471	19.4	3.23

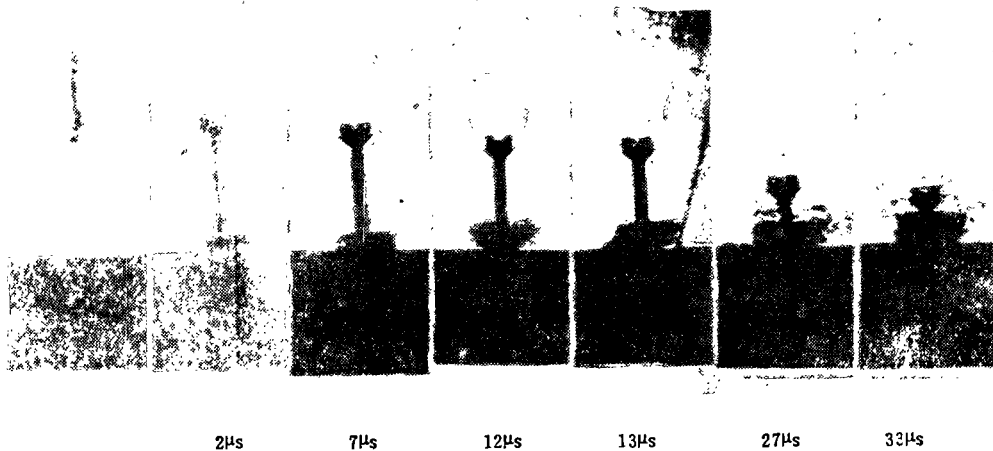


图5 激光纹影照相弹杆着靶后外露长度随时间变化

表 3 激光纹影照相测量结果

序号	碰撞速度 $V_0 (\frac{M}{S})$	时间 ( $\mu s$ )	弹杆在弹坑外长度 $L$ (mm)
1	1389	12	52
2	1400	7	58
3	1402	13	49
		33	23
4	1409	2	65
		27	31

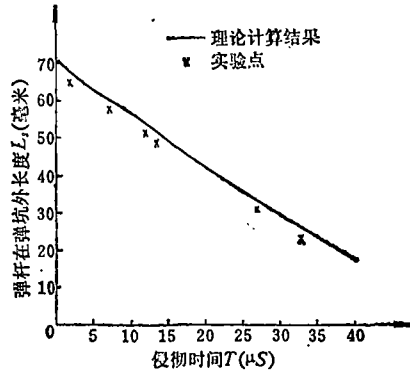


图 6 弹杆在弹坑外的长度随时间变化曲线

## 六、讨 论

1. 从图 2 中合金钢杆碰撞装甲钢的侵彻深度-碰撞速度曲线可以看出：在碰撞速度低于 1000M/S 的范围内，随着碰撞速度的提高侵彻深度的增加并不明显，而在 1000~1600M/S 的速度范围内，增加碰撞速度会有效地增加侵彻深度。

2. 图 2 中的虚线说明了对合金钢杆碰撞装甲钢靶而言，提高弹杆的压碎强度  $Y_p$  和增加靶板的阻力  $R$ ，对于弹杆侵彻深度的影响。结果表明：增加弹杆的压碎强度会使得侵彻深度增加，而增加靶板的阻力  $R$ ，会使侵彻深度减小。显然，压碎强度  $Y_p$  应和弹杆材料的强度性能成正比。而靶板的阻力  $R$ ，是和材料的屈服强度、杨氏模数以及硬化模数的大小成正比关系。

3. 从图 2 可以看出，在碰撞速度相同的情况下，长细比大的弹杆比长细比小的弹杆得到了较深的侵彻深度。这个结果表明，增大长杆穿甲弹的长细比更有利于对装甲板的侵彻。

4. 图 7 给出了合金钢杆以 1400M/S 的速度侵彻装甲钢靶时，在侵彻过程中弹杆动能随侵彻深度的变化。结果表明：在开坑阶段内消耗了弹杆总动能的 17.9%。而侵彻结束时消耗了弹杆总动能的 93.7%。

5. 从图 3 中侵彻速度  $U$  随时间变化的曲线可以看出：在侵彻过程的大部分时间内，侵彻速度的变化是比较缓慢的。这说明了在侵彻阶段采用准定常的假设是比较合适的。

6. 在实验中发现，回收到的残余弹杆长度比计算所得到的残余弹杆长度短。其原因分析如下：根据方程 (6) 在侵彻阶段可以写出

$$\frac{1}{2} Y_p + \rho_p (V - U)^2 - R, - \frac{3}{2} \rho_p U^2 = 0$$

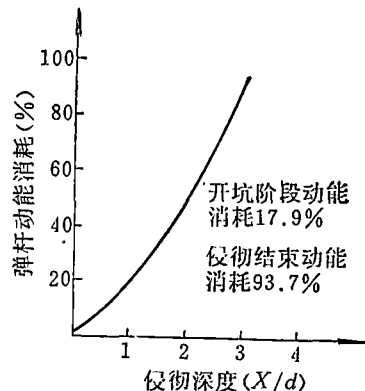


图 7 长杆侵彻动能消耗曲线

由上式可以解出

$$V = \{4\rho_p + [16\rho_p^2 U^2 - 8\rho_p U^2 - 3\rho_p U^2 - 2R_t + Y_p]^{1/2}\} / 4\rho_p$$

当弹杆侵彻结束  $U = 0$  时,

$$V_s = \sqrt{\frac{2R_t - Y_p}{2\rho_p}}$$

若  $2R_t - Y_p > 0$ , 则  $V_s > 0$ 。即当侵彻停止时弹速不等于零。弹杆将继续破碎而侵彻深度并不增加。对于合金钢的弹杆碰撞 45° 钢和装甲钢靶的实验都满足这一条件, 弹杆在侵彻停止后仍然继续破碎, 因此在实验中回收到的弹杆剩余部分的长度要比真正的在侵彻停止时的残余弹长短。

若  $2R_t - Y_p = 0$ , 则  $V_s = 0$ 。即当侵彻停止时弹速也等于零。弹杆停止了运动和继续破碎。

若  $2R_t - Y_p < 0$ , 则在侵彻过程中当  $V = U$  时,  $U_s = \sqrt{(Y_p - 2R_t) / 2\rho_p}$ , 从这一时刻开始弹杆停止破碎并像一个刚体一样继续侵彻直至  $U = 0$  为止。

参加本项工作的还有陈受恒同志, 本文在工作过程中得到了郑哲敏、谈庆明同志具体的指导, 在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Goodier "On the Mechanics of Indentation and Cratering in Solid Targets of Strain-Hardening Metal by Impact of Hard and Soft Spheres" Proceedings Seventh Hyper-Velocity Impact Symposium, Vol II, Tampa, Feb 1965 PP. 215~260.

## A SIMPLIFIED MODEL OF THE PENETRATION OF THE LONG-ROD PENETRATOR AGAINST THE PLATES WITH SEMI-INFINITE THICKNESS AT NORMAL ANGLE

*Sun Gengchen, Wun Jinyun, Zhao Guozhi and Shi Jun*

### Abstract

In this paper, an analysis is made on the main phenomena and the whole process of the normal impact by a long rod penetrator. A simplified calculating model of the penetration at normal angle is established to illustrate the influence of the breakage of the rod as well as the material properties of the rod and plate on the penetration process and to quantitatively describe the regularity of variations in the velocity and length of the rod and depth of the penetration during the penetration against the plate with semi-infinite thickness. The velocity range is from 900m/s to 1600m/s. The calculations relatively conform to the testing results.