

载流矩形薄板在交变磁场中的屈曲分析

王 平^{1,2}, 王知人^{2,3}, 白象忠¹, 王继利³

(1. 燕山大学 理学院, 秦皇岛 066004; 2. 中国科学院力学研究所, 非线性力学国家重点实验室(LNM), 北京 100080;
3. 燕山大学 建筑工程与力学学院, 秦皇岛 066004)

摘要: 以四边简支载流矩形薄板为例, 在导出了载流薄板在电磁场与机械荷载共同作用下的磁弹性动力屈曲方程的基础上, 应用伽辽金原理, 将方程整理为马丢方程的标准形式。利用马丢方程解的稳定性, 研究了薄板在交变磁场与机械荷载共同作用下的磁弹性屈曲问题。通过具体算例, 给出了该矩形薄板在交变磁场中, 动力屈曲临界状态与相关参量之间的关系曲线及变化规律, 并与均匀磁场作用下情形相比较。研究结果表明, 变化电磁场的性质和大小, 改变通电电流参数, 均可改变电磁力的状态, 从而可达到控制载流薄板屈曲的目的。

关键词: 交变磁场; 薄板; 屈曲; 马丢方程

中图分类号: O441; O482.6 文献标识码: A 文章编号: 0254-0053(2011)04-539-08

The Buckling of a Rectangular Thin Current-Carrying Plate in an Alternating Magnetic Field

WANG Ping^{1,2}, WANG Zhi-ren^{2,3}, BAI Xiang-zhong¹, WANG Ji-li³

(1. College of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
2. The State Key Laboratory of Nonlinear Continuum Mechanics (LNM), Beijing 100080, China;
3. College of Sciences, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: A rectangular thin current-carrying plate is simply supported at each edge. Based on deriving the magnetic-elasticity dynamical buckling equation of the plate applied mechanical load in a magnet field, the equation was changed into the standard form of the Mathieu equation by using the Galerkin's method. The magnetic-elasticity buckling problem of the plate applied mechanical load in an alternating magnet field was studied by using the solution's stability of the Mathieu equation. As an example, a current carrying rectangular plate is simply supported at each edge in an alternating magnet field, and the curves of the relations among the relative parameters when the plate is in the situation of critical buckling are shown and compared with in an uniform magnetic field here. The conclusions show that the electro-magnetic forces may be controlled by changing the parameters of the current and the magnetic field to get the aim for controlling the buckling of the current carrying plate.

Key words: alternating magnet field; thin plate; buckling; Mathieu equation

电磁弹性结构中的板、壳等构件, 当没有机械约束时, 至少存在一个不稳定的运动模态; 而存在约束时, 当通入电流或者电磁场强度达到某一临界值时, 构件将发生屈曲^[1]。因此, 工程结构中的板壳等构件磁弹性分析引起了工程界的极大关注, 并已有了一些结果^[2~5]。而在近代高新科学技术的发展与推动下, 通常由压电、铁磁等材料制成的薄板、薄壳构成的电磁结构已经成为许多高新技术装置中的主要结构元件,

收稿日期: 2010-06-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875230); 非线性力学国家重点实验室(LNM)开放基金资助项目(20101005)

作者简介: 王平(1965-), 男, 吉林四平人, 副教授, 博士。研究方向: 磁弹性理论及其应用。

在通电电流和电磁场作用下的耦合效应的力学行为,在能源、交通、国防等重要部门有着广泛的应用前景^[6~8]。

动力屈曲是指板壳结构对动力荷载相应的屈曲破坏。在参数空间的某些区域中参数的改变所引起的运动的变化很小,然而在另外一些区域中,参数的改变将引起振幅迅速增大而趋于发散。因此动力屈曲问题的研究就是要找出参数空间中这种收敛域与发散域的边界,即系统的动力稳定性边界^[9]。

本文以四边简支载流矩形薄板为例,给出载流薄板磁弹性动力屈曲临界状态的计算及判别方法。讨论了薄板在交变磁场中的屈曲问题,并与均匀磁场中情形相比较。给出了交变磁场与均匀磁场中载流薄板临界电流密度与板的几何尺寸、电磁场强度等参数的关系。从而达到控制载流薄板稳定性的目的,可供板类载流电磁结构的可靠性设计参考。

1 基本方程

1.1 载流薄板的磁弹性动力屈曲方程式

对于载流弹性薄板,将沿厚度分布的洛伦兹力作为载荷简化到薄板的中面内,其分量分别记为 ρf_x 、 ρf_y 、 ρf_z ,将其加入到板运动方程中,即可得到板的磁弹性运动方程^[2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial x} + P_x + \rho f_x &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, & \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + P_y + \rho f_y &= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + P_z + \rho f_z &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}, & \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y &= \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 h 为板厚, ρ 为质量密度, P_x, P_y, P_z 为机械载荷分量; $N_x, N_{xy}, N_{yx}, Q_x, Q_y, M_x, M_{xy}, M_y$ 为内力分量; θ_x, θ_y 为角位移分量。

1.2 薄板的磁弹性动力屈曲方程

由于 $u \ll w, v \ll w$,在薄板的动力屈曲问题中一般仅考虑挠度引起的惯性力,忽略位移 u, v 、及转角引起的惯性力,忽略薄板的自重。根据薄板的小挠度理论,磁弹性运动方程可进一步简化为

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + P_z + \rho f_z = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

将弯矩与曲率改变量和挠度的关系代入(2)式得

$$-D_M \nabla^4 w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + P_z + \rho f_z = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

式中 $D_M = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 为薄板的抗弯刚度, ν 为材料的泊松比。

$$\text{设屈曲挠度解为} \quad w(x, y, t) = W(x, y) T(t) \quad (4)$$

式中 $T(t)$ 表示时间 t 的函数, $W(x, y)$ 为屈曲挠度函数。

将(4)式带入式(3)中,得载流薄板的磁弹性动力屈曲方程

$$-\frac{\nabla^4 W}{W} + \frac{1}{D_M W} \left[N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{P_z + \rho f_z}{T(t)} \right] = \frac{\rho h}{D_M T} \frac{d^2 T}{dt^2} \quad (5)$$

2 载流薄板磁弹性动力屈曲临界状态的判别

如图 1 所示,四边简支矩形薄板,长 a ,宽 b ,通侧向交变电流 $(0, J_{cl2}, 0)$,处于外加交变磁场 $(0, 0,$

B_{03})中。

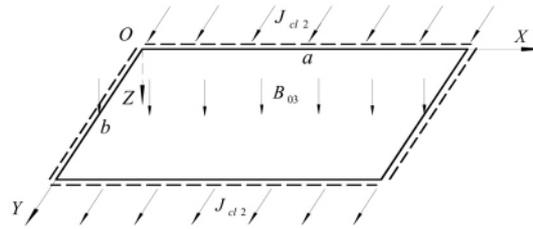


图 1 磁场中的载流薄板

Fig. 1 A thin current-carrying plate in a magnetic field

其中 J_{cl2} 为从 y 方向通入的侧向电流, B_{03} 为垂直于薄板中面的磁感应强度。四边简支矩形薄板边界条件为

$$\begin{aligned} x=0, a: \quad & w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \\ y=0, b: \quad & w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{aligned}$$

将 J_{cl2}, B_{03} 代入洛伦兹力的表达式^[2]中可得到: $\rho f_y = 0, \rho f_z = 0, \rho f_x = J_{cl2} h B_{03}$, 且 ρf_x 可视为简化到中面上的均布质动力^[10]。设 $P_x = P_1, P_y = P_2, P_{xy} = P_{12}$ 分别为矩形板承受的中面压力, 有

$$N_x = \int_x^a \rho f_x dx - P_1 = \rho f_x (a - x) - P_1, \quad N_y = P_2, N_{xy} = P_{12}$$

将其代入动力稳定性方程式(5)中, 因无外加横向载荷($P_z = 0$), 可得

$$\rho h \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} W + \left\{ D_M \nabla^4 W - [\rho f_x (a - x) - P_1] \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2P_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - P_2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right\} T(t) = 0 \quad (6)$$

由 Galerkin 原理有

$$\iint_s \left\{ \rho h W \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \left[D_M \nabla^4 W - [\rho f_x (a - x) - P_1] \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2P_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - P_2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right] T(t) \right\} \delta W ds = 0 \quad (7)$$

设屈曲挠度函数为

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (8)$$

显然满足所有边界条件, 式中的 m, n 分别为 x, y 方向板屈曲波形的半波数。将式(8)带入式(7)中, 可得

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \left\{ \rho h \frac{d^2 T}{dt^2} + \left[D_M \pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - P_1 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + P_2 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} + 2P_{12} \frac{mn \pi^2}{ab} + \frac{m^2 \pi^2}{2a} \rho f_x \right] T(t) \right\} = 0$$

由于 A_{mn} 不能全部为零, 故有

$$\rho h \frac{d^2 T}{dt^2} + \left[D_M \pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - P_1 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + P_2 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} + 2P_{12} \frac{mn \pi^2}{ab} + \frac{m^2 \pi^2}{2a} \rho f_x \right] T(t) = 0 \quad (9)$$

将 $J_{cl2} = J \cos \omega t, B_{03} = B \cos \omega t$ 代入式(9)(ω 为电流及磁感应的变化频率), J 为交变电流强度幅值, B 为交变磁感应强度幅值。并设: $P_1 = P_{01} + P \cos \omega t, P_{01}$ 为 P_1 的静载部分, P 为脉动中面载荷的幅值, 本文主要考虑磁场中洛伦兹力对板的屈曲影响, 只考虑施加静载荷, 故设 $P = 0; P_2 = P_{12} = 0$ 。将以上假设带入式(9), 整理可得薄板在交变磁场中的动力屈曲方程

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \left[\frac{D_M \pi^4}{\rho h} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - P_{01} \frac{m^2 \pi^2}{\rho h a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{4 \rho a} J B + \frac{m^2 \pi^2}{4 \rho a} J B \cos 2 \omega t \right] T = 0$$

设 $r = \omega t$, 则有

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \left[\frac{D_M \pi^4}{\rho h \omega^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - P_{01} \frac{m^2 \pi^2}{\rho h \omega^2 a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{4 \rho a \omega^2} JB + \frac{m^2 \pi^2}{4 \rho a \omega^2} JB \cos 2r \right] T = 0 \quad (10)$$

最后可将方程整理为标准的马丢方程^[11]

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + (\lambda - \eta \cos 2r) T = 0 \quad (11)$$

式中

$$\lambda = \frac{\omega_{mn}^2}{\omega^2} + \frac{\pi^2 m^2}{\rho h \omega^2} \left(\frac{1}{4a} JhB - P_{01} \frac{1}{a^2} \right); \quad \eta = -\frac{m^2 \pi^2}{4 \rho a \omega^2} JB; \quad \omega_{mn}^2 = \frac{D_M \pi^4}{\rho h} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

若将 $J_{c12} = J \cos \omega t$, $B_{03} = B$ 代入式(9), 并设 $r = \frac{1}{2} \omega t$, 可得薄板在均匀磁场中的动力屈曲方程

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + (\lambda_1 - \eta_1 \cos 2r) T = 0 \quad (12)$$

式中

$$\lambda_1 = \frac{4 \omega_{mn}^2}{\omega^2} - \frac{4 m^2 \pi^2}{\rho h \omega^2 a^2} P_{01}; \quad \eta_1 = -\frac{2 m^2 \pi^2}{\rho a \omega^2} JB$$

马丢方程是一种系数为周期函数的方程。此方程最重要的性质就是当参数 λ 和 η 满足一定的关系时, 方程式才有周期为 π 或 2π 的数值解。应用马丢方程的这种性质, 可确定载流薄板的失稳界状态。其本征值关系表达为如下连分式形式^[11]

$$\lambda - (\gamma + 2k)^2 - \frac{\eta^2}{\lambda - (\gamma + 2k + 2)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (\gamma + 2k + 4)^2} - \dots = \frac{\eta^2}{\lambda - (\gamma + 2k - 2)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (\gamma + 2k - 4)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (\gamma + 2k - 6)^2} - \dots \quad (13)$$

在式(13)中, 令 $\gamma = 0, k = 0$, 可得出便于计算 $\lambda = a_{2s}(\eta)$ 和 $\lambda = b_{2s+2}(\eta)$ 的公式 ($s = 1, 2, \dots$)

$$\lambda - (2s)^2 - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 2)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 4)^2} - \dots - \frac{\eta^2}{\lambda - 4} - \frac{2\eta^2}{\lambda} = -\frac{\eta^2}{(2s + 2)^2 - \lambda} - \frac{\eta^2}{(2s + 4)^2 - \lambda} - \dots \quad (14)$$

$$\lambda - (2s + 2)^2 - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 2)^2} - \dots - \frac{\eta^2}{\lambda - 4} = -\frac{\eta^2}{(2s + 4)^2 - \lambda} - \frac{\eta^2}{(2s + 6)^2 - \lambda} - \dots \quad (15)$$

在式(13)中, 令 $\gamma = 1, k = 0$, 可导出计算 $\lambda = a_{2s+1}(\eta)$ 和 $\lambda = b_{2s+1}(\eta)$ 的公式 ($s = 1, 2, \dots$)

$$\lambda - (2s + 1)^2 - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 1)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 3)^2} - \dots - \frac{\eta^2}{\lambda - 9} - \frac{\eta^2}{\lambda - 1 - \eta} = -\frac{\eta^2}{(2s + 3)^2 - \lambda} - \frac{\eta^2}{(2s + 5)^2 - \lambda} - \dots \quad (16)$$

$$\lambda - (2s + 1)^2 - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 1)^2} - \frac{\eta^2}{\lambda - (2s - 3)^2} - \dots - \frac{\eta^2}{\lambda - 9} - \frac{\eta^2}{\lambda - 1 + \eta} = -\frac{\eta^2}{(2s + 3)^2 - \lambda} - \frac{\eta^2}{(2s + 5)^2 - \lambda} - \dots \quad (17)$$

由式(14)、(15)、(16)、(17)所确定的四组本征值关系公式就是动力稳定区域与动力非稳定区域的分界线。而最低阶的动力屈曲临界状态更具有实际意义。令 $s = 0$, 得最低阶的四组本征值基本公式 $\lambda = a_0(\eta), \lambda = b_2(\eta), \lambda = a_1(\eta), \lambda = b_1(\eta)$, 其曲线对应各动力稳定区域与动力非稳定区域的分界线。

3 算例分析

依据前面所得的最低阶的四组本征值基本公式, $\lambda = a_0(\eta)$, $\lambda = b_2(\eta)$, $\lambda = a_1(\eta)$, $\lambda = b_1(\eta)$, 令 $m = n = 1$, 即考虑失稳最小临界值, 利用 MATLAB 语言编制计算程序。计算采用的相关参数为: 板长 $a = 0.6\text{m}$ 、板宽 $b = 0.2\text{m}$, 圆频率 $\omega = 314.16\text{s}^{-1}$ 。中碳钢的材料参数: 质量密度 $\rho = 7.80 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 电导率 $\sigma = 0.63 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, 弹性模量 $E = 210\text{GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.25$, 磁导率 $\mu = 7.50 \times 10^{-3} \text{H/m}$ 。铝板的材料参数: 质量密度 $\rho = 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 电导率 $\sigma = 3.63 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, 弹性模量 $E = 71\text{GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.34$, 磁导率 $\mu = 1.25 \times 10^{-3} \text{H/m}$ 。只考虑施加 x 方向的静载荷, 计算结果如图 2~图 9 所示。

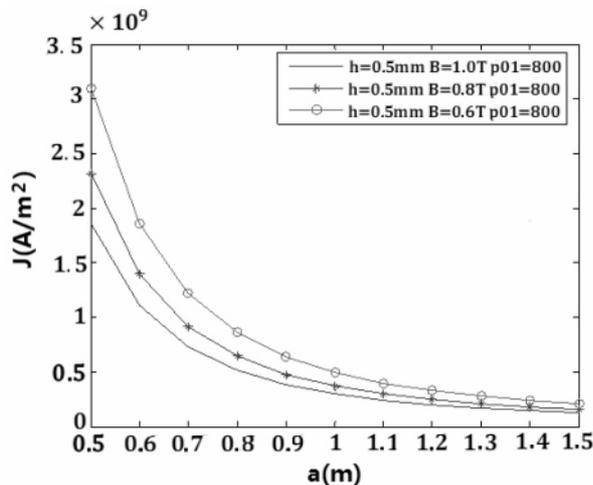


图 2 交变磁场下屈曲临界状态的电流密度与板长的关系曲线

Fig. 2 The relation curves between the current density and the length of the plate in the critical buckling situation in an alternating magnet field

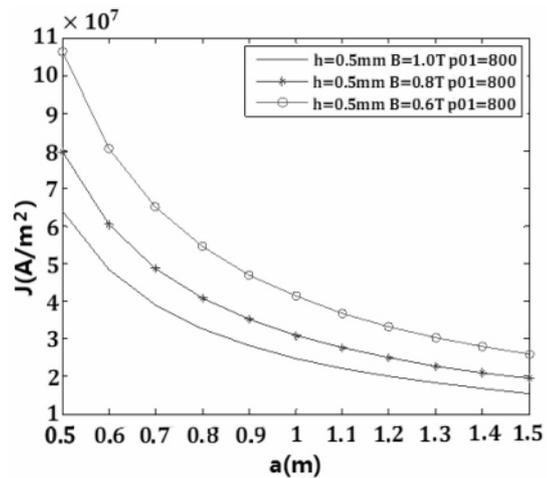


图 3 均匀磁场下屈曲临界状态的电流密度与板长关系曲线

Fig. 3 The relation curves between the current density and the length of the plate in the critical buckling situation in an uniform magnetic field

图 2、图 3 讨论了铝板当板厚为 $h = 0.5 \times 10^{-3} \text{m}$ 、外加交变磁场和均匀磁场, 磁场强度分别为 $B = 0.6\text{T}$ 、 $B = 0.8\text{T}$ 、 $B = 1.0\text{T}$, 板中面内施加机械载荷 $P_{01} = 800\text{N/m}$ 时, 屈曲临界状态的电流密度与板长之间的关系。可见, 当板厚一定, 外加磁场强度不变时, 不论是在交变磁场还是在均匀磁场中, 失稳临界电流密度都将随板长的增加而逐渐降低。而当板厚一定, 随着磁感应强度的增加, 失稳临界电流密度都将迅速降低。但所不同的是, 在相同条件下, 如果将板置于交变磁场中, 发生失稳的临界电流密度要比置于均匀磁场中发生失稳的临界电流密度高很多。例如, 当 $B = 1.0\text{T}$ 时, 交变磁场中的失稳临界电流密度约为 $J = 1.78 \times 10^9 \text{A/m}^2$, 而均匀磁场中的失稳临界电流密度约为 $J = 6.36 \times 10^7 \text{A/m}^2$ 。其次, 由图 2、图 3 也可看出在相同条件下, 交变磁场中失稳临界电流密度随磁场强度的变化要小于均匀磁场中的。

图 4、图 5 讨论的是铝板的屈曲临界状态的电流密度 J 与板厚 h 之间的关系。由图中可看出, 无论将薄板置于交变磁场还是置于均匀磁场, 当板长和磁场强度一定时, 随着薄板的厚度的逐渐增加, 失稳临界电流密度都随之都随之均匀增加。但所不同的是, 在相同条件下, 如果将板置于交变磁场中, 发生失稳的临界电流密度要比置于均匀磁场中发生失稳的临界电流密度高很多。而当板厚一定, 其它条件相同时, 随着磁场强度的增加失稳临界电流密度却都随之降低。

图 6、图 7, 描述了交变磁场和均匀磁场中的四边简支载流矩形铝薄板, 在板中面内分别施加 x 向静荷载 $P_{01} = 1200\text{N}$ 、 $P_{01} = 600\text{N}$ 、 $P_{01} = 0\text{N}$ 时, 板厚 $h = 0.3\text{mm}$ 情况下, 失稳临界电流密度 J 与外加磁感应强度 B 之间的关系。

从图中可看到, 增加磁感应强度对失稳临界电流密度影响较大, 当磁感应强度在 $0.1\text{T} \sim 1.5\text{T}$ 之间变化时, 随着磁感应强度的增加, 失稳临界电流密度将显著降低。当外加磁场强度和板厚一定时, 当静荷载增加, 将使失稳临界状态的电流密度也有所增加, 这是因为通入的是交变电流而使产生的的洛伦兹力为一

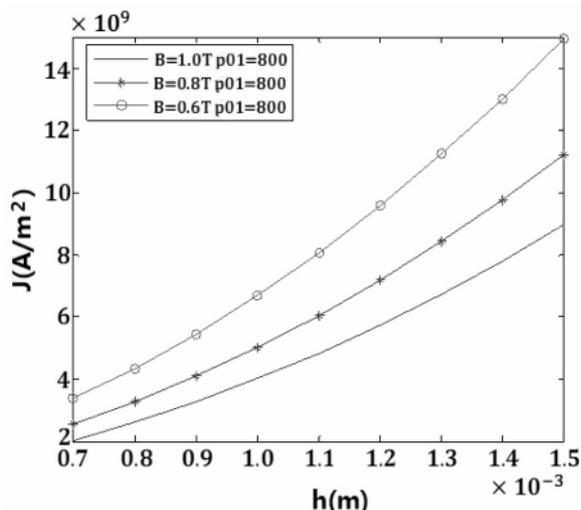


图 4 交变磁场下屈曲临界状态的电流密度与板厚的关系曲线

Fig. 4 The relation curves between the current density and the thickness of the plate in the critical buckling situation in an alternating magnet field

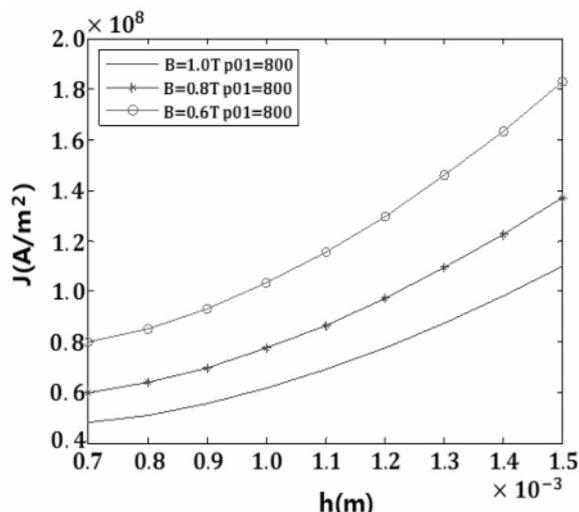


图 5 均匀磁场下屈曲临界状态的电流密度与板厚关系曲线

Fig. 5 The relation curves between the current density and the thickness of the plate in the critical buckling situation in an uniform magnetic field

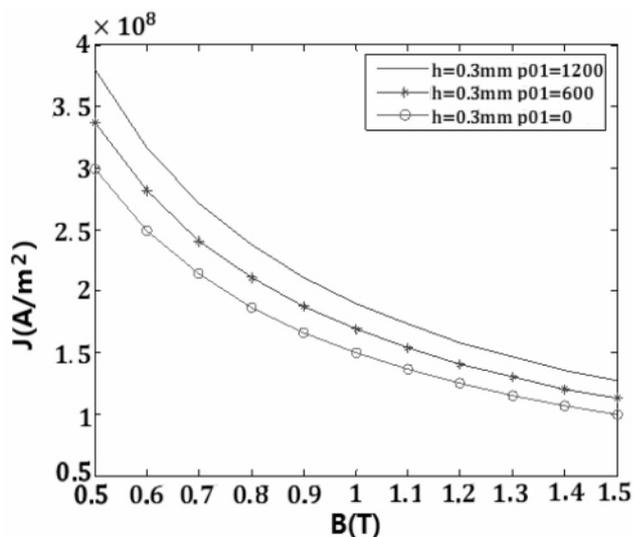


图 6 交变磁场下屈曲临界状态的电流密度与磁场强度的关系曲线

Fig. 6 The relation curves between the critical current density and the strength of a alternating magnet field

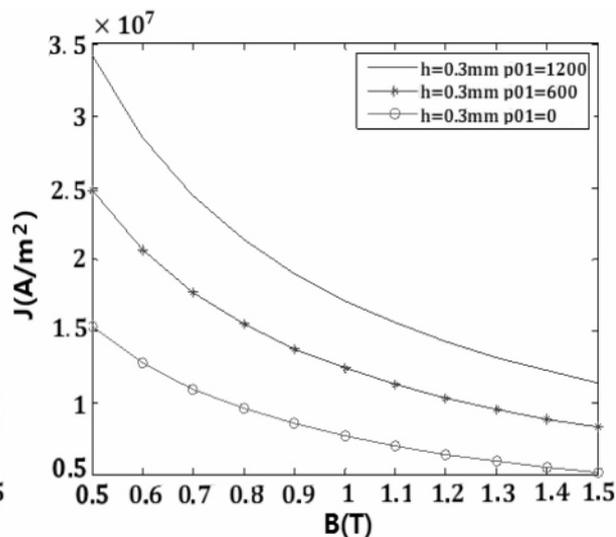


图 7 均匀磁场下屈曲临界状态的电流密度与磁场强度的关系曲线

Fig. 7 The relation curves between the critical current density and the strength of an uniform magnetic field

交变质动力,若载流面内无外载荷作用时($P_{01}=0$),洛仑兹力本身会使载流薄板失稳,所以临界电流较低。当板承受外载荷后,洛仑兹力会抵消一部分外载荷的作用,而外载荷越大,为使薄板不发生失稳,在电磁感应强度一定的情况下,需要通入幅值较大的临界电流密度,这些都表明洛仑兹力对载流薄板稳定性的作用。另外,由图 6、图 7 也可以看出,在相同条件下,如果将板置于交变磁场中,发生失稳的临界电流密度要比置于均匀磁场中发生失稳的临界电流密度高很多。这表明:导电薄板在电磁场的作用下,通过改变通入电流的强度及改变磁场的性质及大小都可以控制薄板工作状态下的稳定性。

图 8 描述了具有非铁磁性质中碳钢和铝制薄板两种材料在交变磁场下的板长与失稳临界电流密度的关系图。从图中可看出,对于不同材料,当板厚、磁感应强度相同时,铝板的失稳临界电流密度较中碳钢板的低很多。另外,当板厚、板长相同,而磁感应强度不同时,两种材料的失稳临界电流密度均随着磁感应强

度的增加而有所降低,且刚板的变化要比铝板的變化要大,但这种差别会随着板长的增加而相对减小,这说明材料性质不同,板的失稳临界电流密度的数值会有显著的差异。

图 9 描述了中碳钢和铝制薄板两种材料在交变磁场下的板厚与失稳临界电流密度的关系图。从图中可看出,对于不同材料,当板长、板厚和磁感应强度相同时,铝板的失稳临界电流密度较中碳钢板的低很多。另外,当板长、板厚相同,而磁感应强度不同时,两种材料的失稳临界电流密度均随着磁感应强度的增加而有所降低,同样刚板的变化要比铝板的变化要大,但这种差别会随着板厚的增加而相对增大,这也说明了材料性质不同,板的失稳临界电流密度的数值会有显著的差异。

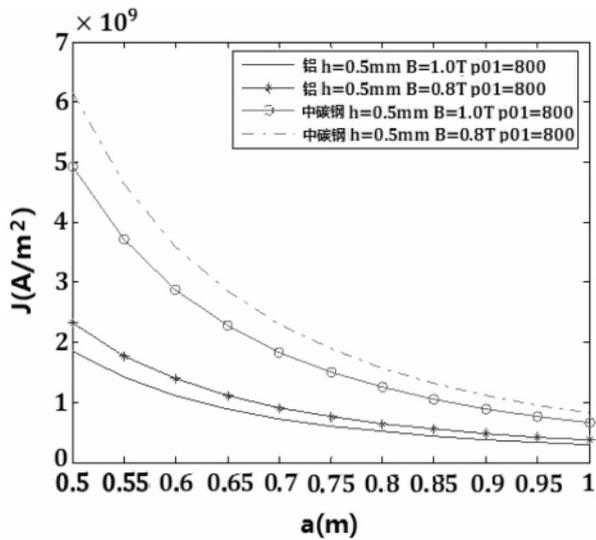


图 8 不同材料屈曲临界状态的电流密度与板长的关系曲线

Fig. 8 The relation curves between the critical current density and the length of the plate with different material

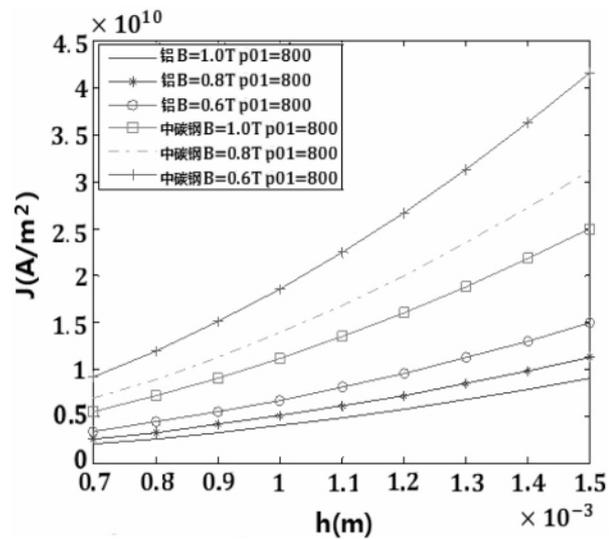


图 9 不同材料屈曲临界状态的电流密度与板厚的关系曲线

Fig. 9 The relation curves between the critical current density and the thickness of the plate with different material

4 结论

(1) 交变磁场中载流薄板失稳的临界电流密度值与板的外加磁场强度、板的厚度、几何尺寸有关。对于铝制薄板,增加板的厚度,减小外加磁场的强度,缩小几何尺寸均可以提高失稳的临界电流密度的数值。另外,在相同条件下,材料性质不同,板的失稳临界电流密度的数值会有显著的差异。

(2) 从以上对载流薄板在交变磁场及均匀磁场中的讨论结果来看,外加磁场强度的变化对载电流薄板的失稳临界电流密度影响较大,减小外加磁场强度可以有效的提高临界电流密度。从外加电磁场与通电电流之间的关系以及两者对薄板稳定性的影响来看,洛仑兹力是控制薄板失稳问题的主要因素。其次,在相同条件下,将载流薄板放置于交变磁场中,失稳的电流密度值及临界载荷都将增大。由此,可以通过变化电磁场性质、强度和变化通电电流方向、密度,改变电磁力的状态,从而达到控制载流薄板的变形、应力应变状态及其稳定性的目的。

(3) 本文的研究结果,可供载流薄板在电磁场作用下的安全性、可靠性设计参考。

参考文献:

[1] Moon F C. Earnshaw's theorem and magnetoelastic buckling of superconducting structures[C]//Proceedings of the IUTAM-IUPAP Symposium on the Mechanical Behaviors of Electromagnetic Solid Continua. Paris, 1983, 378-389.
 [2] 白象忠,田振国. 板壳磁弹性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
 [3] Zhou Y H, Gao Y W, Zheng X J. Buckling and post-buckling analysis for magneto-elastic-plastic ferromagnetic beam-plates with unmovable simple supports[J]. Int J Solids and Structures, 2003, (40): 2875-2887.

- [4] 王省哲,郑晓静,周又和. 非圆 Tokamak 载流线圈的磁弹性分析[J]. 兰州大学学报(自然科学版),1999,35(1):34-43.
- [5] Zheng X J. Buckling and post-buckling of a ferromagnetic beam-plate induced by magneto-elastic interactions[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics,2000,35(6):1059-1065.
- [6] Popelar C H. Postbuckling analysis of a magnetoelastic beam[J]. J Appl Mech,1972,39:207-211.
- [7] Maugin G A,Goudjo C. The equations of soft ferromagnetic elastic plates[J]. Int J Solids Struct,1982,18(10):889-912.
- [8] Erigin A C. Theory of electromagnetic elastic plates[J]. Int J Engng Sci,1989,27(4):363-375.
- [9] 吴连元. 板壳稳定性理论[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1996:36-37,246-249.
- [10] 莫宵伊,计伊周,王忠民. 矩形薄板在非保守力作用下的动力稳定性[J]. 西安理工大学学报,2000,16(4):370-375.
- [11] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京:北京大学出版社,2000:601-636.