

# 裂隙岩体非稳态渗流数值模型及其应用<sup>1)</sup>

刘 洋<sup>2)</sup> 李世海 刘继棠

(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘要** 为解决裂隙岩体非稳态渗流问题, 发展了一种新的数值模型。对于单裂隙渗流求解, 其控制方程是基于一定假设的简化 Navier-Stokes 方程, 数值方法采用有限差分法和流体体积法。在裂隙网络中, 交界处渗流可以由专门的控制方程求解。计算结果表明, 该数值模型既可以大幅提高非稳态渗流的计算效率, 还可以避免孤立裂隙所带来的影响。最后, 通过两个工程算例验证该数值模型的适用性。

**关键词** 裂隙岩体, 非稳态渗流, Navier-Stokes 方程, 裂隙网络

中图分类号: O319.56 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2011)06-023-07

## NUMERICAL MODEL OF UNSTEADY FLUID FLOW IN FRACTURED ROCK AND ITS APPLICATION<sup>1)</sup>

LIU Yang<sup>2)</sup> LI Shihai LIU Jitang

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract** In order to solve the problem of unsteady fluid flow in fractured rock, a new numerical model is proposed. For the calculation of fluid flow in a single fracture, the governing equations are simplified Navier-Stokes equations based on some assumptions, which are numerically solved by the finite difference method and the volume of fluid method. In a fracture network, the fluid flow in intersection places is governed by special equations. The results show that this numerical model could not only improve the computational efficiency of unsteady fluid flow in the fractured rock, but also avoid the influence of isolated fractures. Finally, the applicability of the numerical model is validated by two engineering examples.

**Key words** fractured rock, unsteady fluid flow, Navier-Stokes equations, fracture network

在裂隙岩体中, 裂隙面的渗透性要远大于基质岩块的渗透性<sup>[1]</sup>, 裂隙岩体渗流实际上是裂隙网络的渗流问题。近年来, 由于水利水电工程的渗流控制、有害核废料的处置、矿井的疏干排水、石油和地热能的开发以及地下水资源的开发与利用等工程项目的需要, 对于裂隙岩体非稳态渗流的研究得到了重视并逐渐成为一个热点问题。

单裂隙最基本的概念模型是光滑平行板模型, 由 Navier-Stokes 方程 (NS 方程) 可以推导出裂隙内的稳态渗流符合立方定律<sup>[2]</sup>。然而, 实际上单裂隙并不是光滑的平行板, 而是具有粗糙的表面, 在

局部是非平面的、非平行的, 并有可能是接触在一起的<sup>[3]</sup>。针对这一问题, 许多学者采用非光滑平行板模型来研究单裂隙, 这些模型的剖面可以为锯齿形<sup>[4]</sup>、正弦形<sup>[5]</sup>和阶梯形<sup>[6]</sup>, 裂隙的渗流特性用等效隙宽来表示。如果将粗糙裂隙中的渗流场近似为二维, 控制方程可以使用 Reynolds 方程<sup>[7]</sup>。基于此方程的数值模拟已经被用于求解复杂的单裂隙非稳态渗流场<sup>[8-9]</sup>。但是, Reynolds 方程只适合于低雷诺数的情况<sup>[10]</sup>, 对于高雷诺数、高流速的非达西和非稳态渗流 (一般来说高速非达西渗流产生在高产油气井井筒周围附近区域内<sup>[11]</sup>), 就必须采用三维

2011-06-15 收到第 1 稿, 2011-09-09 收到修改稿。

1) 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (2010CB731503), 国家自然科学基金 (11002146) 资助项目。

2) 刘洋, 1985 年生, 男, 2007 年毕业于北京科技大学土木工程专业, 现为博士研究生, 主要从事渗流应力耦合作用的数值计算方面的研究工作。E-mail: liuyang@imech.ac.cn

NS 方程来求解<sup>[12-14]</sup>.

单裂隙稳态 / 非稳态渗流模型发展较完善, 但真正有实用价值的裂隙网络渗流模型却发展较慢。现有的裂隙网络渗流模型也存在一些缺陷, 如只能计算稳态渗流<sup>[15]</sup>; 无法解决不连通裂隙(孤立裂隙)所带来的计算不收敛问题<sup>[16]</sup>; 把渗透系数人为地变成流速的经验函数, 忽略了非稳态渗流的真实物理过程<sup>[17]</sup>。此外, 对裂隙网络渗流的求解是复杂的, 需要占用大量的计算时间和内存, 在现有的计算能力下模拟工程尺度上的渗流是困难的, 现有的分析基本局限于小尺度问题<sup>[3]</sup>。

本文重点在于解决裂隙网络的非稳态渗流问题。将裂隙网络分解为许多个单裂隙, 每个单裂隙所使用的渗流控制方程由三维 NS 方程简化而来, 但不同于立方定律和 Reynolds 方程。使用有限差分法进行迭代求解, 自由表面的处理采用流体体积法(即 VOF 法)。单裂隙之间通过公共边进行渗流信息交换, 经过数学推导, 在数值模型中, 这些公共边上的渗流都可以由专门的控制方程进行求解, 保证数值模型的正确性。同传统方法相比, 该非稳态渗流数值模型缩减了计算时间, 可以模拟工程尺度上的渗流问题, 而且避免了孤立裂隙所带来的影响。本文没有考虑单裂隙中粗糙度的影响, 流体的雷诺数不高, 属于达西渗流范畴内。

## 1 单裂隙非稳态渗流

### 1.1 控制方程

对于不可压缩黏性裂隙流而言, 如果不考虑其它假设条件, 裂隙内流体满足连续性方程和三维 NS 方程<sup>[18]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + v \nabla^2 \mathbf{u} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{u}$  为速度矢量,  $t$  为时间,  $\rho$  为流体密度,  $p$  为压力,  $v$  为运动黏性系数。

对于实际工程问题而言, 裂隙的长、宽一般都在米级(工程尺度: 100~200 m), 而在厚度方向只有毫米级(工程尺度: < 1 cm)。数值模拟在解决此类问题时就会遇到多尺度问题, 网格划分受到限制, 运算速率降低, 需要耗费很长的时间才能达到收敛。因此, 需要对原模型作以下假设来解决耗时和收敛性问题: (1) 假设渗流只在沿平行于裂隙面的方向发生; (2) 流速沿厚度方向( $z$  方向)呈抛物线分布, 如图 1 所示。

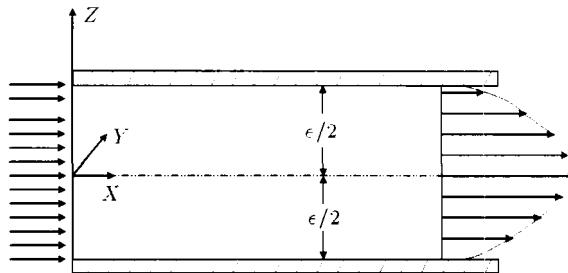


图 1 裂隙面内流速分布图

则流速可以写成以下矢量形式

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = u_{\max}(x, y, t) \left(1 - \frac{4z^2}{\epsilon^2}\right) \quad (2)$$

式中,  $u_{\max}(x, y, t)$  为最大流速,  $\epsilon$  为隙宽。

将式(2)代入式(1), 并沿着厚度方向对速度积分, 则单裂隙渗流控制方程可以写为

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{u}_{\max} &= 0 \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u_{\max}}{\partial t} + \frac{8}{15} (\mathbf{u}_{\max} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{\max} &= \\ -\frac{1}{\rho} \nabla p + v \left[ \frac{2}{3} \cdot \nabla^2 \mathbf{u}_{\max} - \frac{8}{\epsilon^2} \cdot \mathbf{u}_{\max} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于上述推导, 有几点需要进行说明:

(1) 公式(3)实质上是把公式(1)所代表的三维渗流问题简化为二维渗流问题, 这样数值模拟就可以避免在厚度方向划网格, 从而绕开网格划分的多尺度问题;

(2) 流速沿厚度方向呈抛物线分布的假设适合于达西流状态。雷诺数  $Re$  是评价水流是否进入达西流状态的重要指标, 其物理意义是指惯性项与黏滞项的比值。许多学者从试验和数值模拟的角度对此指标进行了研究<sup>[19]</sup>, 认为临界  $Re = 1800 \sim 3000$ , 当  $Re$  大于临界值时, 水流即进入非达西流状态;

(3) 公式(1)的物理意义表明: 流体单位体积上的惯性力等于单位体积上的质量力加上单位体积上应力张量的散度。而公式(3)的物理意义是: 把针对流体微元体的应力问题转化为微元体两端的合力平衡问题;

(4) 公式(3)中的速度为抛物线速度分布(图 1)中的最大速度, 它是平均速度的 1.5 倍;

(5) 单裂隙采用有限差分法进行迭代求解, 自由表面的处理采用流体体积法, 这样就可以较为准确地模拟非稳态渗流过程。

## 1.2 算例验证

首先要校核该数值模型的正确性和测试其计算效率。对于低雷诺数情况，单裂隙一维渗流达到稳态时，流速的理论解为

$$u_{\text{theory}} = \frac{ge^2}{12v} J \quad (4)$$

式中， $u_{\text{theory}}$  为稳态渗流速度， $g$  为重力加速度， $J$  为水力梯度。

王媛等<sup>[20]</sup>做了低流速单裂隙达西渗流试验，裂隙模型长、宽、厚分别为 0.8 m, 0.1 m, 0.5 mm；进水口压力  $P_1 = 125\,440 \text{ Pa}$ ，出水口压力  $P_0 = 0 \text{ Pa}$ ；稳态时水力梯度  $J = 16$ ，雷诺数  $Re = 961$ 。选取稳态后的流速  $u$  作为比较参数，数值模拟、理论解和试验结果对比如表 1 所示。

表 1 数值模拟同理论解和试验结果的对比

数值模拟 $u/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	理论解 $u/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	试验结果 $u/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
2.56	2.50	2.46

从表 1 可以看出，该数值模型的数值解同理论解和试验结果几乎相同，误差在 5% 以内，表明该数值模型正确。就同一个问题而言，如果用式(1)作为控制方程，依旧采用有限差分法和流体体积法进行迭代求解，计算效率会大幅降低 30 倍左右。其原因是若采用式(1)为控制方程，该问题就变成了一个三维问题，数值模型中网格尺寸在厚度方向会很小，为避免网格奇异性，就要求网格尺寸在长和宽方向也很小，这必然导致网格数量的增多。而若采用式(3)为控制方程，则网格尺寸只需在长和宽方向进行协调，这样就可以使每个网格的尺寸很大，进而减少计算所需网格。理论上，式(1)可能比式(3)的精度高，但采用式(3)为控制方程的数值模型，牺牲了一点精度却换来了计算效率的大幅提高，而且计算出来的结果，其精度对于工程问题来说足够了。

其次是验证该数值模型的适用性，主要是验证其处理自由表面问题的能力。图 2 为单裂隙二维非稳态渗流示意图，裂隙长和宽分别为 10 m 和 7.5 m，厚度为 1 mm；上端中部和底端的压力分别为  $P_1 = 29\,400 \text{ Pa}$  和  $P_0 = 0 \text{ Pa}$ ；考虑重力加速度的影响  $g_y = -9.8 \text{ m/s}^2$ ；左右两端为封闭边界。应用该数值模型可求得非稳态渗流各个时刻的压力值（图 3）。

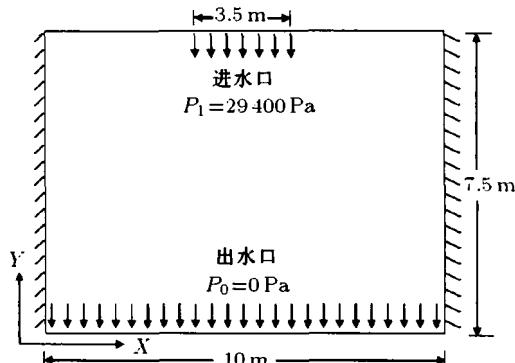
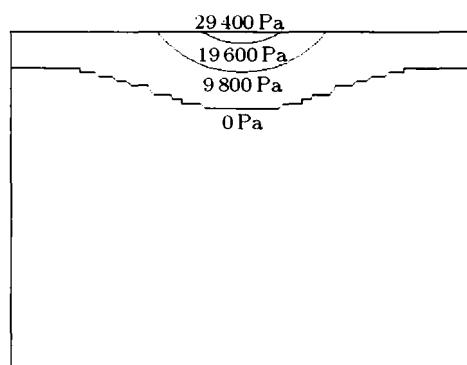
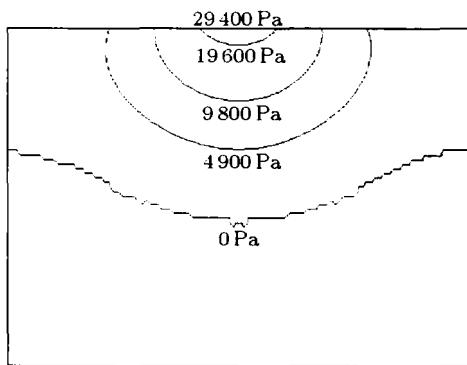


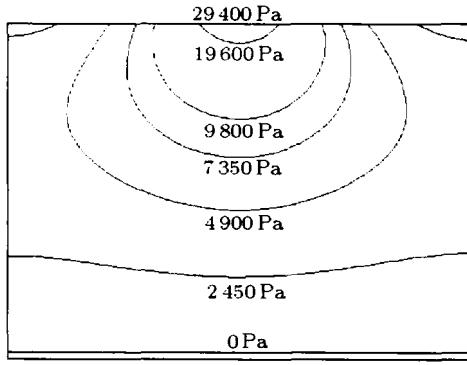
图 2 单裂隙二维非稳态渗流计算模型



(a) 0.5 s 时刻的压力等值线



(b) 2.5 s 时刻的压力等值线



(c) 7.5 s 时刻 (稳态) 的压力等值线

图 3 各个时刻的压力值

## 2 裂隙网络非稳态渗流

### 2.1 控制方程

在裂隙网络中, 各单裂隙分别在自身局部坐标下进行迭代求解, 在公共边处进行特殊处理。假设在公共边处水流处于瞬时稳定状态, 式(3)中第2个方程的速度对时间偏导数项、对流项和扩散项可以忽略, 那么公共边处控制方程可以简化为

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{u}_{\max} &= 0 \\ 8v e \cdot \mathbf{u}_{\max} &= -\frac{e^3}{\rho} \nabla p \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

假设在公共边处, 只考虑法线方向的流量平衡, 而忽略切向方向的流量交换, 则可以得到

$$\sum_{k=1}^I 8u_k e_k v = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^I 8v_k e_k v = 0 \quad (7)$$

式中,  $I$  为公共边所连接的单裂隙个数,  $u_k, v_k$  和  $e$  分别为第  $k$  个单裂隙  $x$  方向速度、 $y$  方向速度和隙宽。

若公共边法线方向为  $x$  方向, 则边上的待求压力可写为

$$p_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^I \left( \frac{e^3}{\rho d_x} p_{i-1,j} \right)_k}{\sum_{k=1}^I \left( \frac{e^3}{\rho d_x} \right)_k} \quad (8)$$

式中,  $p_{ij}$  为公共边待求压力,  $p_{i-1,j}$  为  $x$  方向相邻节点压力值,  $d_x$  为  $x$  方向网格尺寸, 下标  $k$  表示括弧内的参数为第  $k$  个单裂隙的参数值。

同理可得, 当公共边法线方向为  $y$  方向时

$$p_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^I \left( \frac{e^3}{\rho d_y} p_{i,j-1} \right)_k}{\sum_{k=1}^I \left( \frac{e^3}{\rho d_y} \right)_k} \quad (9)$$

式中,  $p_{i,j-1}$  为  $y$  方向相邻节点压力值,  $d_y$  为  $y$  方向网格尺寸。

这种处理方法保证了公共边处压力的相等, 并且使得待求压力与各单裂隙相邻压力节点建立了联系, 这样使得公共边处的压力节点也能参与到整场迭代计算中, 无需判断公共边处出入流关系。

### 2.2 算例验证

水流依次从水平薄裂隙(隙宽  $e = 0.5 \text{ mm}$ )和厚裂隙(隙宽  $e = 1.0 \text{ mm}$ )通过, 进水口和出水口压力分别为  $P_1 = 19600 \text{ Pa}$  和  $P_0 = 0 \text{ Pa}$ , 如图4所示; 图5为裂隙内流速随时间变化图; 表2为稳定状态下数值解和理论解的对比。从图4和表2可以看出, 该数值模型可以模拟整个非稳态渗流过程, 各单裂隙流速和水力梯度的数值解同理论解很好地吻合, 说明用该数值模型来处理裂隙网络非稳态渗流问题是符合要求的。

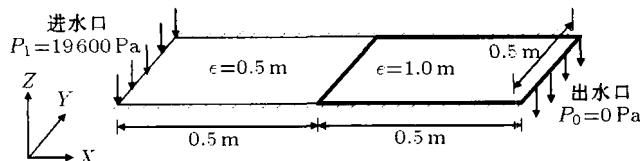


图4 水流在不同厚度裂隙中流动的示意图

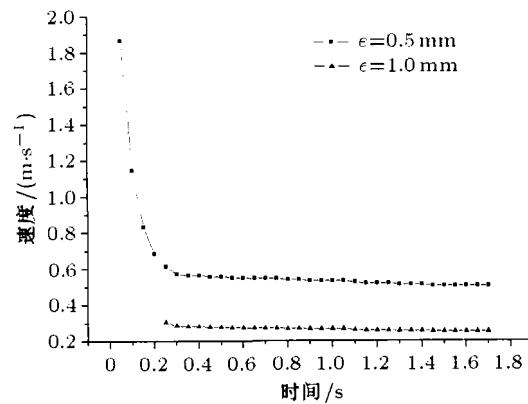


图5 不同厚度裂隙的速度随时间变化图

表2 稳态时数值解同理论解的对比

	薄裂隙的流速 / (m·s <sup>-1</sup> )	薄裂隙的水力梯度	厚裂隙的流速 / (m·s <sup>-1</sup> )	厚裂隙的水力梯度
数值模拟	0.51	3.52	0.25	0.41
理论解	0.55	3.55	0.275	0.44

## 3 工程应用

### 3.1 水力耦合下岩体的渐进破坏

固体计算模型采用现成的基于连续介质离散元模型<sup>[21]</sup>, 结合本文的非稳态渗流数值模型, 就可以很容易实现渗流-应力-破坏耦合, 模拟岩体在水力耦合作用下的渐进破坏过程。

例如在  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  的岩体区域内随机分布 2 组裂隙, 裂隙的倾向角分别为  $45^\circ$  和  $135^\circ$ , 隙宽服从正态分布, 其各个参数如表3所示, 由程序自动生成

的裂隙网络如图 6 所示。给定裂隙网络的边界条件为: 上部  $z = 10 \text{ m}$  处压力边界  $p_1 = 19600 \text{ Pa}$ , 底部  $z = 0 \text{ m}$  处压力边界  $p_0 = 0 \text{ Pa}$ , 左右两端为封闭边界。裂隙网络的压力分布如图 7 所示, 随着水流的非稳态渗流, 该耦合模型可以完整呈现裂纹扩展和渐进破坏过程, 由于水流无法进入孤立裂隙, 因此孤立裂隙的压力值为 0。同 Tang 等<sup>[22]</sup> 的研究成果相比, 由于实现了裂隙岩体的非稳态渗流模拟, 该模型比较真实地再现了岩体渐进破坏过程, 为水压致裂或者油气开发等相关问题打下了基础。

表 3 裂隙网络几何参数

组号	数量	倾向角 / (°)	隙宽		平均迹 长 /m
			均值 /mm	方差 /mm	
1	10	45	1.0	0.2	3.7
2	10	135	1.0	0.2	3.5

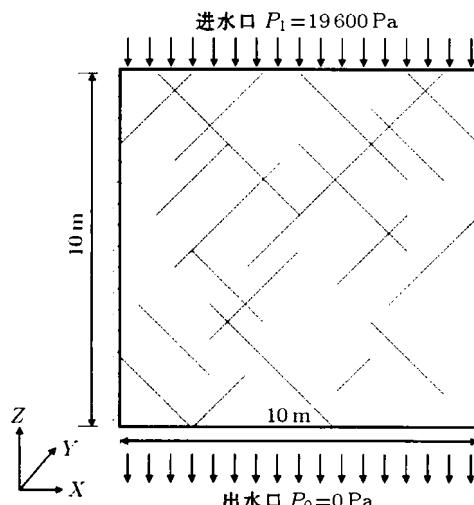
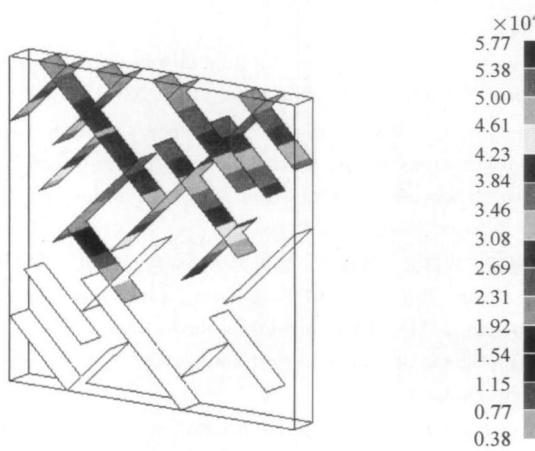
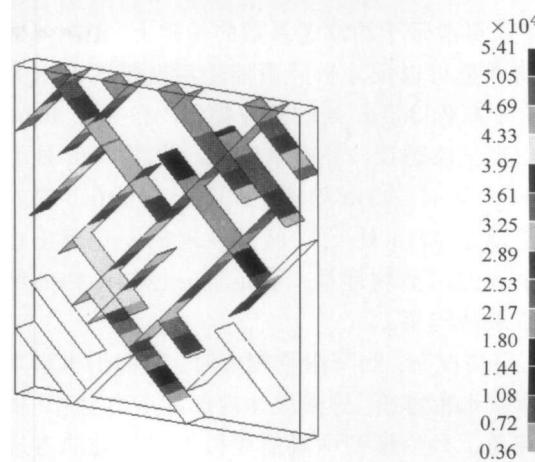


图 6 拥有 2 组裂隙的裂隙网络图



(a) 8.0 s 时刻的压力分布图 (单位: Pa)



(b) 11.0 s 时刻 (稳态) 的压力分布图 (单位: Pa)

图 7 裂隙网络各个时刻的压力分布图

### 3.2 滑坡灾害

大量工程实例发现, 对于库区堆积层滑坡来说, 滑体物质组成松软, 易渗水; 基岩物质组成坚硬, 不透水; 中间有一条非常明显的滑带, 易积水。库水涨落和降雨所产生的水流通过坡体表面的裂缝迅速沿着滑带流动, 可以把滑带看成是裂隙介质, 研究滑带的性质显得特别有意义。利用本文的非稳态渗流数值模型可以实现两个目的: (1) 估算滑带的平均渗透系数; (2) 反分析滑带内部压力分布。

如果知道降雨强度和渗流时间就可以估算滑带的平均渗透系数。以茅坪滑坡为例, 根据文献 [23] 所示的滑坡剖面图, 就可以建立其计算模型 (如图 8)。将滑带简化为多块光滑平行板组成的裂隙网络, 假设这些平行板的厚度相同, 调节这一厚度, 使得其满足以下已知条件: 降雨强度为  $50 \text{ mm/d}$  的情况下, 水流沿着滑带从坡顶到坡底的渗流时间为  $3 \text{ h}$ 。结果表明, 当厚度为  $1 \text{ mm}$  时满足已知条件, 这时的平均渗透系数为  $0.8 \text{ mm/s}$ 。

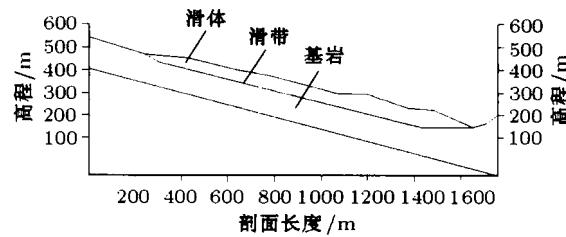


图 8 茅坪滑坡计算模型

在获得滑带平均渗透系数的基础上, 根据外部的可测物理量可以反分析降雨停止后滑带内部压力分布。位于高程 360 m 处的竖井揭示, 在井深 40 m 处开始出现低渗透层, 并有承压水。井深 40 m 处承压水约 1 m, 至 41~42 m 处承压水头上升至 6 m 左右, 基岩出现在 42 m 处<sup>[24]</sup>。竖井发现的 6 m 承压水就是一个外部可测物理量, 满足这一已知条件的结果就是所求的结果。

一般情况下, 当降雨量较大时, 底部出水口来不及将所有水都排出, 导致坡体内部的压力上升。根据这一现象, 数值模型中就需要微调出口处的渗透系数(主要是降低出水口流量), 具体说来就是调节出口处板的厚度。由于只是调节出口处板的渗透系数, 所以整体上不会影响平均渗透系数的计算结果。核算表明, 当出口处板的厚度为 0.9 mm 时, 计算结果可以满足可测物理量的观测结果, 这时滑带内部的压力分布如图 9 所示。

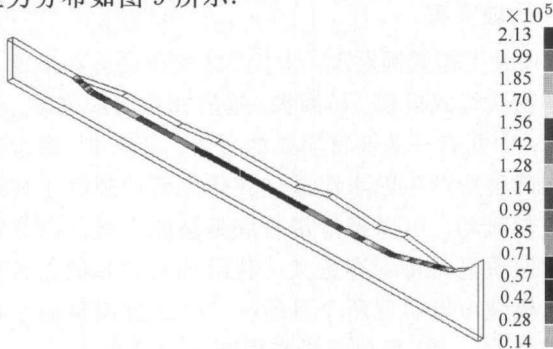


图 9 滑带的压力分布图(单位: Pa)

## 4 结 论

(1) 本文发展了一种新的裂隙岩体非稳态渗流数值模型。该模型将裂隙网络分解为多个单裂隙, 每个单裂隙所使用的渗流控制方程由三维 NS 方程简化而来, 简化后的控制方程将三维渗流问题转化为二维平面渗流问题, 避免了网格划分的多尺度问题, 提高了计算效率。有限差分法和流体体积法的采用使该模型可以模拟水流在裂隙内的非稳态渗流过程;

(2) 经过数学推导, 裂隙网络中公共边上的渗流可以由专门的控制方程进行求解, 使得公共边处的压力节点能参与到整场迭代计算中, 既能保证数值模型的正确性, 又无需判断公共边处出入流关系;

(3) 非稳态渗流数值模型同基于连续介质离散元模型的结合, 可以实现岩体渗流-应力-破坏耦合, 模拟岩体在水力耦合作用下的渐进破坏过程; 裂隙水单元是随着地质体实际的演化过程而逐个形成的,

由于不需要组成总体渗透矩阵, 减少了所需的计算机内存, 同时可以避免由于不连通裂隙(孤立裂隙)存在所导致的收敛性问题。数值计算结果表明, 这种方法对于水压致裂或者油气开发等领域的相关问题打下了基础。除此之外, 对于堆积层滑坡, 研究滑带的性质显得特别有意义。由于实现了裂隙网络的非稳态渗流模拟, 因此可以估算滑带的平均渗透系数和反分析滑带内部的压力分布。

## 参 考 文 献

- 周济福. 渗流力学研究的现状和发展趋势. 力学与实践, 2007, 29(3): 1-6 (Zhou Jifu. Mechanics of porous media flow: status and perspective. *Mechanics and Engineering*, 2007, 29(3): 1-6 (in Chinese))
- Witherspoon PA, Wang JS, Iwai K, et al. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Resources Research*, 1980, 16(6): 1016-1024
- 宋晓晨, 徐卫亚. 裂隙岩体渗流概念模型研究. 岩土力学, 2004, 25(2): 226-232 (Song Xiaochen, Xu Weiya. A study on conceptual models of fluid flow in fractured rock. *Rock and Soil Mechanic*, 2004, 25(2): 226-232 (in Chinese))
- Wilson CR, Witherspoon PA. Steady state flow in rigid networks of fractures. *Water Resources Research*, 1974, 10: 328-335
- Elsworth D, Goodman RE. Characterization of rock fissure hydraulic conductivity using idealized wall roughness profiles. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts*, 1986, 23: 233-243
- Neuzil CE, Tracy JV. Flow through fractures. *Water Resources Research*, 1981, 17(1): 191-199
- Brown SR. Fluid flow through rock joints: the effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research*, 1987, 92(B2): 1337-1347
- Nicholl MJ, Rajaram H, Glass RJ, et al. Saturated flow in a single fracture: evaluation of the Reynolds equation in measured aperture fields. *Water Resources Research*, 1999, 35(11): 3361-3373
- Ge S. A governing equation for fluid flow in rough fractures. *Water Resources Research*, 1997, 33(1): 53-61
- Zimmerman RW, Kumar S, Bodvarsson GS. Lubrication theory analysis of the permeability of rough-walled fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 1991, 28: 325-331
- 刘俊丽, 刘曰武, 黄延章. 渗流力学的回顾与展望. 力学与实践, 2008, 30(1): 94-97 (Liu Junli, Liu Yuewu, Huang Yanzhang. Mechanics of porous media flow: review and perspectives. *Mechanics and Engineering*, 2008, 30(1): 94-97 (in Chinese))
- Nazridoust K, Ahmadi G, Smith DH. A new friction factor correlation for laminar, single-phase flows through rock fractures. *Journal of Hydrology*, 2009, 329: 315-328

- 13 Javadi M, Sharifzadeh M, Shahriar K. A new geometrical model for non-linear fluid flow through rough fractures. *Journal of Hydrology*, 2010, 389: 18-30
- 14 熊祥斌, 李博, 蒋宇静, 等. 剪切条件下单裂隙渗流机制试验及三维数值分析研究. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(11): 2230-2238 (Xiong Xiangbin, Li Bo, Jiang Yujing, et al. Flow mechanism test on single rock fracture and its three-dimensional numerical simulation. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(11): 2230-2238 (in Chinese))
- 15 张奇华, 邬爱清. 三维任意裂隙网络渗流模型及其解法. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(4): 720-730 (Zhang Qihua, Wu Aiqing. Three-dimensional arbitrary fracture network seepage model and its solution. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(4): 720-730 (in Chinese))
- 16 王洪涛, 李永祥. 三维随机裂隙网络非稳定渗流模型. 水利水运科学研究, 1997, (2): 139-145 (Wang Hongtao, Li Yongxiang. A three dimensional theoretical model of transient ground water flow in stochastic network of fractured rock mass. *Journal of Nanjing Hydraulic Research Institute*, 1997, (2): 139-145 (in Chinese))
- 17 朱海军, 周创兵. 岩土体三维非线性渗流有限元数值分析. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3076-3080 (Zhu Haijun, Zhou Chuangbing. 3D nonlinear seepage analysis for rock-soils with finite element method. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(18): 3076-3080 (in Chinese))
- 18 Brush D, Thomson NR. Fluid flow in synthetic rough-walled fractures: Navier-Stokes, Stokes, and local cubic law simulations. *Water Resources Research*, 2003, 39(4): 1085-1099
- 19 速宝玉, 詹美礼, 赵坚. 光滑裂隙水流模型试验及其机制初探.
- 12 江体乾. 化工流变学. 上海: 华东理工大学出版社, 2004
- 13 Digilov RM. Capillary rise of a non-newtonian power law liquid: impact of the fluid rheology and dynamic contact angle. *Langmuir*, 2008, 24(23): 13663-13667
- 14 蔡建超. 基于分形理论的低渗油藏若干输运特性研究. [博士论文], 武汉: 华中科技大学, 2010 (Cai Jiancao. Some transport properties for low-permeability reservoirs based on fractal theory. [PhD Thesis], Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2010 (in Chinese))
- 15 Cai JC, Yu BM, Zou MQ, et al. Fractal analysis of invasion depth of extraneous fluids in porous media. *Chem Eng Sci*, 2010, 65: 5178-5186
- 16 Cai JC, Yu BM, Zou MQ, et al. Fractal characterization of spontaneous co-current imbibition in porous media. *Energy Fuels*, 2010, 24: 1860-1867
- 17 Cai JC, Yu BM. A discussion on the effect of tortuosity on the capillary imbibition in porous media. *Transport in Porous Media*, 2011, 89: 251-263
- 18 Carciofi Bruno AM, Prat Marc, Laurindo João B. Homogeneous volume-of-fluid (VOF) model for simulating the imbibition in porous media saturated by gas. *Energy Fuels*, 2011, 25: 2267-2273
- 19 Wheatcraft SW, Tyler SW. An explanation of scale-dependent dispersivity in heterogeneous aquifers using concepts of fractal geometry. *Water Resour Res*, 1988, 24(4): 566-578
- 20 Yu BM. Fractal character for tortuous streamtubes in porous media. *Chin Phys Lett*, 2005, 22(1): 158-160

(上接第 22 页)

- 12 江体乾. 化工流变学. 上海: 华东理工大学出版社, 2004
- 13 Digilov RM. Capillary rise of a non-newtonian power law liquid: impact of the fluid rheology and dynamic contact angle. *Langmuir*, 2008, 24(23): 13663-13667
- 14 蔡建超. 基于分形理论的低渗油藏若干输运特性研究. [博士论文], 武汉: 华中科技大学, 2010 (Cai Jiancao. Some transport properties for low-permeability reservoirs based on fractal theory. [PhD Thesis], Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2010 (in Chinese))
- 15 Cai JC, Yu BM, Zou MQ, et al. Fractal analysis of invasion depth of extraneous fluids in porous media. *Chem Eng Sci*, 2010, 65: 5178-5186
- 16 Cai JC, Yu BM, Zou MQ, et al. Fractal characterization of spontaneous co-current imbibition in porous media. *Energy Fuels*, 2010, 24: 1860-1867
- 17 Cai JC, Yu BM. A discussion on the effect of tortuosity on the capillary imbibition in porous media. *Transport in Porous Media*, 2011, 89: 251-263
- 18 Carciofi Bruno AM, Prat Marc, Laurindo João B. Homogeneous volume-of-fluid (VOF) model for simulating the imbibition in porous media saturated by gas. *Energy Fuels*, 2011, 25: 2267-2273
- 19 Wheatcraft SW, Tyler SW. An explanation of scale-dependent dispersivity in heterogeneous aquifers using concepts of fractal geometry. *Water Resour Res*, 1988, 24(4): 566-578
- 20 Yu BM. Fractal character for tortuous streamtubes in porous media. *Chin Phys Lett*, 2005, 22(1): 158-160

(责任编辑: 刘俊丽)