

# 基于总循环应变能的疲劳寿命 计算模型<sup>1)</sup>

李 谦 张均锋<sup>2)</sup>

(中国科学院力学研究所水动力学与海洋工程重点实验室, 北京 100190)

**摘要** 从总循环应变能的角度出发, 提出了一个新的疲劳寿命计算模型, 通过对 30CrMnSiA 钢和 AISI 4340 钢两种材料的的疲劳寿命计算, 并与相关实验数据对比, 证明了该模型计算疲劳寿命较为准确.

**关键词** 疲劳寿命计算模型, 能量法, 总循环应变能, 应力寿命曲线

中图分类号: V215.5<sup>+</sup>5 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2011)05-008-04

## A NEW MODEL FOR FATIGUE LIFE ESTIMATION BASED ON THE TOTAL CYCLIC STRAIN ENERGY<sup>1)</sup>

LI Qian ZHANG Junfeng<sup>2)</sup>

(Key Laboratory for Hydrodynamics and Ocean Engineering, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract** Based on the concept of the total cyclic strain energy, a new model is developed to predict the fatigue life of materials. Its validity is tested by comparing the calculated results and testing data for 30CrMnSiA and AISI 4340 steels.

**Key words** fatigue life calculation model, energy method, the total cyclic strain energy, stress life curve

能量方法是疲劳研究的重要方法之一. 材料的疲劳行为在很大程度上取决于材料内部微观缺陷的数量和分布, 而外界提供能量使这些缺陷的数量和分布发生改变<sup>[1]</sup>, 能量的累积过程与材料的疲劳损伤过程具有密切的联系.

一般认为, 能量的概念能够良好地反映循环塑性变形及疲劳损伤对应力应变历史的依赖关系<sup>[2]</sup>, 可采用能量的累积过程来描述材料的损伤过程, 进行疲劳寿命预测并解释疲劳损伤的物理本质.

人们提出了很多基于能量概念的疲劳模型, 他们的主要思想就是以某种能量参数表征疲劳损伤, 当它累积到某一个极限值时, 材料发生破坏. 这些能量参数包括循环迟滞能、总应变能等, Inglis<sup>[3]</sup>于 1927 年最早发现了疲劳过程中的迟滞现象耗散了能量,

并且证明了这种能量的耗散与晶体显微结构的运动和演变有关. Halford<sup>[4]</sup>在研究金属的低周疲劳问题时提出了基于循环塑性应变能概念的疲劳寿命计算模型. Ellyin 等<sup>[5]</sup>则验证了用能量准则研究疲劳问题的可行性, Ellyin 和 Golos<sup>[5-7]</sup>, Feltbe 等<sup>[8]</sup>通过大量的疲劳试验证明塑性应变能密度及总应变能密度是表征疲劳过程中裂纹萌生, 扩展以及疲劳寿命预测的有效参量. Golos 和 Ellyin 认为, 无论是弹性应变还是塑性应变对疲劳损伤均有影响, 因而应该用总应变能密度评价疲劳强度.

本文从总循环应变能的角度出发, 探讨了描述应力寿命曲线的参数, 建立了新的疲劳寿命计算模型, 各参数物理意义明确且易于确定, 该模型还可清晰地描述疲劳过程.

2011-04-01 收到第 1 稿, 2011-08-16 收到修改稿.

1) 国家重大基金研究资助项目 (6138504).

2) 张均锋, 副研究员, 博士, 研究方向为气动热结构响应与疲劳. E-mail: zhangjf@imech.ac.cn

## 1 基于总循环应变能的应力寿命方程

构件在受载发生疲劳过程中, 由于塑性应变能是不可恢复的, 在寿命期间消耗掉的总能量可以用迟滞回线面积的总和来计量. 因此, 疲劳寿命的大小可以用循环塑性应变能表征<sup>[9]</sup>, 但是, 在高周疲劳寿命的范围内, 材料循环应力应变响应几乎为线弹性, 而且经过每一个完整的循环, 弹性应变能都会得以恢复, 平均应力对疲劳寿命的影响很大, 这时总应变能和塑性应变能都非常小, 利用塑性应变能难以准确反映疲劳寿命的大小<sup>[10]</sup>, 于是, Ellyin 等人提出了以总循环应变能密度表征疲劳损伤过程的总循环应变能理论, 他们认为, 循环加载的过程中, 塑性应变能和弹性应变能对疲劳裂纹的萌生与扩展均有影响, 材料的疲劳特性应该用总循环应变能的相关参数来评价<sup>[5]</sup>.

根据应力强度因子  $K_I$  的定义知道

$$K_I = F(a)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (1)$$

其中,  $F(a)$  为裂纹长度和构件几何的函数,  $\sigma$  为应力值,  $a$  为裂纹长度.

当应力强度因子达到临界值裂纹发生扩展时, 对于不同的应力幅, 根据式 (1) 给出临界裂纹长度为

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 \quad (2)$$

其中  $a_1, a_2$  分别为不同的应力  $\sigma_1, \sigma_2$  作用下对应的临界裂纹长度<sup>[10]</sup>.

疲劳裂纹尖端形成一个塑性区, 裂纹附近的材料产生塑性变形所需的能量取决于塑性区的体积与塑性区内应变的分布情况, 这个塑性变形区的体积与裂纹长度的平方成正比<sup>[9]</sup>, 那么有

$$\frac{W_{p1}}{W_{p2}} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad (3)$$

其中,  $W_{p1}, W_{p2}$  为使两条不同长度的裂纹扩展所需要的塑性应变能.

结合式 (2), 可有

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{W_{p2}}{W_{p1}}\right)^{-1/4} \quad (4)$$

若将式 (1) 看作既是疲劳加载的断裂准则也是单调断裂的加载准则<sup>[9]</sup>,  $\sigma_1, W_{p1}$  取用单调拉伸断裂对应的应力和临界塑性应变能,  $\sigma_2, W_{p2}$  取用疲劳断裂时对应的循环应力幅与临界塑性应变能, 则有

$$W_p = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f}\right)^{-4} W_f \quad (5)$$

其中,  $\sigma_a$  为循环应力幅,  $\sigma_f$  为真实断裂应力,  $W_p$  即为应力水平为  $\sigma_a$  时的总塑性应变能,  $W_f$  为材料韧性, 它代表材料吸收能量的能力, 是材料抵抗断裂的一个重要因素, 可以由下面公式计算

$$W_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma d\varepsilon = \frac{\sigma_f \varepsilon_f}{n+1} \quad (6)$$

其中  $\varepsilon_f$  和  $\sigma_f$  分别为真实断裂延性和真实断裂强度, 如图 1 所示.

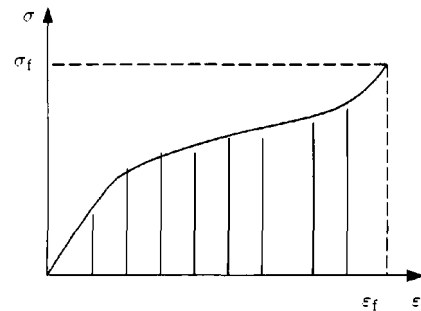


图 1 真实应力应变示意图

将式 (6) 代入式 (5), 总的循环塑性应变能可以写为

$$W_p = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f}\right)^{-4} \frac{\sigma_f \varepsilon_f}{n+1} \quad (7)$$

每次循环消耗的能量记为  $\Delta W_p$ , 为方便研究起见, 我们假设材料在不同的循环次数时的迟滞回线是相同的, 如图 2, 总的循环塑性应变能由下式来表示<sup>[11]</sup>

$$W_p = \Delta W_p N_f \quad (8)$$

其中,  $N_f$  为疲劳寿命,  $\Delta W_p$  为循环塑性应变能密度.

对于 Masing 型材料 (见图 2), 循环塑性应变能密度  $\Delta W_p$  可用下面公式计算<sup>[11]</sup>

$$\Delta W_p = \int_{\text{cyclic}} \sigma d\varepsilon = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta\sigma \Delta\varepsilon_p \quad (9)$$

令:  $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2}, \varepsilon_{pa} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$ , 代入式 (9), 则有

$$\Delta W_p = 4\sigma_a \varepsilon_{pa} \frac{1-n'}{1+n'} \quad (10)$$

其中,  $\varepsilon_{pa}$  表示循环加载过程中的塑性应变幅.

将上式代入式 (8), 有

$$W_p = 4\sigma_a \varepsilon_{pa} \frac{1-n'}{1+n'} N_f \quad (11)$$

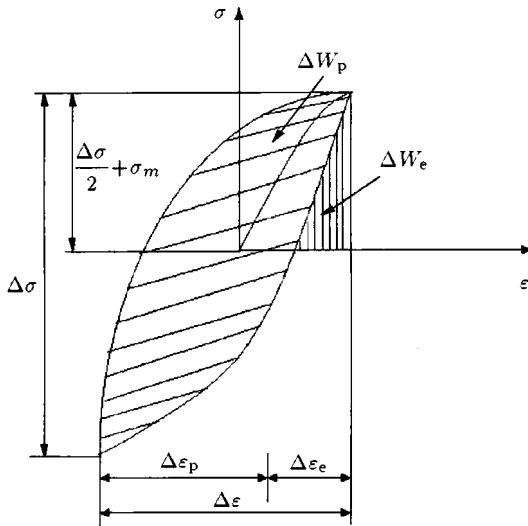


图 2 单轴应力状态下的循环应变能

循环加载的过程中，经过每一个循环，弹性应变能都会完全恢复，直至最后的一次循环，发生疲劳断裂。每一个完整的循环内，可恢复的弹性应变能为

$$\Delta W_e = \frac{1}{2E} \left( \frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \quad (12)$$

其中， $\frac{\Delta\sigma}{2}$  为循环应力幅  $\sigma_a$ ， $\sigma_m$  为循环加载时的平均应力。

对称循环时  $\sigma_m = 0$ ，最后一次循环时材料释放的弹性应变能为

$$W_e = \frac{\sigma_a \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma_a^2}{2E} \quad (13)$$

其中， $\varepsilon_e$  为循环载荷作用下的弹性应变， $E$  为材料的弹性模量。

总的循环应变能  $W_t$  为总的循环塑性应变能  $W_p$  与弹性应变能  $W_e$  之和，即  $W_t = W_e + W_p$ ，所以总的循环应变能为

$$W_t = \frac{\sigma_a^2}{2E} + \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^{-4} \frac{\sigma_f \varepsilon_f}{n+1} \quad (14)$$

上式也可变为

$$W_t = \frac{\sigma_a^2}{2E} + 4\sigma_a \varepsilon_{pa} \frac{1-n'}{1+n'} N_f \quad (15)$$

在式 (15) 引入 Basquin 公式和 Manson-Coffin 低循环疲劳方程<sup>[12]</sup>

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (16)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (17)$$

其中  $\sigma'_f, b$  分别为疲劳强度系数和疲劳强度指数； $\varepsilon'_f, c$  分别为疲劳延性系数和疲劳延性指数。可以得到

$$W_t = \frac{(\sigma'_f)^2}{2E} (2N_f)^{2b} + 2\sigma'_f \varepsilon'_f \frac{1-n'}{1+n'} (2N_f)^{1+b+c} \quad (18)$$

结合式 (14) 和式 (18)，可以得到一个基于总循环应变能的应力寿命公式

$$\frac{\sigma_a^2}{2E} + \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^{-4} \frac{\sigma_f \varepsilon_f}{n+1} = \frac{(\sigma'_f)^2}{2E} (2N_f)^{2b} + 2\sigma'_f \varepsilon'_f \frac{1-n'}{1+n'} (2N_f)^{1+b+c} \quad (19)$$

可以看出，式 (19) 是一个描述应力寿命关系的方程，可根据材料的单调特性如  $\sigma_f, \varepsilon_f$  以及  $\sigma'_f, \varepsilon'_f, b, c$  等疲劳特性参数，利用该模型估算出在特定的应力载荷  $\sigma_a$  下构件的疲劳寿命。

## 2 实例验证

用 30CrMnSiA 钢和 AISI 4340 钢两种材料的疲劳试验数据<sup>[13-14]</sup>，验证式 (19) 的有效性。材料的单调性质参数见表 1 和表 2，循环特性参数见表 3 和表 4。

表 1 30CrMnSiA 钢棒材室温下单调拉伸性能

弹性模量 $E/\text{GPa}$	真实断裂强度 $\sigma_f/\text{GPa}$	真实断裂延性 $\varepsilon_f/\%$	强度系数 $K$	应变硬化指数 $n$
203.004	1.795	77.27	1475.76	0.063

表 2 AISI 4340 钢棒材室温下单调拉伸性能

弹性模量 $E/\text{GPa}$	真实断裂强度 $\sigma_f/\text{GPa}$	真实断裂延性 $\varepsilon_f/\%$	强度系数 $K$	应变硬化指数 $n$
193.060	1.655	84	1579	0.066

表 3 30CrMnSiA 钢棒材室温下循环疲劳性能

疲劳强度指数 $b$	疲劳强度指数 $c$	疲劳强度系数 $\sigma'_f/\text{GPa}$	疲劳延性系数 $\varepsilon'_f/\%$	循环强度系数 $K'$	循环应变强化指数 $n'$
-0.09	-0.62	1.756	78.60	1762	0.13

表 4 AISI 4340 钢棒材室温下循环疲劳性能

疲劳强度指数 $b$	疲劳强度指数 $c$	疲劳强度系数 $\sigma'_f/\text{GPa}$	疲劳延性系数 $\varepsilon'_f/\%$	循环强度系数 $K'$	循环应变强化指数 $n'$
-0.076	-0.62	1.655	73	—	0.14

利用式 (19) Basquin 公式计算的疲劳寿命以及试验结果见表 5 和表 6。

表 5 疲劳寿命估算与试验数据对比

应力 / MPa	寿命计算 ( $2N_f$ )		
	试验数据	Basquin 公式	式 (19)
624.31	221 368	49 162	203 807
821.14	4 928	2 331	4 630
863.11	2 172	1 339	2 327
905.48	1 002	789	1 208
1 058.67	911	139	140
1 064.35	459	130	129
1 126.14	217	69	59
1 212.64	95	30	21
1 230.68	49	26	17

表 6 AISI 4340 钢的循环疲劳性能

应力 / MPa	寿命计算 ( $2N_f$ )		
	试验数据	Basquin 公式	式 (19)
568	129 200	1 880 104	328 697
765	10 720	37 384	6 535
886	1 914	5 414	946
937	954	2 592	453
1 113	334	269	47
1 227	148	74	13
1 275	34	45	7
1 403	20	12	2

根据误差分析, 利用式 (19) 计算所得的寿命与 30CrMnSiA 钢和 AISI 4340 钢试验数据的相关系数

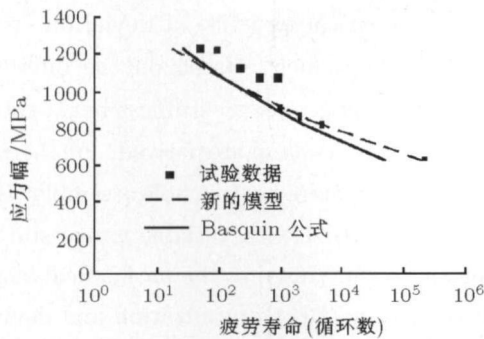


图 3 疲劳寿命估算与试验数据对比

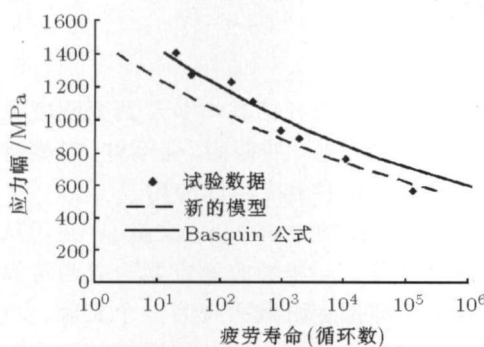


图 4 疲劳寿命估算与试验数据对比

均为 0.99, 并由图 3 和图 4 也可看出, 利用式 (19) 预测疲劳寿命比较准确。

### 3 结 语

(1) 基于弹性能和塑性能对疲劳寿命均有影响的能量理论提出了一个新的疲劳寿命计算模型. 利用该模型可以根据材料的单调特性和疲劳特性估算在特定的应力载荷  $\sigma_a$  下的疲劳寿命.

(2) 通过对 30CrMnSiA 钢和 AISI 4340 钢的疲劳寿命计算, 并与试验数据对比, 验证了利用提出模型估算疲劳寿命结果的有效性.

### 参 考 文 献

- 1 姚磊江, 董小燕, 吕胜利. 关于疲劳能量理论若干问题的讨论. 机械强度, 2004, 26(S): 278-281 (Yao Leijiang, Tong Xiaoyan, Lü Shenli. Discussion on several questions about the fatigue energy theory. *J of Mechanical Strength*, 2004, 26(S): 278-281 (in Chinese))
- 2 马俊, 孙毅. 金属材料的疲劳损伤的宏观理论. 力学进展, 2002, 32(3): 391-401 (Ma Jun, Sun Yi. Microscopic and macroscopic theory of the fatigue damage of metal. *Advances in Mechanics*, 2002, 32(3): 391-401 (in Chinese))
- 3 Inglis NP. Hysteresis and fatigue of wholer rotating cantilever specimen. *The Metallurgist*, 1927, 1(1): 23-27
- 4 Halford GJ. The energy required for fatigue. *J Mater*, 1966, 1(1): 3-18
- 5 Ellyin F, Kujawski D. Plastic strain energy in fatigue failure. *ASME J Pressure, Vessel Technol*, 1984, 106(4): 342-7
- 6 Golos K, Ellyin F. A total strain energy density theory for cumulative fatigue damage. *J of Press Vess Tech*, 1988, 110(2): 36
- 7 Ellyin F, Golos K. Multi-axial fatigue damage criterion. *J of Eng Met and Tech Trans ASME*, 1988, 110(1): 63
- 8 Fekther CE, Morrow J. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture. *Basic Eng Trans ASME*, 1961, 83: 15
- 9 桑多尔 BI. 循环应力与循环应变的基本原理. 北京: 科学出版社, 1985
- 10 Ye Duyi, Wang Zhenlin. A new approach to low cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23: 679-687
- 11 Koh SK. Fatigue damage evaluation of a high pressure tube using cyclic strain energy density. *Pressure Vessels and Piping*, 2002, 79: 791-798
- 12 Manson SS. Behavior of materials under condition of thermal stress. NACA TN-2933, 1954
- 13 北京航空材料研究所. 材料数据手册. 航空航天工业部第 606 所, 1990
- 14 航空工业部科学技术委员会. 应变疲劳分析手册. 北京: 科学出版社, 1987. 637-639

(责任编辑: 刘希国)