

文章编号: 1001-246X(2011)04-0523-06

物体入水的光滑粒子法模拟

杨秀峰^{1, 2}, 彭世镠¹, 刘谋斌¹

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100190)

摘 要: 利用 LANS- α (Lagrangian-averaged Navier-Stokes-alpha) 模型对传统的光滑粒子法进行改进. 通过模拟半浮力和零浮力水平圆柱的入水过程, 验证改进的光滑粒子法. 模拟结果与实验以及其它数值模拟结果符合的很好, 表明改进的光滑粒子法适用于研究物体入水问题.

关键词: 光滑粒子法; 物体入水; 自由表面流

中图分类号: O35

文献标识码: A

0 引言

物体入水问题广泛存在于日常生活和工程与科学的众多领域, 如返回舱入水、潜艇入水、飞机水面迫降、运动员跳水等, 在理论和实际应用方面具有重要的价值. 物体入水过程具有明显的特点, 涉及自由水面的运动及破碎、湍流与漩涡、物体的运动与变形、物体与水的耦合相互作用等, 研究起来非常复杂. Greenhow 和 Lin^[1]做了水平圆柱入水和楔形体入水的实验. Zhu 等^[2]和 Sun 等^[3]分别用 CIP(Constrained Interpolation Profile) 方法和 BEM(Boundary Element Method) 方法模拟了水平圆柱的入水过程. 使用基于网格的方法模拟物体入水时, 界面和自由表面的处理是个难点, 而且很难捕捉到液面的破碎等现象.

光滑粒子法^[4-5]是一种拉格朗日无网格粒子方法, 适合处理运动边界和自由表面的运动. 光滑粒子法的提出是由于研究天体物理问题的需要^[6-7], 后来经过发展被用于研究可压缩流和不可压缩流问题, 如激波^[8]、水下爆炸^[9-10]、溃坝^[11]、楔形体入水^[12]和高速碰撞^[13]等. 传统的光滑粒子法在处理简单流动时, 结果比较理想, 但对于复杂流动, 误差较大. 近几年已经有研究者尝试在光滑粒子法中加入湍流模型, 处理复杂流动^[11, 14-15].

本文在传统光滑粒子法的基础上, 利用 LANS- α (Lagrangian-averaged Navier-Stokes-alpha) 模型^[16-17]对其进行了改进, 模拟了物体入水过程. 计算结果与实验和其它数值方法的结果吻合得比较好.

1 数值方法

1.1 传统的光滑粒子法

拉格朗日形式的 N-S 方程为

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2)$$

其中 \mathbf{g} 为重力加速度矢量, 其水平分量为零, 垂直分量为重力加速度 g ; ρ 为流体密度; \mathbf{u} 为流体速度; p 为压强; μ 为动力粘性系数.

在光滑粒子法中, 对于任意的函数 $A(\mathbf{r})$, 可用如下积分式代替:

$$A(\mathbf{r}_a) = \int A(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

收稿日期: 2010-08-20; 修回日期: 2011-02-10

作者简介: 杨秀峰(1985-), 男, 安徽濉溪, 博士生, 从事计算流体力学研究. E-mail: kanty@126.com

其中 W 称为核函数或光滑函数, h 称为光滑长度. 对应的离散形式和一阶导数分别为^[5]

$$A_a = \sum_b A_b W_{ab} \frac{m_b}{\rho_b}, \quad (4)$$

$$(\nabla A)_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} A_b \nabla_a W_{ab}, \quad (5)$$

其中 $A_a = A(\mathbf{r}_a)$, $W_{ab} = W(\mathbf{r}_{ab}, h)$, $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$, $\nabla_a W_{ab} = \frac{\mathbf{r}_{ab}}{r_{ab}} \frac{\partial W_{ab}}{\partial r_{ab}}$, $r_{ab} = |\mathbf{r}_{ab}|$, 脚标 a 和 b 代表粒子标号.

利用式(4)、(5)以及适当的数学技巧, N-S 方程(1)和(2)可离散成^[5, 18]

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}, \quad (6)$$

$$\frac{d\mathbf{u}_a}{dt} = \mathbf{g} - \sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b \frac{2\mu m_b \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{\rho_a \rho_b (r_{ab}^2 + 0.01h^2)} \mathbf{u}_{ab}, \quad (7)$$

其中 $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$.

压强的求解采用人为压缩法的状态方程^[18]

$$P(\rho) = c^2(\rho - \rho_0), \quad (8)$$

其中 ρ_0 为参考密度, c 为数值声速. 为了使流体的压缩性不大于 1%, 通常取 c 的值为最大流体速度的 10 倍以上, 即 $c \geq 10u_{\max}$.

1.2 方法的改进

方程(6)、(7)在模拟简单流动时,可以得到很好的结果,但在模拟复杂流动时,并不是很理想. 本文根据 LANS- α 模型,对动量方程做适当的改进.

LANS- α 模型的动量方程为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) + \frac{1}{2} \nabla (\bar{u}^2 + \alpha^2 |\nabla \bar{\mathbf{u}}|^2), \quad (9)$$

其中

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \int \mathbf{u}(\mathbf{x}') G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}', \quad (10)$$

$$\mathbf{u} \equiv (1 - \alpha^2 \nabla^2) \bar{\mathbf{u}}, \quad (11)$$

$\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} = \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, $\mathbf{u} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) = u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, $\bar{u} = |\bar{\mathbf{u}}|$, $G(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ 表示滤波核函数, α 是常数,量纲为长度. 当 $\alpha = 0$ 时,方程(9)即还原成 N-S 方程.

取 $\alpha = 0$, 消去(9)式中含有 α 的项,得到

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) + \frac{1}{2} \nabla \bar{u}^2 \quad (12)$$

把(12)式改写成拉格朗日形式

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \left[\frac{1}{2} \nabla \bar{u}^2 - \mathbf{u} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{u}}) \right], \quad (13)$$

注意到(10)式和(3)式具有相同的形式,有些核函数是两者都可以使用的,这里令它们取相同的核函数. 本文使用高斯函数

$$W(r, h) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}h)^d} e^{-(r/h)^2}, \quad (14)$$

其中 d 是空间维数, $r = |\mathbf{r}|$. 式(10)可离散成

$$\bar{\mathbf{u}}_a = \sum_b \mathbf{u}_b W_{ab} \frac{m_b}{\rho_b}. \quad (15)$$

利用(5)式可得

$$(\nabla \bar{\mathbf{u}})_a = \sum_b \frac{m_b \bar{\mathbf{u}}_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab}, \quad (16)$$

$$\left[\frac{1}{2} \nabla \bar{u}^2 - \mathbf{u} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} \right]_a = \frac{1}{2} \sum_b \frac{m_b \bar{u}_b^2}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} - \mathbf{u}_a \cdot \sum_b \frac{m_b \bar{\mathbf{u}}_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab}. \quad (17)$$

于是,改进后的光滑粒子形式的动量方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_a}{dt} = & \mathbf{g} - \sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b \frac{2\mu m_b \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{\rho_a \rho_b (r_{ab}^2 + 0.01h^2)} \mathbf{u}_{ab} + \\ & \left(\frac{1}{2} \sum_b \frac{m_b \bar{u}_b^2}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} - \mathbf{u}_a \cdot \sum_b \frac{m_b \bar{\mathbf{u}}_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

在求解光滑粒子法的离散方程时,有多种时间积分方式,如蛙跳格式、预估-校正格式、龙格-库塔格式等,本文采用蛙跳格式。

2 边界处理

物体入水问题具有三种不同的边界:运动的物体边界、自由液面和固定的壁面。由于光滑粒子法的自适应性,自由液面处的粒子可自动跟随液面运动,不需要做特殊处理。

固定壁面的处理采用动力边界条件。具体的处理方法是,在壁面处和壁面外设置三层虚拟粒子,计算这些粒子对流体粒子的作用力时,把它们看作流体粒子,但是它们的位置始终不变,速度为零。

对于物体边界的处理,与壁面边界相似。在物体边界处设置三层粒子,在与流体粒子相互作用时,把它们当成流体粒子。不同的是,这些粒子要受到流体粒子的反作用力,它们受到的合力作用到圆柱上。合力 \mathbf{F} 和力矩 \mathbf{L}_c 的表达式如下:

$$\mathbf{F} = \sum_b m_b \mathbf{f}_b, \quad (19)$$

$$\mathbf{L}_c = \sum_b \mathbf{r}_{cb} \times m_b \mathbf{f}_b, \quad (20)$$

式中 b 表示物体粒子,求和是对所有的物体粒子求和; $\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}$ 由流体运动的动量方程得到。

物体上任意一点 a 的运动可以分解成随质心的平动和绕质心的转动,

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_{ca} = \mathbf{u}_c + \boldsymbol{\omega}_c \times \mathbf{r}_{ca}. \quad (21)$$

其中 \mathbf{u}_c 为质心的平动速度, $\boldsymbol{\omega}_c$ 为物体自转的角速度, \mathbf{r}_{ca} 为从质心到点 a 的位移向量。

物体质心的平动和自转的角速度可由下面的方程求解:

$$\frac{d\mathbf{u}_c}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{M} + \mathbf{g}, \quad (22)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}_c}{dt} = \frac{\mathbf{L}_c}{N_c}, \quad (23)$$

其中 \mathbf{F} 为整个物体受到的总的流体作用力, M 为物体的质量, \mathbf{L}_c 为物体受到的外力对质心的力矩, N_c 为刚体相当于其质心的转动惯量。

3 算例

这里以水平圆柱入水为例对改进的光滑粒子法进行验证。Greenhow 等^[1]做了水平圆柱入水的实验, Zhu 等^[2]和 Sun 等^[3]分别对这一问题做了数值模拟。为了进行结果对比,算例中圆柱尺寸、入水速度、圆柱密度与文献中的相同。

在平静的水面上方放置一个轴向水平的圆柱,圆柱轴心距离水面的高度为 0.5 m,圆柱的直径为 0.11 m。圆柱从静止开始,自由下落,然后撞击水面,进入水中。不考虑空气阻力,圆柱在接触到水面之前只受重力作用。

圆柱刚接触到水面的速度为

$$V_0 = \sqrt{2g(0.5 - 0.11/2)} = 2.955 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

圆柱刚接触到水面时,自由下落的时间为

$$t_0 = V_0/g = 0.301 \text{ s}.$$

从圆柱刚接触到水面时开始模拟,计算区域的设置见图 1. 水槽宽度 $B=2 \text{ m}$, 深度 $H=0.5 \text{ m}$. 坐标原点设置在圆柱入水前的水面上, x 轴与水面平行, y 轴与水面垂直. 模拟使用了两种不同密度的圆柱: 一种是半浮力圆柱, 即圆柱的密度等于水的密度的一半; 另一种是零浮力圆柱, 即圆柱的密度等于水的密度. 粒子的初始间距为 5 mm , 使用的流体粒子数 2×10^4 个, 圆柱边界粒子数 184 个, 壁面粒子数 1 618 个. 时间步长为 $5.0 \times 10^{-6} \text{ s}$.

图 2 给出了半浮力圆柱入水深度的光滑粒子法计算结果和实验结果以及其它数值计算结果的比较. “o” 为 Greenhow 等^[1]的实验结果, CIP 为 Zhu 等^[2]的 CIP 结果, BEM 为 Sun 等^[3]的 BEM 结果, SPH-NS 为改进前的光滑粒子法, SPH-LANS 为改进后的光滑粒子法. 除了最后一个实验值外, SPH-LANS 的计算结果都与实验值符合的非常好. 对于最后一个实验值, 几种数值方法的误差都比较大, SPH-LANS 的误差小一点, SPH-NS 的误差大一些.

图 3 是零浮力圆柱的入水深度的对比. 标有问号的实验值和计算结果的偏差很大, Greenhow 等在这个实验值的旁边标上问号, 因为它明显偏离其它实验值. 除了这个实验值, SPH-LANS 的结果和实验值基本符合. 而 SPH-NS 的误差则明显比 SPH-LANS 的误差大得多.

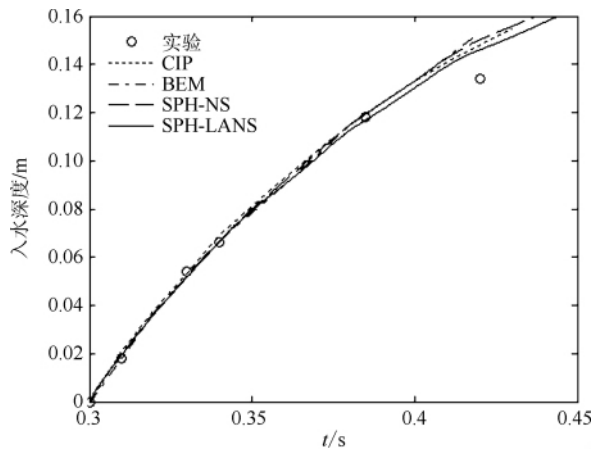


图 2 半浮力圆柱的入水深度变化

Fig. 2 Penetration depth of a half buoyant cylinder

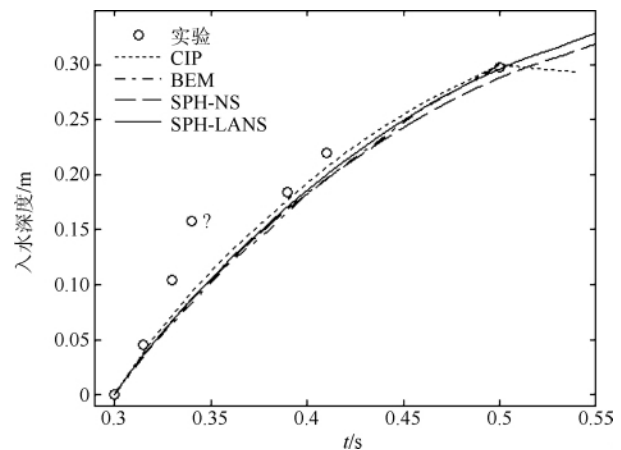


图 3 零浮力圆柱的入水深度变化

Fig. 3 Penetration depth of a neutrally buoyant cylinder

图 4 和图 5 给出半浮力圆柱和零浮力圆柱入水过程中的三个时刻的液面形状. 半浮力圆柱的模拟结果和实验符合的很好, 零浮力圆柱的结果稍差一些. 由图 5 (a) 实验图可以看出, 当圆柱入水较深时, 圆柱上方有气穴形成, 而本文的模拟忽略了空气, 所以没能模拟出气穴.

4 结论

本文在 LANS- α 模型的基础上对基于 N-S 方程的光滑粒子法进行了改进, 并利用改进前后的两种方法模拟了水平圆柱的入水过程. 计算表明:

- ①光滑粒子法适用于水平圆柱入水问题, 而改进的光滑粒子法得到了更好的结果;
- ②当圆柱的密度较大时, 模拟结果较差. 后继工作将加入空气的影响, 做进一步的研究.

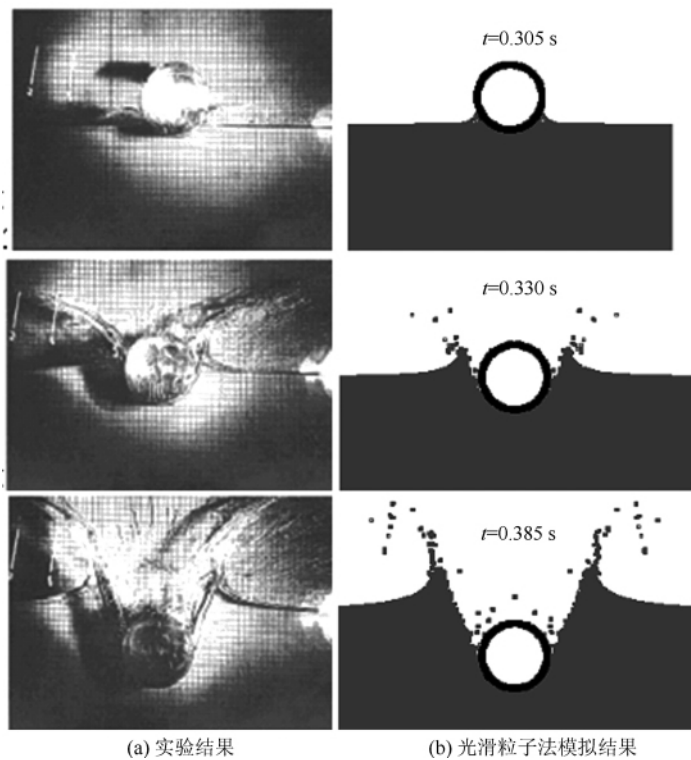


图 4 半浮力圆柱入水时的液面形状变化

Fig. 4 Free surface evolution of a half buoyant cylinder

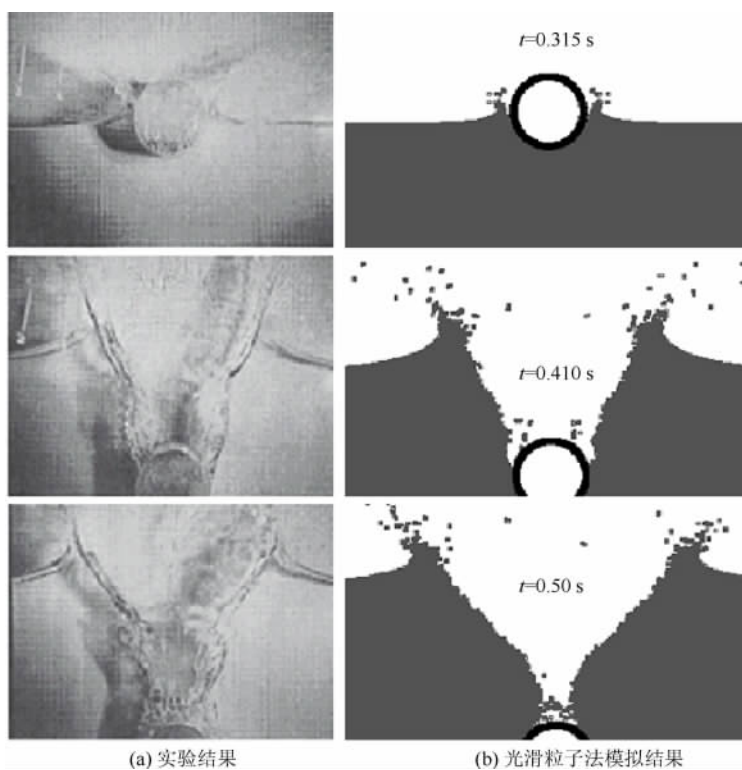


图 5 零浮力圆柱入水时的液面形状变化

Fig. 5 Free surface deformation of a neutrally buoyant cylinder

参 考 文 献

- [1] Greenhow M , Lin W M. Nonlinear free surface effects: Experiments and theory [R]. Report No. 83-19. Department of Ocean Engineering , MIT , 1983.
- [2] Zhu Xinying , Faltinsen O M , Hu Changhong. Water entry and exit of a horizontal circular cylinder[J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering , 2007 , **129**(4) : 253 - 264.
- [3] Sun Hui , Faltinsen O M. Water impact of horizontal circular cylinders and cylindrical shells[J]. Applied Ocean Research , 2006 , **28**(5) : 299 - 311.
- [4] Liu G R , Liu M B. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2005.
- [5] Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics[J]. Reports on Progress in Physics , 2005 , **68**(8) : 1703 - 1759.
- [6] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. The Astronomical Journal , 1977 , **82**(12) : 1013 - 1024.
- [7] Gingold R A , Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society , 1977 , **181**: 375 - 389.
- [8] Qiang Hongfu , Gao Weiran. SPH method with fully variable smoothing lengths and implementation[J]. Chinese J Comput Phys , 2008 , **25**(9) : 569 - 575.
- [9] Liu M B , Liu G R , Lam K Y , Zong Z. Smoothed particle hydrodynamics for numerical simulation of underwater explosion[J]. Computational Mechanics , 2003 , **30**(2) : 106 - 118.
- [10] Yao Xiongliang , Yang Wenshan , Chu Wenhua , Ming Furen. Numerical study on under water contact explosion of ships[J]. Chinese J Comput Phys , 2010 , **27**(6) : 840 - 846.
- [11] Yang Xiufeng , Peng Shiliu. Simulation of dam-break flow with SPH method[J]. Chinese J Comput Phys , 2010 , **27**(2) : 173 - 180.
- [12] 龚凯 , 刘桦 , 王本龙. SPH 固壁边界处理方法的改进[J]. 力学季刊 , 2008 , **29**(4) : 507 - 514.
- [13] Xu Zhihong , Tang Wenhui , Zhang Runqi. A modified SPH method based on Riemann solution[J]. Chinese J Comput Phys , 2006 , **23**(6) : 713 - 716.
- [14] Lo Y M E , Shao S D. Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method[J]. Applied Ocean Research , 2002 , **24**(5) : 275 - 286.
- [15] Violeau D , Issa R. Numerical modelling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method: An overview[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids , 2007 , **53**(2) : 277 - 304.
- [16] Chen Shiyi , Holm D D , Margolin L G , Zhang Raoyang. Direct numerical simulations of the Navier-Stokes alpha model[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena , 1999 , **133**(1 - 4) : 66 - 83.
- [17] Holm D D , Titi E S. Computational models of turbulence: The LANS- α model and the role of global analysis[J]. SIAM News , 2005 , **38**(7) : 1 - 5.
- [18] Morris J P , Fox P J , Zhu Y. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH[J]. Journal of Computational Physics , 1997 , **136**(1) : 214 - 226.

Simulation of Water Entry with Smoothed Particle Hydrodynamics Method

YANG Xiufeng^{1,2} , PENG Shiliu¹ , LIU Moubin¹

(1. Institute of Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100190 , China;

2. The Graduate University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100190 , China)

Abstract: A modified Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) in Lagrangian-averaged Navier-Stokes-alpha (LANS- α) model was developed to simulate water entry flow. Water entry of a half buoyant cylinder and a neutrally buoyant cylinder were simulated. SPH results are in good agreement with reported experiments and numerical results of others. It shows that the modified SPH method is practicable in simulation of water entry flow.

Key words: SPH method; water-entry flow; free surface flow

Received date: 2010-08-20; Revised date: 2011-02-10