二维裂隙渗流等效渗透系数张量的一种近似算法 [1)]

刘青泉 [2)]　樊红光

(中国科学院力学研究所环境力学实验室，北京 100190)

摘要　地质体裂隙渗流十分复杂，通常可用等效渗透系数张量来描述其渗透特性. 本文基于无限延伸的多组平行裂隙的等效渗透系数张量的叠加算法，通过引入一个裂隙的贯通系数概念，并结合随机裂隙网络生成技术，发展了一种可用于估算二维裂隙等效渗透系数张量的叠加算法.

关键词　裂隙渗流，等效渗透系数张量，随机裂隙网络，叠加算法

中图分类号：　**文献标识码：**A　**文章编号：**1000-0879(2012)05-

DOI：10.6052/1000-0879-12-166

AN APPROXIMATE METHOD FOR CALCULATING THE EQUIVALENT PERMEABILITY TENSOR OF SEEPAGE IN COMPLICATED FRACTURES [1)]

LIU Qingquan[2)]　FAN Hongguang

(Laboratory of Environmental Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract　Seepage through fractures in a geologic body is a very complex issue. Usually, its macro-seepage characteristics can be described by the equivalent permeability tensor. Based on the superposition algorithm for calculating the equivalent permeability tensor for multiple sets of infinity parallel fractures, this paper proposes a kind of more general superposition algorithm by introducing the concept of the through coefficient of fracture. Combining with the computer-generated technology of the random fracture network, the method can be used to approximately estimate the equivalent permeability tensor of two-dimensional random fractures.

Key words　seepage in fractures, equivalent permeability tensor, random fracture network, superposition algorithm

引　言

地质体中普遍存在着复杂的裂隙，其导水作用不同于一般的均匀孔隙介质渗流，对地质体渗流起着重要的作用，如何概化裂隙渗流是合理描述地质体中水体渗流过程的一个重要科学问题. 离散裂隙模型很早就被用于描述裂隙网络的渗流过程 [1]，即对每条裂隙分别建立渗流方程，直接求解裂隙网络中的流动. 如果裂隙数量过大，则使得模型求解十分困难. 因此，在工程实际应用中，通常可以将复杂裂隙介质等效为均匀连续的孔隙介质，根据渗透流量等效的原则，将裂隙网络渗流等效为均匀连续的孔隙介质渗流，利用裂隙渗流量求得地质体单元的平均渗透系数 —— 等效渗透系数，作为渗流计算的依据. 即对于一个渗流单元体，采用等效的均匀渗透系数代替裂隙渗流，在同一水力坡度条件下，具有相同的渗透流量，进而可运用较为成熟的孔隙介质理论和方法来描述含裂隙地质体渗流. 因此，如何估算裂隙网络的等效渗透系数张量成为将裂隙介质等效为均匀连续孔隙介质的关键问题之一.

本文基于流量等效的等效渗透系数概念，在无限延伸平行裂隙等效渗透系数张量叠加计算方法的基础上，通过引入贯通系数的概念，并结合随机裂隙网络生成技术，发展了一种可用于估算任意二维裂隙等效渗透系数张量的叠加算法. 该方法计算简单

2011–09–29 收到第 1 稿，2012–02–27 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (10932012)，国家杰出青年基金 (10825211)，科技部 973 项目资助.

2) E-mail: qqliu@imech.ac.cn

快速，较复杂的数值模拟方法，能够方便地求出二维裂隙网络的等效渗透系数张量，是计算二维裂隙等效渗透系数张量的一种较为方便有效的近似算法.

1 多组平行裂隙渗流等效渗透系数张量的叠加算法

过去对裂隙渗流的等效渗透系数张量已有不少研究，其中，针对多组无限延伸平行裂隙渗流的等效渗透系数张量的叠加算法 [2]，是一种十分简便的近似算法，其基本原理和方法的物理概念清楚明了.

假设地质体中含有一组完全贯通的平行裂隙 (如图 1 所示)，其单个裂隙的隙宽为 a，裂隙之间的间距为 b，裂隙的法线方向与 x 轴的夹角为 α. 在层流状态下，单个裂隙中的流动可用立方定律表达，则单个裂隙流的单宽流量为

$$q_0=-\frac{ga^3}{12\upsilon}J_f \tag{1}$$

式中，g 为重力加速度，a 为裂隙张开度，υ 为流体运动黏性系数，$J_{\rm f}$ 为沿裂隙方向的水力比降.

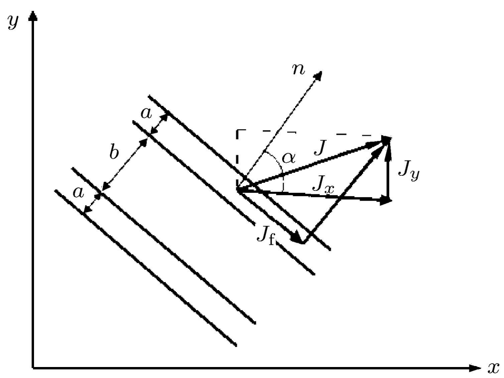

图 1 坡面网格划分示意图

则可得到裂隙中的平均流速为

$$u_0=-\frac{ga^2}{12\upsilon}J_{\rm f} \tag{2}$$

将 u_0，$J_{\rm f}$ 分别用其沿 x，y 坐标轴方向的分量表示，并写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u_{0x} \\ u_{0y} \end{bmatrix}=-\frac{ga^2}{12\upsilon}\begin{bmatrix} J_{{\rm f}x} \\ J_{{\rm f}y} \end{bmatrix} \tag{3}$$

对于含有一组间距为 b，隙宽为 a 平行裂隙的岩土体，将裂隙流平均到整个岩土体断面中，则可得到其断面平均渗流速度，写成分量形式为

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}=\frac{1}{b}\begin{bmatrix} q_{0x} \\ q_{0y} \end{bmatrix}=\frac{a}{b}\begin{bmatrix} u_{0x} \\ u_{0y} \end{bmatrix}= -\frac{ga^3}{12\upsilon b}\begin{bmatrix} J_{fx} \\ J_{fy} \end{bmatrix} \tag{4}$$

假设裂隙组所在平面上的最大水力比降为 J，其沿 x，y 坐标轴的分量为 J_x，J_y，则沿裂隙方向的水力比降 $J_{\rm f}$ 为

$$J_{\rm f}=J_x\sin\alpha-J_y\cos\alpha \tag{5}$$

则 $J_{\rm f}$ 在 x，y 方向的分量分别为

$$J_{{\rm f}x}=J_{\rm f}\sin\alpha \tag{6}$$

$$J_{{\rm f}y}=J_{\rm f}\cos\alpha \tag{7}$$

将式 (5) 代入式 (6) 和式 (7) 中，可得

$$J_{{\rm f}x}=J_x\sin^2\alpha-J_y\cos\alpha\sin\alpha \tag{8}$$

$$J_{{\rm f}y}=-J_x\sin\alpha\cos\alpha+J_y\cos^2\alpha \tag{9}$$

将其写成矩阵形式，有

$$\begin{bmatrix} J_{{\rm f}x} \\ J_{{\rm f}y} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \sin^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha \\ -\sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \tag{10}$$

将式 (10) 代入式 (4) 中，得

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}=-\frac{ga^3}{12\upsilon b}\begin{bmatrix} \sin^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha \\ -\sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \tag{11}$$

结合达西定律，并将其推广到各向异性情况，有

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \tag{12}$$

对比式 (11) 和式 (12)，可得到岩土体二维渗流的等效渗透系数张量

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}= \frac{ga^3}{12\upsilon b}\begin{bmatrix} \sin^2\alpha & -\cos\alpha\sin\alpha \\ -\sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha \end{bmatrix} \tag{13}$$

对于含有 n 组不同平行裂隙的岩土体，假定其对整个岩土体渗透张量的贡献可以叠加，则可得到

该岩土体二维裂隙渗流的等效渗透系数张量

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}= \sum_{i=1}^{i=n}\frac{ga_i^3}{12b_i\upsilon}\begin{bmatrix} \sin^2\alpha_i & -\sin\alpha_i\cos\alpha_i \\ -\sin\alpha_i\cos\alpha_i & \cos^2\alpha_i \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中 a_i, b_i, α_i 分别为第 i 组裂隙的张开度、间距和法向倾角.

运用式 (14) 即可方便地估算含有多组平行贯通裂隙岩土体的等效渗透系数张量. 然而，实际地质体中的裂隙并非都是无限延伸的贯通裂隙，存在着许多非贯通的自然裂隙. 考虑图 2 所示裂隙情况，非贯通裂隙段 a,b,c，其渗流的线性叠加结果可近似等效于长度为裂隙段 a,b,c 长度之和的贯通裂隙的渗流结果. 因此，可以引入一个贯通系数来表达非贯通裂隙的渗流效果，即将裂隙两端延长至与边界相交，裂隙原长 L_c 与延长得到的贯通裂隙长度 L 的比值定义为该裂隙的贯通系数. 则图 2 中 c 裂隙段的贯通系数可表示为

$$f=L_c/L \tag{15}$$

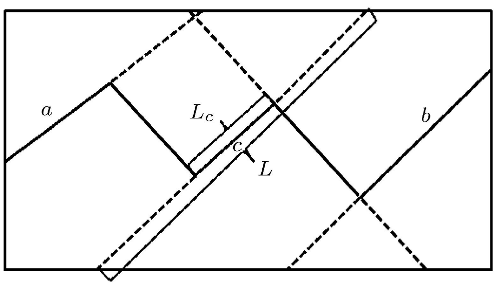

图 2　贯通系数概念示意图

运用此概念，可以根据各组裂隙的发育情况得到它的贯通系数 f_i，将其引入式 (14)，则可得到含多组非贯通平行裂隙渗流的等效渗透系数张量的叠加计算公式

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}= \sum_{i=1}^{i=n}\frac{ga_i^3f_i}{12b_i\upsilon}\begin{bmatrix} \sin^2\alpha_i & -\sin\alpha_i\cos\alpha_i \\ -\sin\alpha_i\cos\alpha_i & \cos^2\alpha_i \end{bmatrix} \tag{16}$$

2　复杂二维裂隙渗流等效渗透系数张量的近似算法

通过引入裂隙的贯通系数，即可利用式 (16) 计算多组等间距的平行非贯通裂隙网络渗流的等效渗透系数张量，较以往的平行贯通裂隙渗流等效渗透系数张量的叠加算法更具一般性. 然而，等间距平行裂隙只是一种裂隙网络的近似概化，实际的地质体裂隙网络更为复杂，其走向、间距和长度都是随机不确定的. 因此，如何表征地质体中复杂裂隙的几何形态，并辨识它的特征参数，成为合理描述裂隙渗流的前提条件.

随着对裂隙渗流的不断关注，人们通过对大量实际地质体裂隙的细致观测和统计分析，认为地质体裂隙尽管十分复杂，但反映其分布特征的主要几何参数，如间距、方向、长度和张开度等均符合一定的统计规律. 由此，可以通过把握复杂裂隙的主要几何参数的统计分布特征，近似描述地质体复杂裂隙的宏观性质和渗流特征. 尤其近年来，随着计算机模拟技术的发展，使得裂隙网络的计算机模拟成为可能 [3]. 裂隙网络的计算机模拟与采样观测统计分析相反，是采样统计的逆过程，即根据实测统计确定的裂隙几何参数统计模型，逆求服从这种统计概率分布模型的随机样本. 近年来，一些学者，根据裂隙的主要几何参数的统计规律，采用 Monte-Carlo 方法，发展了随机裂隙网络的计算机生成技术 [4]，为复杂裂隙网络的合理描述提供了有效方法.

本文结合随机裂隙网络的计算机生成技术，进一步发展了复杂二维裂隙渗流等效渗透系数张量的叠加算法. 即首先根据裂隙的几何特征参数 (间距、方向、长度和张开度) 统计分布规律，运用 Monte-Carlo 模拟技术 [5]，通过计算机模拟生成随机裂隙网络，进一步分辨出每个裂隙的几何特征，并将每条裂隙看作是一个特殊的平行裂隙组，采用式 (16) 的叠加方法，以单条裂隙为单位进行叠加，即可得到随机裂隙网络渗流的等效渗透系数张量.

式 (16) 中，α_i 为第 i 组裂隙的法向方向与 x 轴的夹角，为了方便与随机裂隙网络生成技术结合，直接采用各组裂隙的倾角 β_i(与裂隙的法向倾角 α_i 垂直) 来描述裂隙的方向. 同时，考虑把每个裂隙作为独立的一组裂隙，则每一组裂隙的隙间距可看作正方形计算区域的宽度 L_0，即有：

$$b_i=L_0$$

最后，由式 (16) 可得到复杂二维随机裂隙网络渗流的等效渗透系数张量表达式

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{g\alpha_i^3 f_i}{12L_0 v} \begin{bmatrix} \cos^2\beta_i & \sin\beta_i\cos\beta_i \\ \cos\beta_i\sin\beta_i & \sin^2\beta_i \end{bmatrix} \tag{17}$$

显然, 这里得到的等效渗透系数张量求解方法是一种基于平行裂隙叠加算法的近似方法，对于二维情况，具有较为明确的物理基础, 其计算主要依据单裂隙的流动规律和裂隙的几何分布特征. 对于复杂三维裂隙渗流情况, 单裂隙的渗流规律仍然不变，其推广主要取决于对三维随机网络几何分布特征的描述，因此，有望将其推广到三维裂隙网络渗流情况. 但其适用条件和范围，仍需进一步的探讨. 当三维裂隙的方向性比较一致时，推广起来比较容易; 当裂隙的走向比较杂乱时，推广起来则比较困难，可能会出现中间联通裂隙流向难以判断的问题，还有待于深入细致的分析研究.

3 算例分析

算例 1 假设地质体中含有两组相互垂直的平行贯通裂隙，如图 3 所示. 其中一组裂隙的走向与水平方向 (x 方向) 夹角为 α，另一组裂隙的倾角为 $\alpha+90°$. 两组裂隙的几何特征参数见表 1. 当 α 分别取 0°，15°，30°，45° 时，分别采用叠加公式和数值模拟裂隙流动方法，得到了 4 种不同条件下的等效渗透系数张量，其结果见表 2.

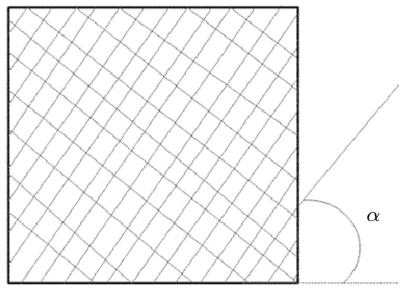

图 3 算例 1 的裂隙网格图示意图

表 1 算例 1 裂隙网络几何参数

裂隙组	张开度	裂隙间距	倾角	模拟区域
第 1 组	0.5 mm	0.4 m	α	10 m×10 m
第 2 组	0.5 mm	0.8 m	$\alpha+90°$	10 m×10 m

表 2 算例 1 等效渗透张量的叠加公式计算结果与数值模拟结果的比较

α	叠加算法结果		数值模拟结果	
	渗透张量/10^{-7}(m·s^{-1})	主渗透张量/10^{-7}(m·s^{-1})	渗透张量/10^{-7}(m·s^{-1})	主渗透张量/10^{-7}(m·s^{-1})
0°	$\begin{bmatrix} 0.729 & 0 \\ 0 & 0.350 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.729 & 0 \\ 0 & 0.350 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.749 & 0 \\ 0 & 0.389 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.749 & 0. \\ 0 & 0.389 \end{bmatrix}$
15°	$\begin{bmatrix} 0.703 & 0.094 \\ 0.094 & 0.375 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.730 & 0 \\ 0 & 0.350 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.715 & 0.103 \\ 0.103 & 0.399 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.746 & 0 \\ 0 & 0.386 \end{bmatrix}$
30°	$\begin{bmatrix} 0.634 & 0.164 \\ 0.164 & 0.444 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.730 & 0 \\ 0 & 0.350 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.662 & 0.175 \\ 0.175 & 0.481 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.768 & 0 \\ 0 & 0.374 \end{bmatrix}$
45°	$\begin{bmatrix} 0.539 & 0.189 \\ 0.189 & 0.539 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.730 & 0 \\ 0 & 0.350 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.580 & 0.197 \\ 0.197 & 0.589 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.782 & 0 \\ 0 & 0.387 \end{bmatrix}$

比较两种方法求得的等效渗透系数张量结果，可以看出，对于这类贯通平行裂隙，叠加近似算法得到的计算结果与细致的数值模拟结果非常接近，说明对裂隙渗透系数采用线性叠加，在稳态层流的条件下是合理的，叠加算法是有效的，能够比较好地近似估算裂隙渗流的等效渗透系数张量.

算例 2 某实际地质体，经采样统计分析得到其裂隙网络的几何特征量的概率分布参数，如表 3 所示.

首先根据表 3 中所列裂隙的统计分布规律和参数，采用 Monte-Carlo 方法，运用计算机模拟技术生成符合表 3 裂隙统计分布特征的随机裂隙网络，如

表 3 算例 2 中裂隙几何参数的统计概率分布参数

裂隙组	迹长/mm 对数正态		张开度/mm 对数正态		倾角正态		密度/(1/m^2)
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	
1	40	13	0.14	0.046	60	30	4 190
2	40	13	0.14	0.046	90	30	4 190

图 4 所示. 进一步通过后处理剔除掉对渗流无贡献的孤立裂隙和裂隙死端，形成图 5 所示的连通裂隙网络.

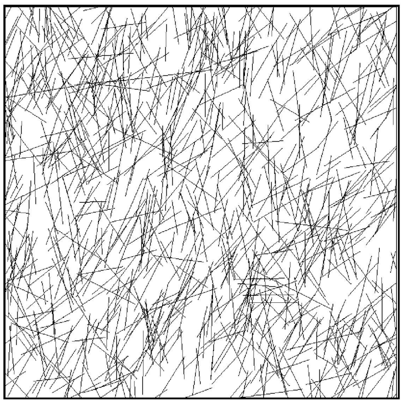

图 4 裂隙网络生成实例

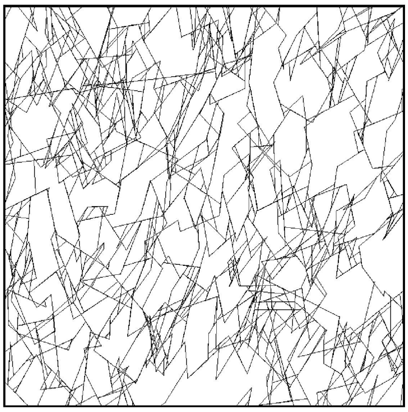

图 5 经处理后的连通裂隙网络图

根据计算机生成的随机裂隙网络 (图 5)，对每条裂隙进行判别，并计算每条裂隙的贯通系数，最后将每条裂隙相应的几何参数依次代式 (17) 中，即计算得到该复杂二维裂隙网络渗流的等效渗透系数张量

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.38 \\ 0.38 & 2.08 \end{bmatrix} \times 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$$

算例分析表明该方法简便实用，可近似用于工程估算. 需要说明的是, 该方法的计算主要依据单裂隙的流动规律和裂隙的几何分布特征, 物理概念清楚, 但由于没有考虑裂隙本身几何形态的变化，对于平行的均匀裂隙，应该具有较好的精度. 算例 1 的结果也说明了此点. 对于复杂变化裂隙，由于相连裂隙的形态差异，以及随机生成裂隙的近似性，其计算精度还难以给出统一的标准，有待于进一步的应用分析.

4 结　语

本文在无限延伸的多组平行裂隙的等效渗透系数张量的叠加算法的基础上，针对更加一般的复杂二维裂隙渗流问题，引入裂隙贯通系数用于表征非贯通裂隙特征，同时结合随机裂隙网络的计算机生成技术，发展了一种可以计算任意二维随机裂隙网络等效渗透稀释张量的简便方法，该方法的优点是可以不需要复杂的裂隙网络直接渗流数值模拟计算，即可快速简便地估算复杂二维随机裂隙网络渗流的等效渗透系数张量. 通过算例分析，表明该方法简便实用，可近似用于工程估算.

参 考 文 献

1 Wilson CR, Witherspoon PA. Steady state flow in rigid networks of fractures. *Water Resource Research*, 1974, 10(2): 1016-1024

2 张有天. 岩石水力学与工程. 北京：中国水利水电出版社，2005. 118-120 (Zhang Youtian. Rock Hydraulics and Engineering. Beijing: China Water Power Press, 2005. 118-120 (in Chinese))

3 徐钟济. 蒙特卡罗方法. 上海：上海科学技术出版社，1985. 45-48 (Xu Zhongji. Mento-Carlo Method. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press. 1985. 45-48 (in Chinese))

4 贾洪彪, 唐辉明等. 岩体结构面三维网络模拟理论与工程应用. 北京: 科学出版社, 2008. 78-79 (Jia Hongbiao,Tang huiming. Theory and Engineering Applocation of 3-D Network Modeling of Discontinuities in Rockmass. Beijing: Science Press. 2008. 78-79 (in Chinese))

5 毛昶熙, 段祥宝, 李定方. 网络模型程序化及其应用. 水利水运科学研究, 1994, 3: 197-207 (Mao Changxi, Duan xiangbao, Li Dingfang. Programized model of networks and its applications. *Hydro-Science and Engineering*, 1994, (3): 197-207 (in Chinese))

(责任编辑: 胡　漫)