



论文

Mach 8 的平板可压缩湍流边界层直接数值模拟及分析

梁贤*, 李新亮, 傅德薰, 马延文

中国科学院力学研究所 高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190

*联系人, E-mail: liangxian@imech.ac.cn

收稿日期: 2011-08-22; 接受日期: 2011-12-09; 网络出版日期: 2012-02-14

国家自然科学基金(批准号: 10632050, 10872205, 11072248)、国家高技术研究发展计划(编号: 2009AA01A139)和国家重点基础研究发展计划(编号: 2009CB724100)资助项目

摘要 对来流马赫数等于 8, 壁温等于 10.03 倍来流参考温度的平板可压缩湍流边界层做了直接数值模拟, 计算涵盖了从层流到转捩以及最终充分发展湍流的全空间演化过程. 对湍流的统计特征做了详细的分析, 结果表明, 在当前的计算工况下, 湍流边界层核心区平均速度剖面仍然满足对数率, 且卡门常数基本不变; 可压缩效应明显增强, 由于采用近似恢复温度的等温壁条件, 使得近壁区温度较高, 导致当地声速增大, 使得湍流马赫数绝对值较低, 造成内在压缩性效应不强, 与经典强雷诺比拟相比, 除在数量上产生一些偏差外, 强雷诺比拟关系近似成立, 且 Morkovin 假设依然有效; 对扩展自相似性和标度率分析表明, 对于平板可压缩湍流边界层而言, 高马赫数流动使得其适用范围减小; 压缩性效应对近壁湍动能, 条带结构, 涡等值面分布的影响得到分析.

关键词 直接数值模拟, 高超声速, 壁湍流, 可压缩性效应, 边界层

PACS: 47.27.Eq, 47.27.Nz, 83.85.Pt

doi: 10.1360/132011-929

高速可压缩边界层机理分析对于发展高超声速飞行器及其相关技术意义重大, 当飞行器做高速飞行时, 边界层会发生转捩, 由层流转变成湍流流动, 这会给飞行器带来两方面的重要变化, 首先是表面摩擦阻力显著增大, 使得总阻力增大 30%左右, 其次由于气动加热, 飞行器近壁区域的温度会急剧增加, 密度迅速下降, 甚至会出现非平衡效应和化学反应等真实气体效应. 因此, 当前高超声速飞行器设计需

要重点考虑边界层的转捩预测, 湍流降热减阻等重要课题, 这些都需要深入认识可压缩边界层的机理.

直接数值模拟(DNS)可以提供大量丰富的相对准确的流场信息, 对分析高速可压缩边界层机理非常重要, 依据 DNS 数据, 通过对湍流机理的认识, 人们可以改进工程计算(RANS, DES)中采用的湍流模型, 大涡模拟(LES)模型等, 最终为工程应用服务. 高马赫数、高雷诺数平板绕流是当前国际上的计算难

引用格式: 梁贤, 李新亮, 傅德薰, 等. Mach 8 的平板可压缩湍流边界层直接数值模拟及分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42: 282-293
Liang X, Li X L, Fu D X, et al. DNS and analysis of a spatially evolving hypersonic turbulent boundary layer over a flat plate at Mach 8 (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2012, 42: 282-293, doi: 10.1360/132011-929

题之一, 直接数值模拟这类流动问题有助于增进人们对湍流机理的认识, 目前在这方面国际上 Li 等人^[1], Pirozzoli 等人^[2]对来流马赫数等于 2.25, 雷诺数等于 635000 的平板做了直接数值模拟并分析了基本的湍流统计特征. 压缩折角是超燃冲压发动机进气道的典型外形结构, 有重要的应用背景, 是当前的研究热点, Adams^[3]对马赫数等于 3, Li 等人^[4]对马赫数等于 2.9 的压缩折角做了 DNS 计算并分析了激波边界层干扰, 分离泡运动特征, 激波和分离涡干扰等复杂的流动现象以及湍流统计特征. Martin^[5]和 Duan 等人^[6]详细讨论了利用时间发展模式做可压缩湍流 DNS 分析时的初始值和边值设定问题, 并对马赫数等于 5 的平板还做了壁面温度对壁湍流特征影响的分析, Li 等人^[7]对马赫数等于 6, 雷诺数等于 2×10^6 的平板做了空间 DNS 计算, 分析了湍动能的生成耗散机制, 以及自相似特征, 从这些计算和分析中我们发现, 虽然可压缩效应不断增强, 强雷诺比拟的数量有所改变, 但整体上看, 在马赫数小于 5 时, Morkovin^[8]假设依然成立, 马赫数继续增大时, 某些湍流的统计特征不再严格满足经典的 Morkovin 假设, 人们希望在这方面有更多的 DNS 和试验验证.

然而, 随着来流马赫数和雷诺数的增大, 这类问题的 DNS 计算难度也急剧增大, 不仅需要发展高效的数值格式, 而且还要面对计算量成倍增加的困难. 目前, 国际上还很少有对马赫数等于 8 的平板边界层流动的 DNS 数据. 对于高马赫数的情况, 人们期待有更多的 DNS 结果, 从而能验证 Morkovin 假设在多大程度上依然有效, 以及传统上在低马赫数条件成立的湍流统计特征是否在高马赫数情况下依然成立等重要课题. 本文开展了这方面的探索, 对来流马赫数 $Ma_\infty=8$, 雷诺数 $Re_\infty=5 \times 10^6$ 的平板可压缩边界层做了直接数值模拟, 并对湍流的统计特征, 湍动能的生成耗散机制以及自相似性做了分析.

1 数值计算

1.1 控制方程及参数说明

控制方程为笛卡尔直角坐标系下的可压缩 NS 方程, 本文略去书写, 同时约定上标 '*' 表示带量纲的量, 下标 '∞' 表示自由来流参考量, 下标 'δ' 表示边界层外缘参考量, 无量纲量和有量纲量采用相同的符号, 但没有上标 '*'.

本文对马赫数等于 8 的平板绕流做了直接数值模拟, 特征长度取 $l_\infty = 1 \text{ in}$ ($1 \text{ in}=2.54 \text{ cm}$), 来流参考温度 $T_\infty = 169 \text{ K}$, 壁面取等温壁, 设定为 $T_w/T_\infty = 10.03$, 其中以来流参考量和特征长度 l_∞ 定义的雷诺数为 $Re_\infty = \rho_\infty u_\infty l_\infty / \mu_\infty$, 以来流参考量和 $x=33$ 处(充分发展湍流区)的动量厚度 θ 定义的雷诺数为 $Re_\theta = \rho_\infty u_\infty \theta / \mu_\infty$, 以上述位置的动量厚度和壁面摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \bar{\rho}_w}$, 黏性 $\bar{\mu}_\tau$ 及密度 $\bar{\rho}_w$ 定义的雷诺数为 $Re_{\tau_1} = \bar{\rho}_w u_\tau \theta / \bar{\mu}_\tau$, 以上述位置边界层厚度和壁面摩擦速度, 黏性和密度定义的雷诺数为 $Re_{\tau_2} = \bar{\rho}_w u_\tau \delta / \bar{\mu}_\tau$. 本文计算表明, 该位置的边界层名义厚度约为 0.26, 动量厚度约为 0.024, 其他参数值如表 1.

1.2 网格及数值方法

计算网格如图 1 所示, 在法向采用指数型拉伸, 分布函数如下:

$$y(\eta) = \frac{e^{b\eta} - 1}{e^b - 1}, \quad (1)$$

其中 b 表示拉伸系数, 由下式确定

$$\frac{e^{bN} - 1}{e^b - 1} = \frac{h_w}{L_y}, \quad (2)$$

其中 L_y 表示法向计算域的大小, h_w 表示近壁第一个网格点到壁面的距离, N 表示法向总的节点数, 且 $\eta \in [0, 1]$ 表示计算域, $y \in [0, L_y]$ 表示物理区域, 在我们的计算中, (2)式通过牛顿迭代法求解, 然后再利用

表 1 计算参数

Table 1 Computational parameters

Ma_∞	Re_∞	Re_θ	Re_{τ_1}	Re_{τ_2}
8	5×10^6	1.18×10^5	113.6	1249.4
$N_x \times N_y \times N_z$		$N_x \times N_y \times N_z$	$\Delta x^+ \times \Delta y^+ \times \Delta z^+$	
12460 × 100 × 320		39 × 0.68 × 0.3	12.2 × 0.96 × 4.8	

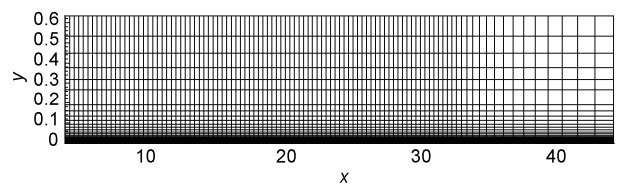


图 1 计算网格示意

Figure 1 Sketch of computational meshes.

(1)式在法向划分网格. 这样做的主要目的是法向的网格分布要充分考虑3个因素的影响: 法向计算域的大小, 近壁第一个网格到壁面的距离(一般取一个壁面尺度, 需要事先估算)以及总的节点数目.

边界层内分布 70 多个点, 近壁第一个网格点约等于一个壁面尺度, 整个黏性底层大约有 10 个网格点; 流向在 $x < 35$ 的区域内采用均匀网格, 其后区域采用逐渐放大的拉伸网格做缓冲区, 这样可以有效地克服边界出口的数值振荡和反射波. 计算中, 采用 Steger-Warming 方法对流通矢量进行分裂, 且采用 7 阶 WENO 格式进行离散, 黏性项采用 8 阶中心格式, 同时采用三步三阶 TVD 型的 Runge-Kutta 方法进行时间方向的离散和推进, 时间步长等于 0.0001, 计算过程中为抑制强过冲出现导致计算发散, 每 20 个时间步对流场做一次非线性滤波, 基础滤波采用 6 阶中心格式^[9,10]. 计算规模约 4 亿网格量, 计算区域和网格剖分如表 1 所示. 计算采用我们自主研发的 OpenCFD-SC 高精度 CFD 科学计算模块, 在天津天河超级计算机上采用 9216 个 CPU 核心并行计算约 152 个小时完成.

我们首先计算了一个含前缘的二维平板层流解, 并在 $x = 4$ 附近截断, 并把 $x > 4$ 的流场沿展向拓展, 这样就得到了三维初始层流流场和超声速入口来流条件, 上部和出口采用无反射边界条件, 壁面采用等温无滑移的固壁边界条件. 为使流动尽早发生转捩, 且在感兴趣的区域得到充分发展湍流, 在壁面上 $4.5 \leq x \leq 5$ 的区域加入了周期性的吹吸扰动, 基频 $\beta = 0.5$, 扰动幅值 $A = 0.08$, 具体形式参见文献[2].

2 湍流平均量统计特征

本文约定, \bar{f} 表示变量 f 的 Reynolds 平均, $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$ 表示其 Favre 平均, 它们所对应的脉动量分别为 $f' = f - \bar{f}$ 和 $f'' = f - \tilde{f}$. 此外, 定义脉动量 α' 和 β' 两点相关函数为

$$R_{\alpha'\beta'}(y, z) = \frac{\overline{\alpha'(x, y, z'+z)\beta'(x, y, z')}}{\sqrt{\overline{\alpha'(x, y, z')^2}}\sqrt{\overline{\beta'(x, y, z')^2}}}, \quad (3)$$

其中上横杠表示时间和展向的平均, 则对于任意脉动量 α' 的自相关函数定义为

$$R_{\alpha'\alpha'}(y, z) = \frac{\overline{\alpha'(x, y, z'+z)\alpha'(x, y, z')}}{\overline{\alpha'(x, y, z')^2}}. \quad (4)$$

图 2 给出了 $x = 33$, $y^+ = 63.3$ 处的展向两点相关性曲线, 可以看出随展向距离增大, 展向两点的关联性趋于 0, 结果表明我们所选的展向区域足够宽, 适合 DNS 计算需求了. 除特殊说明, 本文的统计量均取自 $x = 33$ 处的充分发展湍流区.

图 3 给出了水平速度分量的脉动量 u' 在 4 个法向位置上归一化后的能谱 $E_{u'u'}$ 分布, 结果清楚地展示了能量从低波数到高波数的多层次级串衰减规律, 最大衰减了 7 个量级. 图 3 还进一步说明, 当远离壁面

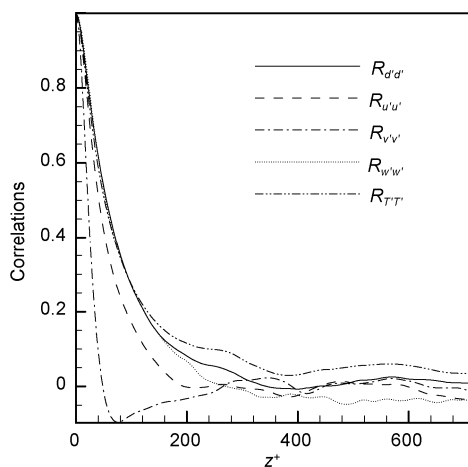


图 2 $y^+=63.3$ 位置的展向两点相关性
Figure 2 Spanwise two-point correlations at $y^+=63.3$.

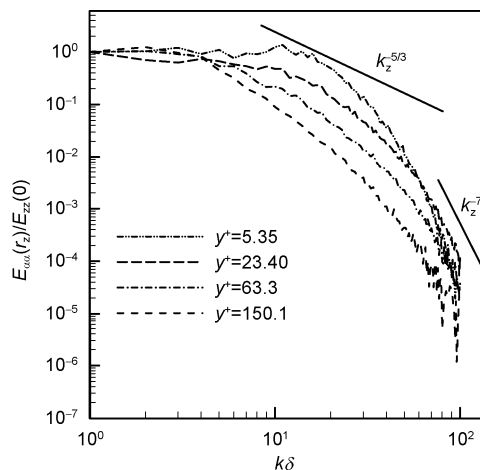


图 3 不同壁面法向位置的二维能谱 $E_{u'u'}$
Figure 3 Two-dimensional energy spectra $E_{u'u'}$ at different wall normal locations.

后,一般在黏性底层以外,能谱存在明显的 $-5/3$ 幂次律范围,这和经典结果是一致的,但在当前的计算条件下,这个范围相对较窄.

图4给出了壁面平均摩擦系数沿流向的变化趋势,这里定义摩擦系数 $C_f = \tau_w / (\rho \bar{u}^2 / 2)$, 其中 $\tau_w = [\mu_w \partial \bar{u} / \partial y]_w$ 表示壁面黏性应力. 从图4中可以看到,摩擦阻在扰动之后3个单位长度内有所减少,这个区域是扰动模态的快速增长阶段,但流动已不再是层流,大约在8-10之间迅速上升,并发生 Bypass 转捩,大约在 $x = 20$ 左右转捩完成到达充分发展湍流阶段. 图4同时给出了利用 White 的经验公式预测的摩擦系数^[2], 结果表明,在给定的范围内和 DNS 基本吻合.

图5给出了充分发展湍流区 $x = 33$ 处的平均速度剖面沿法向的变化,速度剖面仍满足传统的线性区、过度区和对数区,经 Van Driest 变化后速度型与理论值吻合,卡门常数基本不变,截距约为 6.5, 即对数律的表达式为 $u^+ = 1/0.41 \ln y^+ + 6.5$, 因此,虽然边界层外缘的马赫数很高,但在内层马赫数基本小于 3,当前的计算表明,在充分发展湍流区域的任何位置,速度剖面都基本相似,流动和不可压缩流仍具有相似性,在这一点上, Morkovin 假设依然成立.

图6给出了 $x = 33$ 附近近壁面法方向上的湍流强度,即脉动速度的 RMS(均方根)值,且用当地流向脉动速度的平均量做了归一化,同时也给出了不可压缩湍流的实验的值,这些在内层 $y^+ < 30$ 时基本上一致,再往外层发展,由于可压缩性增强,差别会有所

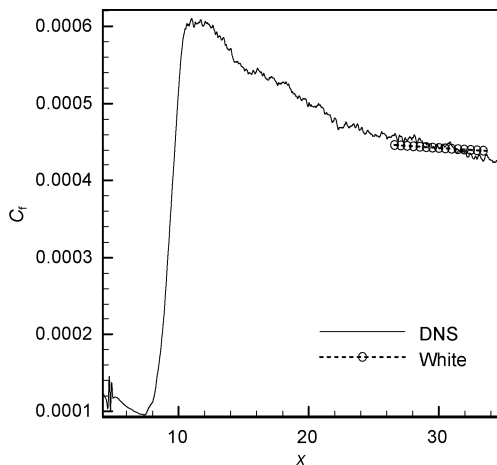


图4 壁面摩擦系数

Figure 4 Skin friction distribution.

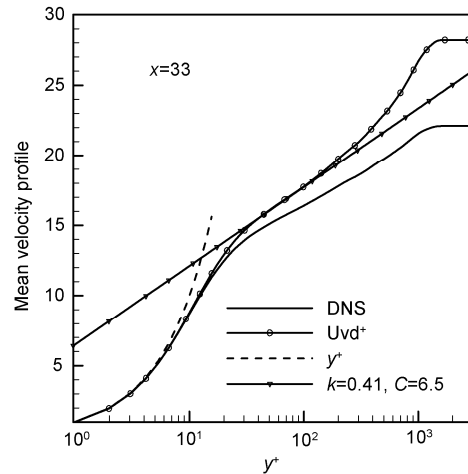


图5 平均速度剖面

Figure 5 Distribution of mean streamwise velocity.

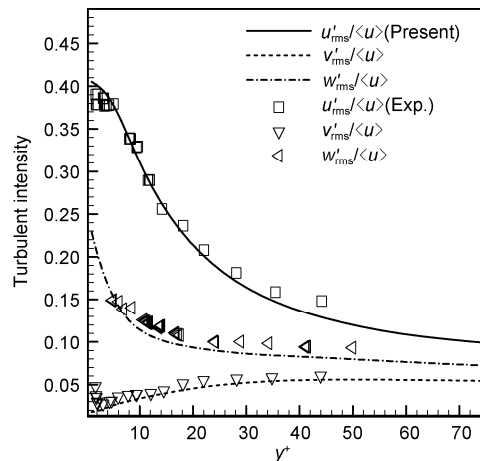


图6 脉动速度的 RMS(y^+ 表示)

Figure 6 Distributions of RMS velocity fluctuations versus y^+ .

增加,限于实验结果有限,图6中没有太多显示,这说明在黏性底层压缩性并没有很强,平均速度剖面与不可压缩流动的湍流脉动强度剖面相似.

但图6结果同时表明,在采用壁面坐标 y^+ 表示时,与实验结果相比,流向速度脉动的 RMS 值和展向速度脉动的 RMS 值在远离壁面时差别较大. Huang 等人^[11]在研究槽道湍流时指出用半局部坐标能更准确反映统计平均量的法向剖面; Duan 等人^[6]在计算来流马赫数等于5的平板湍流边界层时,已经给出了部分有显著差别的结果. 为叙述方便,本文给出传统的壁面坐标 y^+ 和半局部壁面坐标 y^* 的定义如下:

$$y^+ = \frac{y}{l^+}, \quad l^+ = \frac{\mu_w}{\rho_w u_\tau}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}} \quad (5)$$

$$y^* = \frac{y}{l^*}, \quad l^* = \frac{\bar{\mu}(y)}{\bar{\rho}(y)u_\tau^*}, \quad u_\tau^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\bar{\rho}(y)}} \quad (6)$$

其中 τ_w 表示壁面切应力. 显然采用 y^+ 壁面坐标时, 归一化过程只与壁面量有关, 并没有考虑到当地流场变化的影响; 而采用 y^* 壁面坐标时, 归一化过程不仅考虑了壁面量的影响, 同时兼顾了当地流场变化的影响. 对于平板边界层流动, 穿过边界层, 平均压力不变, 密度直接和温度变化相关. 可以预见, 当边界层内热环境发生变化后, (6)式就会有显著变化, 并直接影响到 y^* , 而这样的变化对 y^+ 影响极小. 引起热环境变化的因素很多, 比如壁温的改变, 来流马赫数改变等, 对于高超声速的情况, 由于压缩性增强和气动加热效应, 这样的差别就更大了. 总而言之, y^+ 与 y 满足线性变化关系, y^* 与 y 呈非线性关系.

根据上面的分析, 我们把脉动速度的 RMS 值重新用半局部坐标 y^* 表示, 即把图6中的横坐标换成半局部坐标, 如图7所示, 各种脉动量的表示从整体上有了很大的改观, 远离壁面时, DNS 结果和实验结果的走势保持一致, 特别是对流向分量的影响更为显著.

定义湍流马赫数 $M_t = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2} / \bar{c}$, 是另外一个表征内在压缩性效应的物理量, 图8表明当来流马赫数等于8时, 在当前的壁温条件下, 湍流马赫

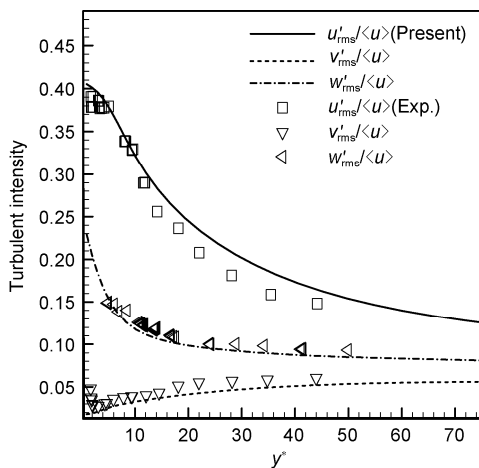


图7 脉动速度的 RMS(y^* 表示)

Figure 7 Distributions of RMS velocity fluctuations versus y^* .

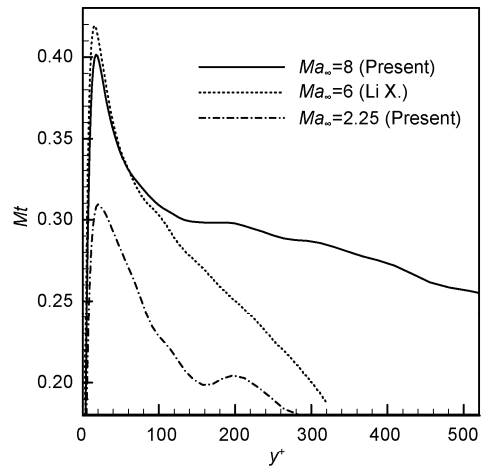


图8 湍流马赫数

Figure 8 Turbulent Mach number.

数最大达到 0.4, 且 $y^+ < 200$ 以内的值都在 0.3 以上, 这说明流动的内在压缩性效应非常显著, 且区域扩大. 由于当地声速 $\bar{c} = \sqrt{\bar{T}} / Ma_\infty$, 因此当壁面温度较高时, 虽然来流马赫数很大, 但内层温度会很高, 声速增大, 造成湍流马赫数增大不多, 因此, 高壁温条件时表征边界层内压缩性效应的湍流马赫数的峰值比低壁温条件时的要小, 甚至比低壁温低马赫数的情况也要小, 但整体增强. 如图8所示, Li 等人^[7]给出了 $Ma_\infty = 6$ 的结果, 近壁区 $y^+ \approx 20$ 时 M_t 达到极值, 约为 0.42, 之后迅速衰减, 与本文相比, M_t 的极值点没有很大变化, 但本文的结果在整个边界层内层维持较大的值, 大部分区域的值在 0.26 以上, Li 等人^[7]采用的壁面温度为 $T_w / T_\infty = 6.98$, 由于来流温度相同, 因此, 这个壁温比本文的要低很多, 这说明降低壁温会使湍流马赫数增大, 压缩性效应增强, 这一点 Duan 等人^[6]也给出了相似的结论.

图8还同时给出了来流马赫数对边界层内湍流马赫数影响的对比, 结果表明, 当来流马赫数等于 2.25 时, 近壁湍流马赫数的峰值约为 0.31, 而其在整个边界层内, 湍流马赫数都比较小, 按照 Morkovin 假设, 内在压缩性效应是完全可以忽略的.

上述分析表明, 虽然来流马赫数很高, 但是由于壁面温度较高, 使得近壁区温度升高, 当地声速增大, 造成湍流马赫数变化不大, 压缩性效应增大不明显. 其次, 边界层内湍流马赫数的峰值并不仅仅依赖于来流马赫数, 壁温的影响也非常显著, 应考虑综合作

用的结果.

3 强雷诺比拟分析

Morkovin 假设认为, 当来流马赫数比较小时, 可以通过某些变换, 如 Favre 平均、Van Driest 变换, 将平均密度变化的影响考虑进去, 使得可压缩湍流的统计平均特征与不可压缩湍流的统计平均特征很相似. 1962年 Morkovin^[8]提出了5个强雷诺比拟(SRA)关系, 本列出下面4个关系式

$$\frac{T''_{rms} / \tilde{T}}{(\gamma - 1)Ma^2(u''_{rms} / \tilde{u})} \approx 1, \quad (7)$$

$$R_{u''T''} \approx -1, \quad (8)$$

$$R_{u''v''} = -R_{v''T''} \left[1 - \frac{\overline{v''T''}}{v''T''} \right], \quad (9)$$

$$Pr_t = \frac{\overline{\rho u''v''}(\partial \tilde{T} / \partial y)}{\rho v''T''(\partial \tilde{u} / \partial y)} \approx 1, \quad (10)$$

其中 $Ma^2 = \tilde{u}^2 / (\gamma R \tilde{T})$. 在后来的发展中, 基于考虑壁面热流的影响, 或者消除壁面温度的影响等因素, SRA 关系式(7)被不断地修正. Cebeci 等人^[12]推导了一种扩展的强雷诺比拟关系(ESRA):

$$\frac{T''_{rms} / \tilde{T}}{(\gamma - 1)Ma^2(u''_{rms} / \tilde{u})} \approx \left[1 + C_p \frac{\tilde{T}_w - \tilde{T}_{t\delta}}{\tilde{u}\tilde{u}_\delta} \right], \quad (11)$$

其中 T_t 表示总温. Gaviglio^[13], Rubesin^[14]以及 Huang 等人^[11]也分别给出了修正的雷诺比拟关系式

$$\frac{T''_{rms} / \tilde{T}}{(\gamma - 1)Ma^2(u''_{rms} / \tilde{u})} \approx \frac{1}{c[1 - \partial \tilde{T}_t / \partial \tilde{T}]}, \quad (12)$$

分别记为 GSRA, RSRA, HSRA, 对应上式中 $c = 1.0$, $c = 1.34$ 和 $c = Pr_t$. 如图 9 所示, 各种雷诺比拟关系式均不再满足近似等于 1 的结果, 除 GSRA 结果偏离较大外, 其他结果都集中在 $y = 0.8$ 附近, 基本上在 1 的量级, 同时这些比拟关系也都不再是常数, 这种近似关系表明, Morkovin 假设虽不再象低马赫数情况下那样完适用, 但在一定程度上仍然有效.

图 10 给出了穿过边界层法向速度和温度脉动量的相关性, 根据(8)式, u'' 和 T'' 是负相关的, 本文的计算表明在 2.5 个壁面尺度以内二者的相关性是正的, 之后二者的负相关程度加大, 大约在 30 个壁面尺度的地方达到极小值, 约等于 -0.802, 之后又不断减弱并稳定在 -0.6, 这一结论已被很多研究者所证实^[2,6].

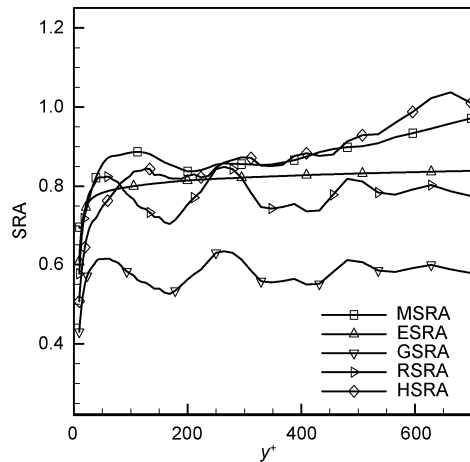


图 9 标准的, 扩展的和修正的强雷诺比拟
Figure 9 Standard SRA, extended SRA and modified SRA.

根据 Morkovin 假设, (9)式可近似为 $R_{u''v''} \approx -R_{v''T''}$, 即, u'' 与 v'' 的相关性和 v'' 与 T'' 的相关性互为相反, 图 10 的结果反映了这一关系的正确性, 这进一步说明 Morkovin 假设依然有效.

(10)式表示湍流 Prandtl 数, 表征了平均运动中动量交换和热交换之比, 强雷诺比拟中该值近似为 1, 事实上当来流马赫数大于 3 以上, 这个结果已受到质疑, 至少不再是常数, Pirozzoli 等人^[2], Duan 等人^[6]和 Li 等人^[7]分别对马赫数等于 2.25, 5 和 6 的计算都表明, Pr_t 不再是近似于 1 的值. 此外, 与湍流 Prandtl 数相似, 表征湍流质量扩散的特征参数 Pr_ρ , 定义为

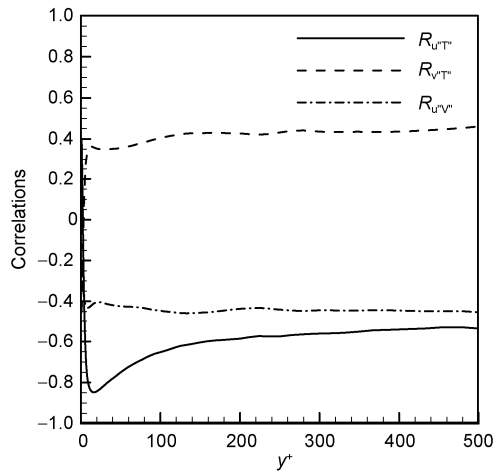


图 10 脉动速度和温度的相关性
Figure 10 Correlations of temperature and velocity fluctuations.

$$Pr_\rho = \frac{\overline{u''v''}(\partial\bar{\rho}/\partial y)}{\rho v''(\partial\bar{u}/\partial y)}. \quad (13)$$

根据 Pirozzoli 等人^[2], $Pr_t \approx Pr_\rho$, 也就是说在 Morkovin 假设下, 湍流边界层中动量交换, 热交换以及质量交换过程处于近似相当的状态. 图 11 结果表明, 在内层 $Pr_t \approx Pr_\rho$ 成立, 数值接近 1 的量级, Morkovin 假设依然有效. 在外层, Pr_t 和 Pr_ρ 相差甚远, 这是由于和内层相比, 在外层外压缩性效应会明显增强, 说明在这种情况下, Morkovin 假设的适用程度会有所降低, 但仍然在 1 的量级, 没有根本的变化.

上述分析表明, 在当前的计算工况下, 强雷诺比拟关系式在量级上基本成立, 变化并不大, Morkovin 假设基本成立, 这说明边界层近壁区的可压缩性或其他流动特征并非单一取决于来流马赫数, 而是要综合边界条件等因素的共同作用, 并最终通过平均流的特征表现.

4 湍动能生成耗散机制分析

湍动能输运方程反应了湍流脉动能生成、耗散等输运机制, 定义湍动能为

$$K = \frac{1}{2} \frac{\rho u_i'' u_j''}{\bar{\rho}},$$

其输运方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}K) = -C + P + T + \Pi + D + M + \varepsilon, \quad (14)$$

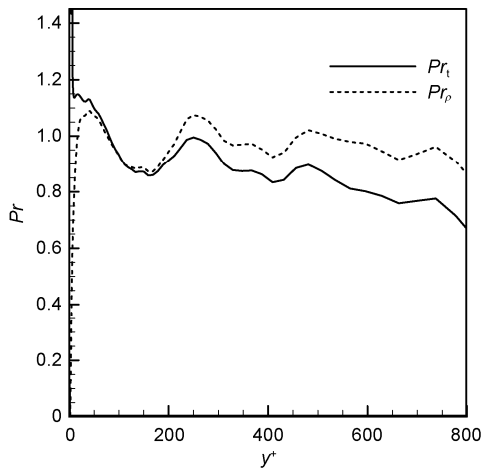


图 11 Prandtl 数沿法向分布

Figure 11 Distribution of Prandtl number along wall normal direction.

其中 $C = \partial(\bar{u}_j \bar{\rho} K) / \partial x_j$ 表示对流项, $P = -\overline{\rho u_j'' u_j''} \partial \bar{u}_i / \partial x_j$ 是湍动能生成项, $T = -\partial(\frac{1}{2} \overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''}) / \partial x_j$ 是湍动能输运项, $\Pi = -\overline{u_j'' \partial p / \partial x_j}$ 表示压力相关项, $D = \partial(\overline{u_i'' \sigma_{ij}'}) / \partial x_i$ 是黏性扩散项, 表示由于黏性应力引起的湍动能的空间输运, $M = \overline{u_i'' \partial \bar{\sigma}_{ij} / \partial x_j}$ 表示脉动速度导致的平均流黏性应力的扩散, $\varepsilon = -\overline{\sigma_{ij}' \partial u_i'' / \partial x_j}$ 是黏性耗散项, 表征湍流脉动运动引起的黏性耗散. 上式中 $\Pi = \Pi_p + \Pi_d + \Pi_s$, 其中 $\Pi_p = -\overline{u_j'' \partial \bar{p} / \partial x_j}$ 表示平均运动中压力做功项, 反应了脉动速度对湍动能的贡献, $\Pi_s = -\partial(\overline{p' u_j''}) / \partial x_j$ 是压力输运项, 与声速相关, 反应声的强度, $\Pi_d = \overline{p' \partial u_i'' / \partial x_i}$ 是压力膨胀项, 表征了可压缩效应所产生的脉动密度对湍动能增长率的影响. 此外, $\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d + \varepsilon_i$, 其中 $\varepsilon_s = -\overline{\mu \omega_i'' \omega_i''}$ 为螺旋耗散项, $\varepsilon_d = -\frac{4}{3} \overline{\mu \frac{\partial u_i''}{\partial x_i} \frac{\partial u_k''}{\partial x_k}}$ 为膨胀耗散项, $\varepsilon_i = \varepsilon - \varepsilon_d - \varepsilon_s$ 为脉动密度相关项^[9].

图 12 给出了 $x = 33$ 处的湍动能生成耗散输运关系, 图 12 中所有的项都用壁面处的黏性耗散项 ε 归一化, 从图 12 中可看到, 湍动能生成项 P , 输运项 T , 扩散项 D 和黏性耗散项 ε 在湍动能输运系统中占主导, 其他项都很小, 对于高马赫数流动而言, 压力膨胀项显著偏大. 对于不可压缩流动, 由于脉动速度的散度为零, 故 Π_d , ε_d 和 ε_i 均为零, 当考虑内在压缩

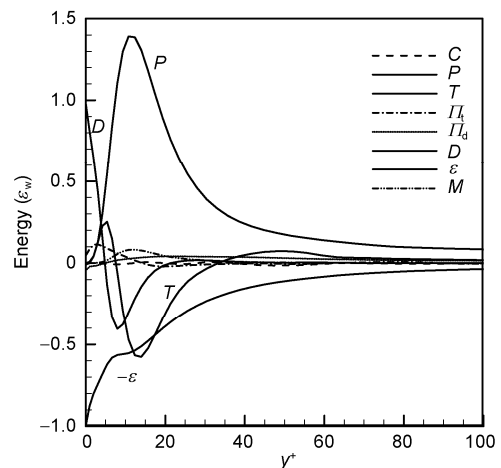


图 12 湍动能平衡关系

Figure 12 Turbulent kinetic energy budget.

性效应, 即压缩效应由脉动量表现时, 这些结果都不为零, 内在压缩性越强, 其绝对值越大.

图 13 给出了压力相关项中 3 个分量与当地生成项的比值, 用于考察压力相关项在湍动能生成项中所占的比例, 结果表明, 压力膨胀项 Π_d 明显占有很大比例, 而压力输运项和压力做功项比值都很小, 这说明内在压缩性效应显著. 图 14 给出了膨胀耗散项和螺旋耗散项的比, 即 $\varepsilon_d / \varepsilon_s$, 该比值用以表征黏性耗散中, 压缩性部分与不可压缩部分的比例, 结果表明, 当前条件下, 由可压缩性效应带来的黏性耗散占

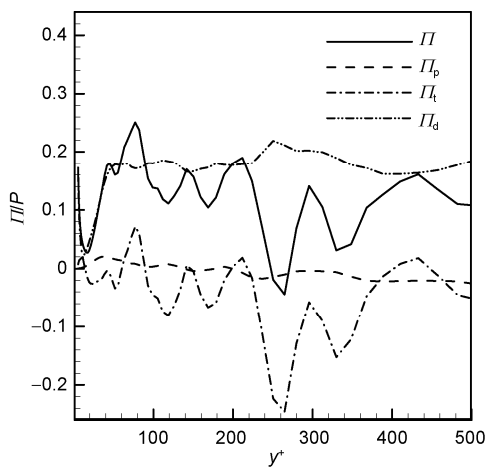


图 13 压力相关项的分布(以生成项归一化)

Figure 13 Distributions of each pressure term (normalized by local production term).

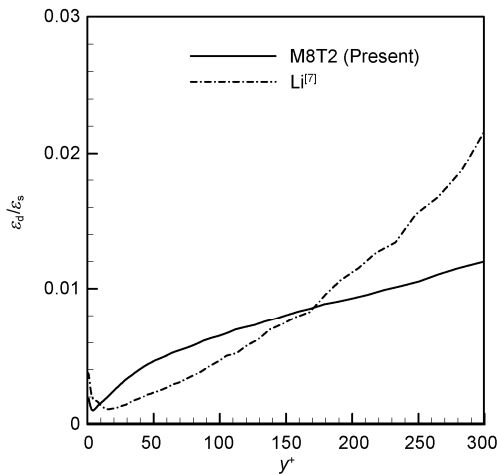


图 14 膨胀耗散与螺旋耗散之比(y^+ 表示)

Figure 14 Ratio of dilatational dissipation to solenoidal dissipation (versus y^+).

不可压缩耗散的比例在湍流核心区不到 2%, 几乎可以忽略, 这进一步说明高温壁条件下, 内压缩性效应所带来的黏性耗散会减弱. 如图 14 所示, 文献[7]中所给壁温较低, 因此近壁区压缩性效应比当前的情况略大, 随壁面距离增大, 又有所减小, 但当 $y^+ > 180$ 后, 结论又相反了. 造成这一矛盾的主要原因在于当前采用了 y^+ 壁面坐标. 图 15 给出了用 y^* 壁面坐标表示的 $\varepsilon_d / \varepsilon_s$, 结果表明在除近壁很小的区域外, 高马赫数时膨胀耗散所占的比例比低马赫数时要大, 即内在压缩性效应更强. 这进一步表明在可压缩湍流边界层分析中, 壁面坐标 y^* 比 y^+ 更有优势.

5 扩展自相似性

扩展自相似性(ESS)是湍流研究的重要发展^[15], 根据 ESS 理论, p 阶速度结构函数 $\langle |v(x+l) - v(x)|^p \rangle$ 是 3 阶速度结构函数的指数函数. ESS 理论在充分发展的均匀各向同性湍流中得到非常好的验证, 但本文的研究发现, 在高马赫数壁湍流的近壁区域 ESS 仍然满足. 图 16 给出了 $x = 33$, $y^+ = 98.88$ 处的 p 阶展向速度 w 结构函数 $S_p(k) = \langle |w(z+k\Delta z) - w(z)|^p \rangle$, 其中横坐标是 3 阶展向速度结构函数 $S_3(k)$ 的对数值, 纵轴是各阶展向速度结构函数的对数值. 可以发现, 在对数坐标下, 各阶结构函数在较宽的范围内都是 3

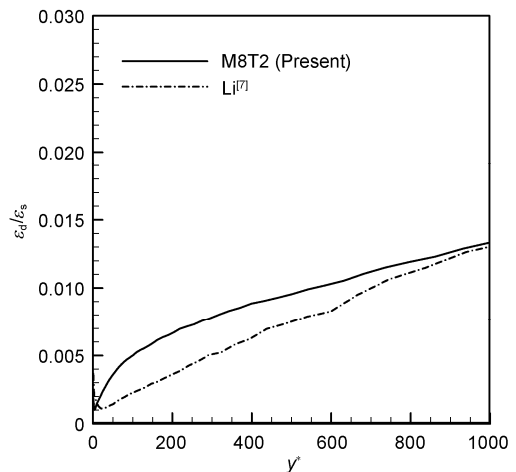


图 15 膨胀耗散与粘性耗散之比(y^* 表示)

Figure 15 Ratio of dilatational dissipation to solenoidal dissipation (versus y^*).

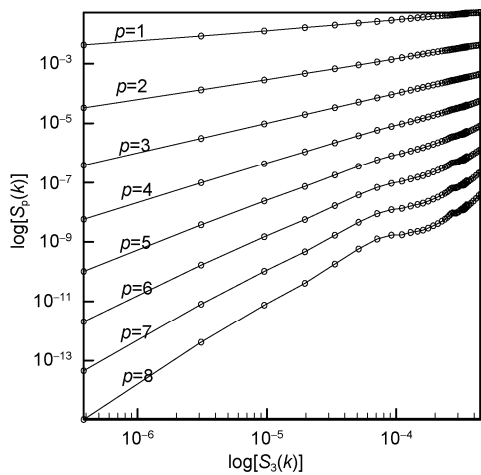


图 16 展向速度结构函数($y^+=98.88$)

Figure 16 Spanwise velocity structure function at $y^+=98.88$.

阶结构函数的线性函数, 计算表明对于 $p \leq 6$ 的情况, 当 $k \leq 30$ 时, ESS 都是成立的, 也就是 ESS 的范围是 $l^+ = 30\Delta z \approx 144$. 当 p 增大时, k 值有所减小.

图 17 给出了 $y^+ = 5.35$ 处的上述速度结构函数的值, 其中横轴依然是 $S_3(k)$ 的对数值, 图 18 给出了局部放大图, 结果显示对于不同阶结构函数, 依然具有某种相似性. 计算表明, 满足线性关系的 $k \leq 10$, 且 $p \leq 5$. ESS 有效范围减小主要原因在于随着马赫数增大, 边界层湍流受壁面条件影响加强, 造成各向异性增强, 非均匀性增强, 以及远离惯性区所致^[16].

图 19 给出了利用 ESS 函数曲线经最小二乘法拟

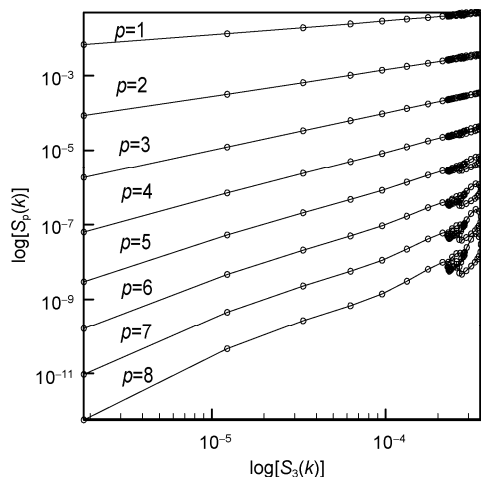


图 17 展向速度结构函数($y^+=5.35$)

Figure 17 Spanwise velocity structure function at $y^+=5.35$.

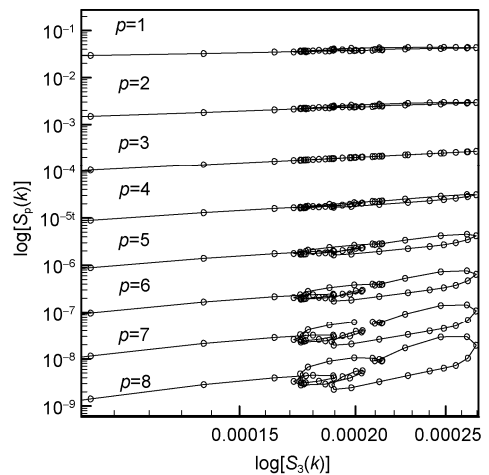


图 18 图 17 的局部放大图

Figure 18 Detail of Figure 17.

合得到的标度指数, 其中 K41 表示 Kolmogorov 给出的标度率 $\zeta_p = p/3$, SL model 表示, She 等人^[17]提出的标度率 $\zeta_p = p/9 + 2[1 - (2/3)^{p/3}]$, 该标度率是迄今为止被证明最普适的规律. 图 19 结果表明, (i) 近壁区标度率偏小, 这主要是由于近壁湍流强各向异性所致, (ii) 在湍流核心区时, 标度指数接近 SL model 的结果, (iii) 所有标度指数都围绕在 SL model 给出的标度率周围, 且变化趋势相同, 当阶数增大时数值偏差增大, 而与 K41 的结果相差较大. 结合图 16 和 17, 本文认为造成这种偏差的主要原因是高马赫数条件下, 虽然边界层内湍流运动仍满足层次结构, 但受压缩性效应影响会有所改变, 使其有别于低马赫

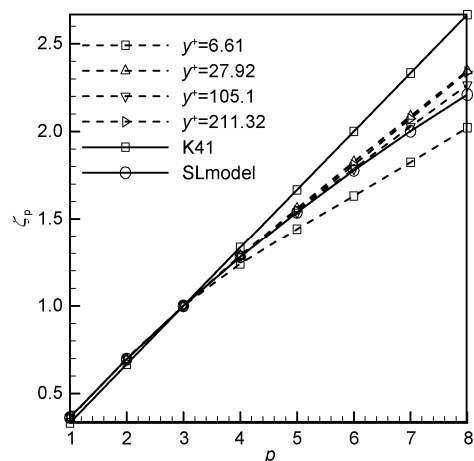


图 19 相对标度指数

Figure 19 Relative scaling exponents.

数流动(或均匀各种同性湍流)的情况.

Li 等人^[7]对马赫数等于6的平板也做了扩展自相似性分析和标度率分析,与本文对比结果表明,当法向位置相同,马赫数减小时,满足 ESS 的阶数 p 增大,同时在展向满足 ESS 的范围也扩大,即 k 增大.此外,符合 SL model 标度率的范围也比本文的大,这也说明了低马赫数时压缩性效应不明显,湍流层次结构与传统的分析结果趋于一致,而这正是高马赫数流动所导致的改变.

6 流动结构分析

近壁条带结构是湍流研究的重要发展,图 20 给出了 $y^+ = 10$ 左右的一个二维 xoz 平面上速度分量 u 的云图,从图 20 中可以清晰看到沿展向分布的高速低速条带结构,大约有 17 个左右的条带结构,这样每个条带结构大约有 100 个壁面尺度或 $22\Delta z^+$,这一结果和不可压缩流动的近壁条带结构展向分布相似^[9,18],这说明在当前的计算条件下,特别是壁面温度较高时,近壁面压缩性效应对条带结构的分布影响不大,此外,条带结构沿流向维持很长的距离,这是由于压缩性所致,使得条带结构不易破碎.

在分析壁湍流拟序结构时,目前,常采用速度梯度张量第二不变量(Q)的等值面来描述,这些等值面反应了相干涡结构和发卡涡在边界层内的生成,发展等演化过程.图 21 给出了流场在不同流向位置 $Q = 500$ 的等值面分布图,其中图 21(a)展示了转捩阶

段的拟序涡结构的发展规律,可以发现这个阶段大量的涡结构快速生成,并随着向下游推进迅速破碎成大量小尺度结构,在这个过程中,如图 4 所示,壁面摩擦会急剧增加.当转捩结束后,流动进入充分发展湍流阶段,如图 21(b)所示,大量小尺度涡分布规律基本保持不变了.与低马赫数流动相比^[7],整个演化过程中,相干涡结构沿流向分布更加光滑,以准流向涡结构为主,较少出现发卡涡结构.

7 结论

利用 7 阶 WENO 格式和 8 阶中心格式,本文给出了空间发展的马赫数等于 8,且壁温等于 10.03 倍来流温度的平板可压缩湍流边界层的直接数值模拟结果,分析表明:

(i) 湍流边界层核心区平均速度剖面仍然具有相似性,且卡门常数基本不变,Markovian 假设有效;

(ii) 由于壁面采用近似恢复温度的等温壁,近壁温度较高,当地声速增大,湍流马赫数相对较低,相比低来流马赫数的情况,内在压缩性效应增强,但仍不十分明显;

(iii) 就整体而言,强雷诺比拟关系在 1 的量级上依然成立,但数值上有一些偏差;

(iv) 近壁区湍流流动的统计特征取决于来流条件,边界条件的共同作用,特别是壁温的影响效果更为显著;并非单一取决于来流马赫数,或者雷诺数等;

(v) 当湍流边界层可压缩性增强或热环境变化

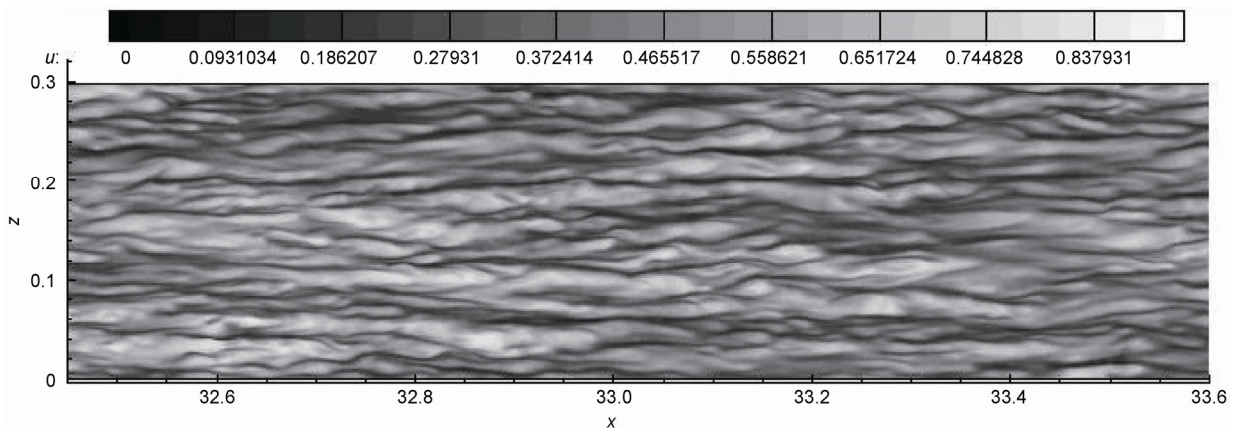


图 20 近壁条带结构($y^+ = 10$)
Figure 20 Near-wall streaks at $y^+ = 10$.

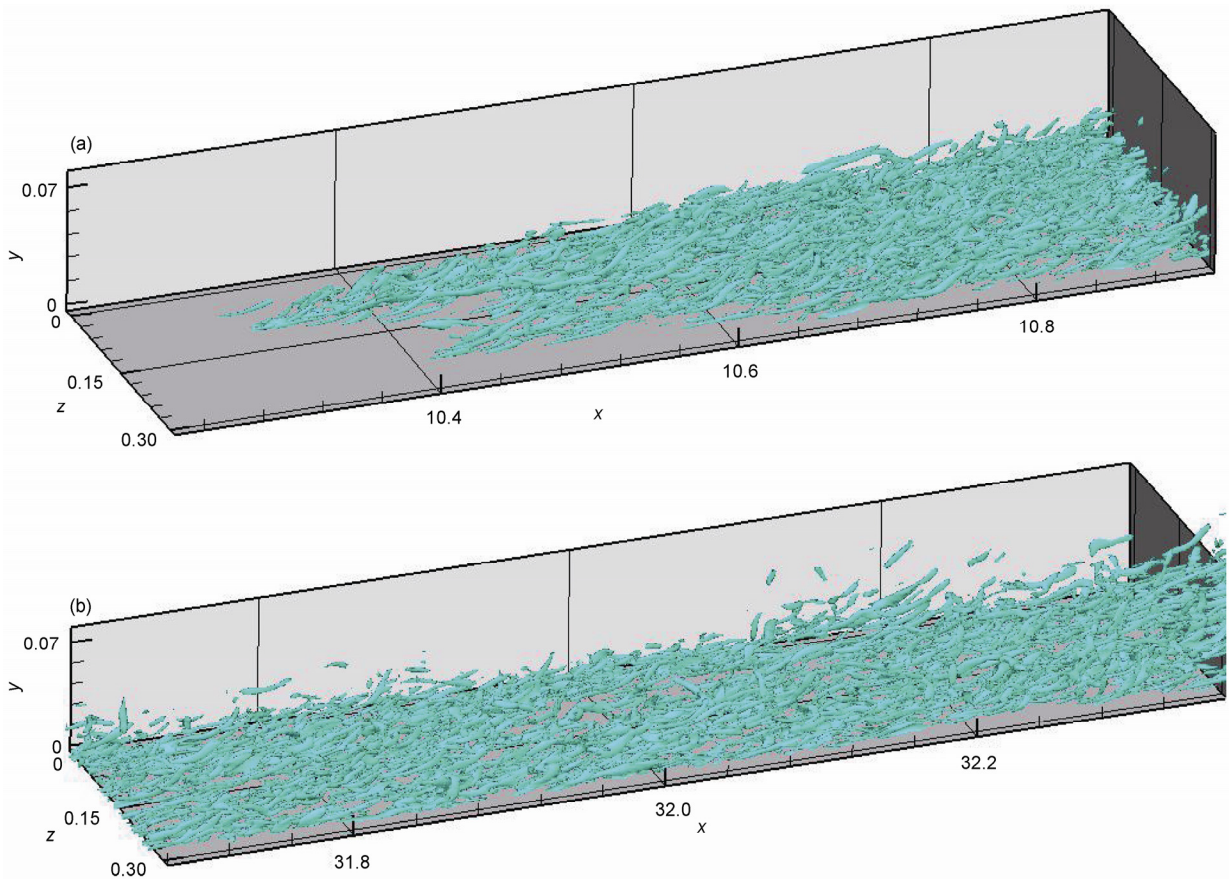


图 21 瞬时流场的 $Q=500$ 等值面

(a) 转捩区; (b) 充分发展湍流区

Figure 21 Instantaneous isosurface of $Q=500$ in the (a) transition region and (b) fully developed turbulent region, respectively.

增大时(比如马赫数增大或强冷却壁时),采用半局部壁面坐标 y^* 有利于归一化统计平均量的法向分布,使其更具有普适性.

(vi) 扩展自相似性得到验证,对于壁湍流,马赫数增大,扩展自相似性的有效范围会减小,同时接

近壁面时,其范围也会减小,其对应的标度率和 SL model 预测值的符合范围也随之减小.

(vii) 与低马赫数流动相比,近壁条带结构分布基本相似,相干涡结构沿流向分布更光滑,较少出现发卡涡结构.

致谢 感谢中国科学院网络中心超级计算中心、上海超级计算中心、国家超级计算天津中心提供计算机时.

参考文献

- 1 Li X L, Fu D X, Ma Y W, et al. Acoustic calculation for supersonic turbulent boundary layer flow. Chin Phys Lett, 2009, 26(9): 094701
- 2 Pirozzoli S, Grasso F. Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at $M=2.25$. Phys Fluids, 2004, 16(3): 530-545
- 3 Adams N A. Direct simulation of the turbulent boundary along a compression ramp at $M=3$ and $Re_\theta=1685$. J Fluid Mech, 420: 47-83
- 4 Li X L, Fu D X, Ma Y W, et al. Direct numerical simulation of shock/turbulent boundary layer interaction in a supersonic compression ramp. Sci China-Phys Mech Astron, 2010, 53(9): 1651-1658

- 5 Martin M P. Direct numerical simulation of hypersonic turbulent boundary layers. Part 1. Initialization and comparison with experiments. *J Fluid Mech*, 2007, 570: 347–363
- 6 Duan L, Beekman I, Martin M P. Direct numerical simulation of hypersonic turbulent boundary layers. Part 2. Effects of wall temperature. *J Fluid Mech*, 2010, 655: 419–445
- 7 Li X L, Fu D X, Ma Y W. Direct numerical simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at $Ma=6$. *Chin Phys Lett*, 2006, 23(6): 1519–1522
- 8 Morkovin M. Effects of compressibility on turbulent flows. *The Mechanics of Turbulence*. Favre A, ed. New York: Gordon and Breach, 1962. 367–380
- 9 傅德薰, 马延文, 李新亮, 等. 可压缩湍流直接数值模拟. 北京: 科学出版社, 2010. 189–258
- 10 Lele S K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J Compt Phys*, 1992, 103: 16–42
- 11 Huang P G, Coleman G N, Bradshaw P. Compressible turbulent channel flows: DNS results and modeling. *J Fluid Mech*, 1995, 305: 185–218
- 12 Cebeci T, Smith A M O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. New York: Academic Press, 1974
- 13 Gaviglio J. Reynolds analogies and experimental study of heat transfer in the supersonic boundary layer. *Int J Heat Mass Transfer*, 1987, 30(5): 911–926
- 14 Rubesin M W. Extra compressibility terms for Favre-averaged two-equation models of inhomogeneous turbulent flows. Technical Report, CR-177556. NASA, 1990
- 15 Benzi R, Ciliberto S, Baudet C. Extended self-similarity in dissipation range of fully developed turbulence. *Europhys Lett*, 1993, 24(4): 275–279
- 16 Amati G, Benzi R, Succi S. Extended self-similarity in boundary layer turbulence. *Phys Rev E*, 1997, 55(6): 6985–6988
- 17 She Z S, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys Rev Lett*, 1994, 72(3): 336–339
- 18 张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流理论与模拟. 北京: 清华大学出版社, 2005. 187–190

DNS and analysis of a spatially evolving hypersonic turbulent boundary layer over a flat plate at Mach 8

LIANG Xian^{*}, LI XinLiang, FU DeXun & MA YanWen

Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Direct numerical simulation is investigated for hypersonic flat plate with $Ma_\infty=8$ and $T_w/T_\infty=10.03$. Present computation covers the procedure from laminar flow to final full developed turbulent flow. A deliberate analysis of turbulent statistics characteristics has been presented in this paper. The results show that, with present computational conditions, mean velocity profile in core region of turbulence satisfies logarithm law, and Karman constant is kept here. Because of the wall temperature is high, so the local sound speed increases and turbulent Mach number decrease, as the results that intrinsic compressible effects is not strong. The strong Reynolds analogy is still validity with small deviation of value compare to traditional results. And Morkovin's hypothesis is still true in present study. Extended self-similarity is also tested and verified, The shrinking of the ESS range of scales is captured by comparing to low Mach number flow. Finally, near-wall streaks and iso-vorticity are also tested and analyzed.

direct numerical simulation, hypersonic, wall turbulence, compressibility effects, boundary layer

PACS: 47.27.Eq, 47.27.Nz, 83.85.pt

doi: 10.1360/132011-929