

文章编号: 1000-4750(2012)10-0347-07

# 深水半潜式平台 Mathieu 不稳定问题研究

王俊荣<sup>1,2</sup>, 谢 彬<sup>1</sup>

(1. 中海石油研究中心, 北京 100027; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 半潜式平台的垂荡运动相对较大, 当平台的纵摇固有周期和垂荡固有周期处于一定的倍数关系时, 平台的纵摇/横摇运动可能落入 Mathieu 不稳定区。该文对半潜式平台 Mathieu 方程进行了推导, 获得了各参数的计算公式; 根据 Mathieu 不稳定图谱或数值计算方法, 可判断纵摇/横摇运动的稳定性。选取了一个生存状态下的半潜式平台为算例, 分析了平台发生 Mathieu 不稳定问题的条件, 并通过调整关键参数抑制不稳定问题的发生, 从而获得了避免 Mathieu 不稳定问题的工程措施, 为今后半潜式平台设计提供参考。

**关键词:** 半潜式平台; 垂荡; 纵摇; Mathieu 不稳定; 固有周期; 参数共振

中图分类号: P751; TU311.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.01.0063

## MATHIEU INSTABILITY STUDY OF A DEEPWATER SEMI-SUBMERSIBLE PLATFORM

WANG Jun-rong<sup>1,2</sup>, XIE Bin<sup>1</sup>

(1. CNOOC Research Institute, Beijing 100027, China; 2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The heave response of a semi-submersible platform is relatively significant than other floaters. While a certain ratio of heave natural period and pitch/roll natural period is reached, the pitch/roll motions of the platform will fall into a Mathieu instability zone. In the paper, a damped Mathieu equation for the semi-submersible platform was derived and the formulae of the control parameters were obtained to determine the stability of its pitch/roll motion according to the parameter diagram of Mathieu instability or via numerical simulations. A semi-submersible platform was analyzed to investigate the Mathieu instability conditions. Furthermore, engineering measures on avoiding possible Mathieu instability are proposed and they may be some references for the design of semi-submersible platforms.

**Key words:** semi-submersible platform; heave; pitch; Mathieu instability; natural period; parameter resonance

半潜式海洋平台早在 20 世纪 60 年代就用于近海的石油钻井, 之后一直在海洋石油勘探开发中发挥着重要的作用<sup>[1]</sup>。半潜式海洋平台具有水动力性能优良、抗风浪能力强、甲板面积大和装载量大、适应水深范围广等优点, 因而成为实施海上深水油气田开发的必备装备之一<sup>[2]</sup>。半潜式钻井平台经过六代的发展, 已经具备了较强的抵御恶劣海洋环境的能力。然而, 美国墨西哥湾“深水地平线”钻井平台爆炸事故造成原油泄漏, 造成了严重的生态污染和巨大的经济损失, 钻井平台的沉没和漏油事件

让全球的海洋工程师们重新审视极端海洋环境条件下深水半潜式平台的风险。

中国南海深水海域以内波、强海流、频繁的台风为特征的南海深水环境, 给我国的南海深水油气田开发带来了更大的挑战。半潜式平台服役于南海, 其运动响应的稳定性是保证平台安全服役的前提, 而 Mathieu 不稳定问题是浮式平台纵摇和横摇运动的一个潜在威胁, 近些年来在深水海洋工程领域广受关注。

Mathieu 不稳定问题在数学上是由于运动控制

收稿日期: 2011-01-27; 修改日期: 2011-10-02

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863)课题项目(2006AA09A103)

通讯作者: 王俊荣(1982), 男, 安徽休宁人, 工程师, 博士, 从事浮式平台水动力性能与运动性能研究(E-mail: wangjr5@cnooc.com.cn).

作者简介: 谢彬(1962), 男, 湖南耒阳人, 教授级高工, 硕士, 副主任, 从事浮式平台总体性能研究和项目管理工作(E-mail: xiebin@cnooc.com.cn).

方程的参数发生周期性变化,导致方程的时域解发散,也称作参数共振问题<sup>[3-5]</sup>,或参数不稳定问题。在海洋工程领域,该现象存在于顶张力立管 TTR、张力腿平台(TLP)、船舶<sup>[6]</sup>和深吃水立柱式平台(Spar)<sup>[7]</sup>中。发生在这些海洋工程结构物上的 Mathieu 不稳定问题均是由于回复刚度发生周期性变化导致 Mathieu 方程的解发散。

张力腿平台的纵摇/横摇运动受波面高程的变化影响显著,是因为波面高程的变化导致浮体的吃水变化,浮力随之发生改变,从而平衡张力筋腱的张力发生变化,继而改变了横摇/纵摇的回复刚度。而深吃水立柱式平台发生参数共振的原因是浮体的垂荡运动和波面高程的变化,改变了浮体的浮心,从而改变了初稳性高度 GM 值,导致了浮体的横摇/纵摇回复力矩随之发生变化,从而在一定的参数条件下可能诱发纵摇/横摇参数共振。Spar 平台的纵摇/横摇参数共振在实验中已被发现和验证<sup>[8-9]</sup>。有关张力腿平台和深吃水立柱式平台的纵摇/横摇参数共振问题的研究较多<sup>[10-12]</sup>。

作为深水浮式平台另外一种常见形式之一的深水半潜式平台,在深水油气资源勘探开发中也起着非常重要的作用,Mathieu 不稳定问题是否会在半潜式平台中发生也是值得探讨的问题。

## 1 半潜式平台的 Mathieu 不稳定问题

自由浮体纵摇运动的控制方程可表示为:

$$(I_{55} + A_{55})\ddot{\phi} + C_{55}\dot{\phi} + \Delta GM\phi = F_5 \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

其中:  $I_{55}$  为纵摇惯性矩;  $A_{55}$  为附加惯性矩;  $\phi$  为纵摇角;  $\Delta$  为浮体排水量;  $GM$  为浮体初稳性高度;  $F_5$  为纵摇力矩幅值;  $\omega$  为波浪频率;  $\varphi$  为初相位角。

对系泊定位的半潜式平台,考虑系泊刚度的影响,则纵摇运动特征方程可表示为:

$$(I_{55} + A_{55})\ddot{\phi} + C_{55}\dot{\phi} + (\Delta GM + k_{moor,55})\phi = 0 \quad (2)$$

对于半潜式平台,回复力臂  $GZ$  是纵摇角  $\phi$  的非线性函数。 $GZ$  曲线的初始角度,即初稳性高度  $GM$  会随着垂荡运动和波面时程不同而改变,特别是当入射波周期接近于半潜式平台的垂荡周期时,垂荡运动和波面时程幅度较大,从而大幅的垂荡运动使得平台的浮心发生变化, $GZ$  值也随之发生变化。由于垂荡和纵摇的耦合作用,浮体自身的纵摇回复力矩会随垂荡运动而变化。

假设浮体相对于即时波面的运动是幅度为  $\eta$ , 频率为  $\omega$  的简谐运动  $\eta \cos(\omega t)$ , 则  $GM$  的变化量为

$\alpha \eta \cos(\omega t)$ , 故初稳性高度表示为:

$$GM = GM_0 + \alpha \eta \cos(\omega t) \quad (3)$$

其中:  $GM_0$  为平均位置的初稳性高度;  $\alpha$  为单位垂荡运动  $\eta$  引起的  $GM$  变化。

浮体的垂荡运动和波面的运动同时还会引起浮体排水量随时间的变化,可表示为:

$$\Delta = \Delta_0 + \rho A_{cwp} \eta \cos(\omega t) \quad (4)$$

其中,  $\Delta_0$  为平均排水量。

将式(3)和式(4)代入式(1),得到自由浮体的运动特征方程对应的纵摇回复刚度为:

$$\Delta GM = [\Delta_0 + \rho A_{cwp} \eta \cos(\omega t)][GM_0 + \alpha \eta \cos(\omega t)]\phi \quad (5)$$

半潜式平台定位系统若采用系泊定位,系泊系统则为浮体的水平运动(纵荡、横荡和首摇)提供回复刚度。在幅度为  $\eta$ , 频率为  $\omega$  的垂荡简谐运动  $\eta \cos(\omega t)$  作用下,纵摇系泊刚度  $k_{moor,55}$  也是呈现频率为  $\omega$  周期性变化。假设  $k_{moor,55}$  包括固定刚度和变化刚度两部分,表示为:

$$k_{moor,55} = k_0 + k_1 \cos(\omega t) \quad (6)$$

其中:  $k_0$  为固定刚度;  $k_1$  为刚度的变化幅度。

由式(2)令  $k_{55} = \Delta GM + k_{moor,55}$ , 将式(3)、式(4)和式(6)代入  $k_{55}$  得:

$$k_{55} = [\Delta_0 + \rho A_{cwp} \eta \cos(\omega t)] \cdot [GM_0 + \alpha \eta \cos(\omega t)] + [k_0 + k_1 \cos(\omega t)] \quad (7)$$

整理式(7)得:

$$k_{55} = (\Delta_0 GM_0 + k_0 + 0.5\alpha A_{cwp} \rho \eta^2) + (\rho A_{cwp} GM_0 \eta + \alpha \Delta_0 \eta + k_1) \cos(\omega t) + (0.5\alpha A_{cwp} \rho \eta^2) \cos(2\omega t) \quad (8)$$

将式(8)代入式(2),令:

$$a = \frac{\Delta_0 GM_0 + k_0 + 0.5\alpha A_{cwp} \rho \eta^2}{(I_{55} + A_{55})\omega_3^2},$$

$$b = \frac{\rho A_{cwp} GM_0 \eta + \alpha \Delta_0 \eta + k_1}{(I_{55} + A_{55})\omega_3^2}, \quad b_1 = \frac{0.5\alpha A_{cwp} \rho \eta^2}{(I_{55} + A_{55})\omega_3^2},$$

$$c = \frac{C_{55}}{(I_{55} + A_{55})\omega_3}, \quad \text{可得:}$$

$$\ddot{\phi} + c\dot{\phi} + [a + b \cos(\omega t) + b_1 \cos(2\omega t)]\phi = 0 \quad (9)$$

## 2 考虑阻尼的 Mathieu 方程

考虑阻尼的 Mathieu 方程如下:

$$\ddot{\phi} + c\dot{\phi} + [a + b \cos(\omega t)]\phi = 0 \quad (10)$$

式(10)与式(9)不同之处在于少了频率为  $2\omega$  的

参数激励项,对海洋浮式平台而言该项系数  $b_1$  往往较小,为弱参数激励项,故通常可以忽略不计,但在垂荡运动显著的情况下一般应予以考虑。

在式(10)中,若  $c=0$ (无阻尼),Mathieu 方程的稳定图谱如图 1 所示,很多研究人员根据不同的方法获取了稳定性图谱<sup>[8]</sup>,由于实际中阻尼是必定存在的,忽略阻尼的作用在工程中过于保守。因此,有必要研究含阻尼的 Mathieu 方程的稳定性图谱。

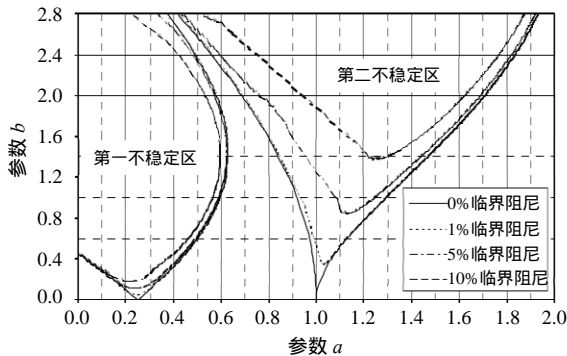


图 1 Mathieu 不稳定问题参数图谱<sup>[12]</sup>

Fig.1 Parameter Diagram of Mathieu Instability

在阻尼 Mathieu 方程的稳定性图谱的求解中,用希尔(Hill)无限行列式法。在该方法中,边界曲线的解  $x(t)$  用傅里叶级数表示。将傅里叶级数代入 Mathieu 方程,并将相同的简谐函数代入,得到一组傅里叶系数的线性方程组。

Mathieu 方程的  $x(t)$  若要有唯一解,其系数矩阵的无限行列式应等于零。该条件约束了 Mathieu 方程  $(a, b)$  参数图谱。文献<sup>[11]</sup>给出了参数图谱求解的近似方法,用到了无限行列式法和平衡法。

沿过渡曲线的边界解  $x(t)$  可用复傅里叶级数表示为:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{int} \quad (11)$$

将式(11)代入 Mathieu 方程:

$$\ddot{x} + c\dot{x} + (a + b \cos \lambda)x = 0 \quad (12)$$

可得:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{int} \left\{ \frac{1}{2} b d_{n+1} + (a + inc - n^2) d_n + \frac{1}{2} b d_{n-1} \right\} = 0 \quad (13)$$

对任意时间  $t$ , 满足式(13)的必要条件时所有的系数为零,

$$\frac{1}{2} b d_{n+1} + (a + inc - n^2) d_n + \frac{1}{2} b d_{n-1} = 0, \quad n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

有关  $\{d_n\}$  的无限方程组要有非零解,其系数矩

阵行列式应等于零。假设  $a + inc - n^2 \neq 0$ , 并将式(14)除以  $a + inc - n^2$ , 得:

$$\begin{vmatrix} \ddots & \ddots & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \gamma_1 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \gamma_0 & 1 & \gamma_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 0 & \gamma_1 & 1 & \gamma_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

其中,

$$\gamma_n = \frac{b}{2(a + inc - n^2)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

如果考虑阻尼  $c$ , 无限行列式的零解可以通过规定“ $a$ ”(或  $b$ ), 然后寻找相应的“ $b$ ”(或  $a$ )来获取。在工程应用中,阻尼一般表述成临界阻尼的百分比,为  $2\sqrt{a}$  乘以公式的时变刚度的平均值。

图 1 为通过上述方法获取的稳定性过渡曲线图,分别考虑了 1%、5%和 10%的临界阻尼,无限行列式考虑的维数是  $100 \times 100$ 。

Spar 平台和半潜式平台可能发生纵摇参数激励共振问题的不稳定区主要集中在第一不稳定区和第二不稳定区。由图可知,不稳定区的范围随着阻尼的增大而减小,特别是第二不稳定区的大小受阻尼影响变化更为明显。

由于第一不稳定区受阻尼影响有限,因此仅通过调整阻尼来避免第一不稳定区的参数共振问题效果一般,而有效的做法是结合主尺度、质量分布等方面的优化设计,避免参数落入不稳定区。

### 3 算例分析

#### 3.1 算例介绍

某半潜式钻井平台排水量 34266t,设计主尺度参数如表 1 所示,湿表面模型如图 2 所示。

表 1 某半潜式平台的主尺度参数

Table 1 Main scale parameters of the semi-submersible

总长/m	102.5
型宽/m	88.0
旁通外宽/m	70.7
旁通长度/m	89.7
旁通高/m	9.1
甲板高程/m	36.5
四立柱截面/m	13.7×14.5
作业吃水/m	20.0
生存吃水/m	16.5
作业排水量/t	34266
作业重心/m	(0.0, 0.0, 20.0)
生存排水量/t	31602
生存重心/m	(0.0, 0.0, 5.0)

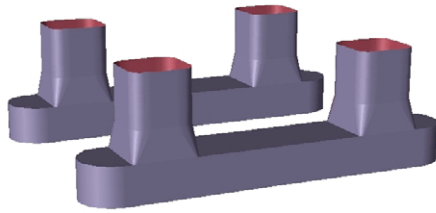


图 2 某半潜式平台湿表面模型

Fig.2 Panel model of the semi-submersible

3.2 纵摇固有周期随重心高度的变化规律

由于平台在作业工况下，波高较小且平台的垂荡响应较小；而生存工况的环境条件相对恶劣，平台的垂荡和纵摇响应较大，波浪周期增大，浮体静水回复力和系泊系统恢复力非线性增强，因此是 Mathieu 不稳定问题的易发工况。

平台生存工况吃水为 16.5m，表 2 给出了平台重心高度、初稳性高度和纵摇周期的对照。可以看出，随着重心高度的降低，平台的初稳性高度(GM)逐渐增大，从而恢复力增强，稳性增加，而纵摇固有周期  $T_5$  减小。

表 2 重心高度、初稳性高度和纵摇周期关系对照

Table 2 Comparison of COG, Metacentric heights and pitch periods

$z_{cog}/m$	5	3	0	-3
$\overline{GM}_5/m$	3.76	5.76	8.76	11.76
$T_5/s$	38.83	31.19	25.12	21.56

根据  $\overline{GM} = \overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG}$  和表 2 的数据，可以推算得  $z_{cog}=2.61m$  时， $\overline{GM}=6.15m$ ， $T_5=30s$ 。

浮体的重心高度  $\overline{KG}$  在变化，而浮心高度  $\overline{KB}$  保持不变，因此在排水量不变的工况下，平台纵摇的固有周期受重心高度控制。

3.3 第一不稳定区参数敏感性分析

半潜式平台的纵摇稳定性与平台的垂荡响应、波高及阻尼有一定的关系， $\eta$  表征了垂荡运动随纵摇运动回复力刚度的变化程度，在 Mathieu 方程中体现在系数  $b$  上， $b$  越大代表影响程度越大。对目标平台不同吃水条件下做了稳性分析，得出单位垂荡运动  $\eta$  引起的  $\overline{GM}$  变化值  $\alpha=0.21$ 。

表 3 给出了阻尼和波高对纵摇运动稳定性分析的 6 个工况，表 4 给出了 6 个工况下 Mathieu 方程参数与纵摇稳定性关系。在工况 A1， $\eta=8m$ ，波浪周期 15s，平台的纵摇固有周期 30s，假设平台纵摇的初始扰动位移是  $1^\circ$ ，速度是  $0^\circ/s$ ，在平台垂荡运动的激励下，纵摇的运动时程如图 3(a)所示，可以看出纵摇运动的幅值在逐渐增大，纵摇运动处于发

散状态。此时平台的参数落入了图 1 的第一不稳定区( $a=0.2535$ ， $b=0.0693$ ， $c=0.05$ )。

表 3 阻尼和波高对纵摇运动稳定性的影响

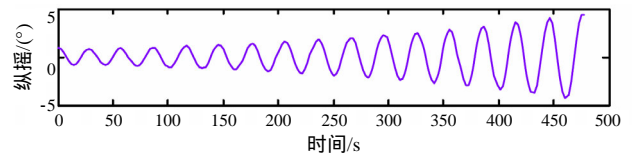
Table 3 Influence of wave heights and damping on pitch motion stability

工况	$\eta/m$	$T/s$	$T_5/s$	$c$
A1	8	15	30	0.05
A2	5	15	30	0.05
A3	8	15	30	0.08
B1	8	10	30	0.02
B2	8	17	30	0.02
B3	8	15	40	0.02

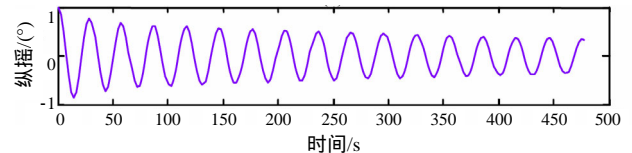
表 4 Mathieu 方程参数与纵摇稳定性关系

Table 4 Relationship of pitch motion stability and Mathieu equation parameters

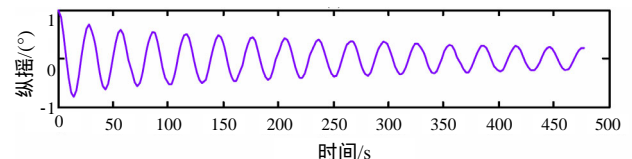
工况	$a$	$b$	$c$	纵摇
A1	0.2535	0.0693	0.05	发散
A2	0.2535	0.0433	0.05	收敛
A3	0.2535	0.0693	0.08	收敛
B1	0.1127	0.0308	0.02	收敛
B2	0.3256	0.0890	0.02	收敛
B3	0.1402	0.0693	0.02	收敛



(a) 工况 A1，发散



(b) 工况 A2，收敛



(c) 工况 A3，收敛

图 3 各工况纵摇运动时程

Fig.3 Pitch motion history of different cases

为使平台避开不稳定区，工况 A2 尝试了减小垂荡相对波面幅度  $\eta$ ，此时  $b$  减小为 0.0433，纵摇运动逐渐递减，如图 3(b)所示。可见，降低垂荡运动幅度  $\eta$  可有效避免纵摇参数共振。

工况 A3 尝试了提高纵摇运动的阻尼 相对 A1， $a$  和  $b$  均相同，阻尼从 0.05 增加到了 0.08，纵摇运动在时程也逐渐递减，如图 3(c)所示。可见，纵摇

阻尼有利于避免参数共振问题的发生。然而，过大的纵摇阻尼在主尺度设计中难以实现，故在第一不稳定区，不易仅依靠阻尼避免参数共振。

工况 A1~工况 A3 探讨的是调整 Mathieu 方程的系数  $b$  和  $c$  来实现避免参数共振，而工况 B1~工况 B3 将通过调整平台纵摇固有周期与垂荡运动周期的关系来避免。

工况 B1 减小了波浪的周期(15s 减小到 10s)，从而调整了 Mathieu 方程的系数  $a$  和  $b$ ，即使在  $c=0.02$  的情况下，工况 B1 的结果也是收敛的，如图 4(a)所示。同样增大波浪的周期(15s 增大到 17s)，也可以有效的避免结果的发散。由工况 B1 和工况 B2 可以看出，调整垂荡的周期，使得参数避开不稳定区域从而有效避免 Mathieu 不稳定问题，反之也说明，波浪周期对 Mathieu 不稳定问题的相关性。

工况 B3 尝试调整平台的重心高度，从原来的 2.61m，调整为 5.36m，则纵摇初稳性高度  $\overline{GM}$  从 6.15 调整为 4.30m 纵摇固有周期从 30s 调整为 40s。图 4(c)给出了工况 B3 纵摇的运动时程，纵摇运动是收敛的。可见，调整浮体纵摇运动固有周期，使得纵摇运动避开不稳定区，进而避免了参数激励问题。可见，调整平台重心高度对 Mathieu 不稳定问题的发生是有效的途径。

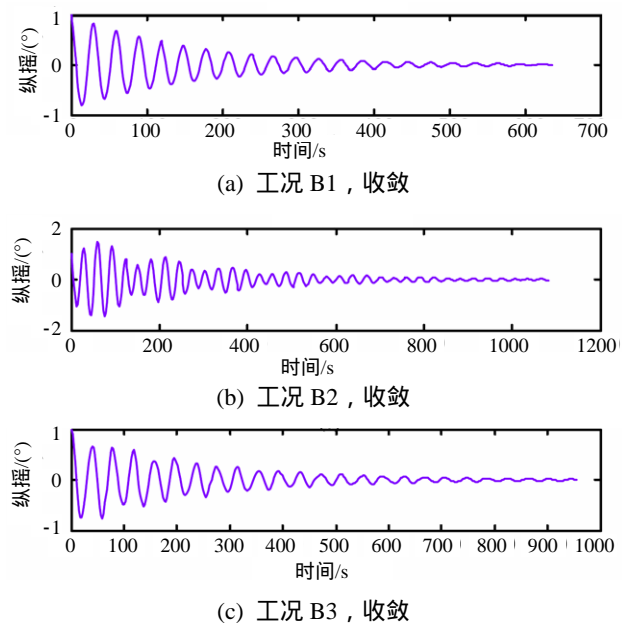


图 4 各工况纵摇运动时程

Fig.4 Pitch motion history of different cases

### 3.4 半潜式平台参数共振时域耦合模拟

该平台的系泊设计如图 5 所示，共 4 组，每组 2 根系泊缆，设计水深 900m，每根系泊缆分三段设

计，顶端预张力为 86.12t。

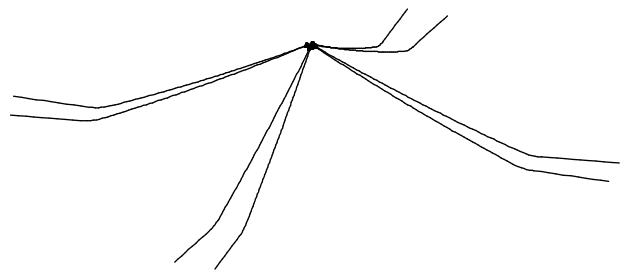


图 5 半潜式平台系泊系统示意图

Fig.5 Mooring system of a semi-submersible platform

为比较各参数的规律，算例给出了 4 个时域耦合模拟工况，如表 5 所示。工况 C1~工况 C3 谱峰周期均为 14.5s，纵摇周期为 29s，谱峰因子  $\gamma=2.4$ ，不同之处为波浪谱的有效波高  $H_s$ 。

表 5 Mathieu 不稳定问题时域耦合模拟工况

Table 5 The cases for time domain coupled simulation of Mathieu instability

工况	$H_s/m$	$T_p/s$	$\gamma$	$T_s/s$
C1	5	14.5	2.4	29
C2	10	14.5	2.4	29
C3	15	14.5	2.4	29
C4	15	17.0	2.4	29

图 6 给出了纵摇运动时程，可见工况 C1 纵摇运动在  $-2.27^\circ$  和  $1.24^\circ$  之间，工况 C2 纵摇运动在  $-7.81^\circ$  和  $5.62^\circ$  之间，而工况 C3 则在  $-36.28^\circ$  到  $41.36^\circ$  之间，平台垂荡和纵摇运动统计值如表 6 所示。显然，工况 C3 的纵摇运动异常显著，发生了明显的参数共振。

对各工况的纵摇运动时程做谱分析可得纵摇运动响应谱，如图 7 所示。从图 7(a)可以看出，工况 C1 在较小波高的情况下，Mathieu 不稳定未发生，纵摇运动幅值小，响应谱主要有 3 个能量区：低频成分、纵摇固有周期成分和波频成分，且 3 个成分的能量均较小。

工况 C2 的响应谱则主要集中在纵摇固有周期附近，有少量低频成分，波频成分的能量在响应谱中不显著，如图 7(b)所示。而工况 C3 的纵摇运动以纵摇固有周期成分主控，如图 7(c)所示，此时的能量非常集中，纵摇运动十分剧烈，对平台的安全造成了极大的威胁。此时平台纵摇周期是波浪的谱峰周期的 2 倍，加之垂荡运动显著，Mathieu 不稳定问题已经发生。

比较 C1、C2、C3 和 C4，平台的垂荡运动逐渐增大，表 6 给出了平台垂荡和纵摇运动统计值。比



较工况 C3 和工况 C4,可见 C4 的垂荡运动大于 C3 运动,而纵摇运动比 C3 缓和,工况 C4 较好的抑制了 Mathieu 不稳定问题的发生,但由于波浪的随机性,出现了一个周期在 14.5s 附近的波浪,从而导致了在 2500s 处出现了较大的纵摇运动,如图 6(d)所示 因此纵摇固有周期应尽量避免开避峰周期的 2 倍。

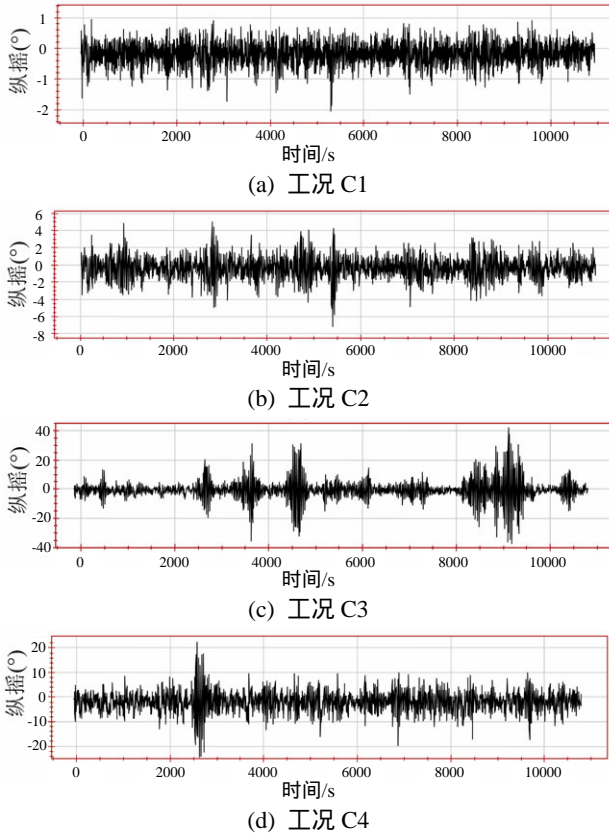
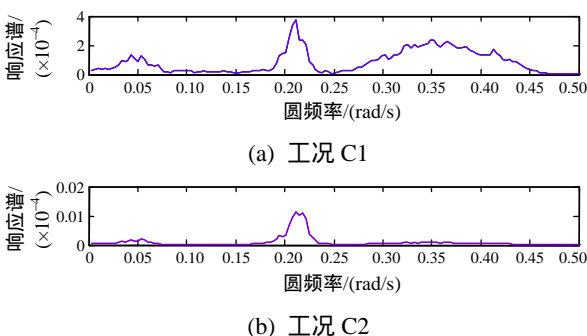


图 6 平台纵摇运动时程  
Fig.6 Pitch time history

表 6 平台垂荡和纵摇运动统计值

Table 6 Statistic results of heave and pitch motion

工况	垂荡/m			纵摇/(°)			
	标准差	最小值	最大值	均值	标准差	最小值	最大值
C1	1.36	-5.06	5.10	-0.08	0.40	-2.27	1.24
C2	2.74	-10.30	10.45	-0.30	1.31	-7.81	5.62
C3	4.09	-15.68	16.31	-0.60	6.58	-36.28	41.36
C4	4.14	-16.09	16.30	-0.82	3.97	-22.87	22.61



(a) 工况 C1  
(b) 工况 C2

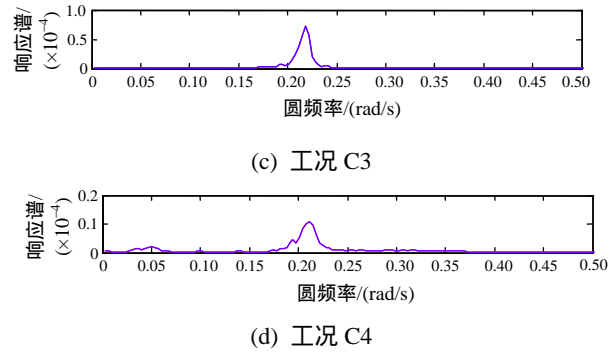


图 7 平台纵摇运动响应谱  
Fig.7 Pitch response spectrum

### 4 结论

在半潜式平台设计中,为保证平台的稳定性,关注的问题是浮体设计重心高度不应高于许用(极限)重心高度,而对最低的重心高度没有规定。实际上重心的高度不宜过低,若重心高度过低,则初稳性高度 GM 过大,从而回复力矩过大,导致平台纵摇和横摇运动的设计固有周期会降低。当纵摇和/或横摇运动的固有周期接近浮体的垂荡运动周期的 2 倍或 1 倍时,则可能诱发 Mathieu 不稳定问题。

半潜式平台单位的垂荡运动所引起的 GM 变化尽管小于 Spar 平台,而在波浪周期激励范围内,半潜式平台的垂荡运动性能差于 Spar 平台,即在同样的海况下,半潜式垂荡运动的幅度大于 Spar 平台,因此表征半潜式平台纵摇/横摇的 Mathieu 方程的变化系数 b 也较大,可使得平台的纵摇/横摇运动落入参数共振不稳定区。

浮体运动的阻尼对于减小 Mathieu 不稳定区范围和减小浮体纵摇运动的幅度均有一定贡献,在第二不稳定区的贡献相对较大,而在第一步稳定区贡献有限。

文中考虑和分析了系泊系统对纵摇运动影响的理论公式,从本数值算例结果和经验上可以判断系泊系统对纵摇运动的刚度贡献远小于浮体自身的回复力刚度,但在垂荡响应较大时,系泊系统的非线性不容忽视。

为避免半潜式平台发生 Mathieu 不稳定问题,可采取的措施有:

- (1) 优化重心的高度和质量分布,使纵摇/横摇的固有周期避开可能遭遇波浪周期的 2 倍(或 1 倍)和浮体垂荡固有周期的 2 倍(或 1 倍),一般的设计是大于波浪周期 2 倍(或介于 1 倍和 2 倍之间),且大于垂荡固有周期的 2 倍(或介于 1 倍和 2 倍之间)。

(2) 优化船体的主尺度设计, 一是提高垂荡运动性能, 减小垂荡运动; 二是使纵摇/横摇固有周期避开 Mathieu 不稳定的倍数关系; 三是增加纵摇/横摇运动的阻尼吸收能量, 减少不稳定区范围和减小纵摇/横摇运动。

#### 参考文献:

- [1] 王俊荣, 谢彬. 半潜式平台水动力性能及运动响应研究综述[J]. 中国造船, 2009, 50(增刊): 255-261.  
Wang Junrong, Xie Bin. Review of hydrodynamic performance and global motion prediction of semi-submersibles [J]. China Shipbuilding, 2009, 50(Suppl): 255-261. (in Chinese)
- [2] 王世圣, 谢彬, 曾恒一, 冯玮, 李晓平, 张海滨. 3000米深水半潜式钻井平台运动性能研究[J]. 中国海上油气, 2007, 19(4): 277-280, 284.  
Wang Shisheng, Xie Bin, Zeng Hengyi, Feng Wei, Li Xiaoping, Zhang Haibin. Study on motion performance of 3000 meters deep-water semisubmersible drilling platform [J]. China Offshore Oil and Gas, 2007, 19(4): 277-280, 284. (in Chinese)
- [3] Hooft J P. Advanced dynamics of marine structures [M]. New York: John Wiley & Son, 1982: 89-96.
- [4] 阿诺尔德. 经典力学的数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 89-96.  
Arnold V I. Mathematical methods of classical mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 89-96. (in Chinese)
- [5] Zhang C Y, Zhu C M, Lin Z Q. Theoretical and experimental study on the parametrically excited vibration of mass-loaded string [J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 37(1): 1-18.
- [6] France W N, Levadou M, Treacle T W. An investigation of head-sea parametric rolling and its influence on container lashing systems: SNAME Annual Meeting, Orlando, October, 2001 [C]. Jersey City: Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2003.
- [7] Rho J B, Choi H S, Lee W C. Heave and pitch motion of a spar platform with damping plate [C]. Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference, 2002, 1: 198-201.
- [8] Pyo Yong-Yong, Lee Dong Yeon. An experimental study on the extreme motion responses of a Spar platform in the heave resonant waves [C]. Proceedings of International Offshore and Polar Engineering Conference, 2005: 286-293.
- [9] Koo B J, Kim M H, Randall R E. Mathieu instability of a Spar platform with mooring and risers [J]. Ocean Engineering, 2004, 31: 2175-2208.
- [10] 赵晶瑞, 唐友刚, 王文杰. 传统 Spar 平台参数激励 Mathieu 不稳定性的研究[J]. 工程力学, 2010, 27(3): 222-227.  
Zhao Jingrui, Tang Yougang, Wang Wenjie. Study on mathieu instability of a classic Spar platform [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(3): 222-227. (in Chinese)
- [11] Zounes R S, Rand R H. Transition curves for the quasi-periodic Mathieu equation [J]. SIAM, Journal of Applied Mathematics, 1998, 58(4): 1094-1115.
- [12] Zhang L, Zou J, Huang E W. Mathieu instability evaluation for DDCV/Spar and TLP tendon design [C]. Proceeding of the Offshore Symposium, Society of Naval Architect and Marine Engineer, 2002: 41-49.