

文章编号:1005-9865(2012)04-0037-05

## 结构与尾流非线性耦合涡激振动预测模型

郑仲钦, 陈伟民

(中国科学院力学研究所 环境力学重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 预测圆柱涡激振动的尾流振子模型中, 通常采用线性的耦合模型, 例如位移或者速度、加速度耦合来表征结构对尾流的作用。三种线性模型在预测圆柱锁频阶段的动力特性时存在差异, 而且适用范围也受质量比的限制。提出了考虑结构与尾流动力非线性耦合的模型, 该模型基于加速度耦合并结合速度耦合进行修正, 适用范围不受质量比的影响; 与实验结果的对比表明该模型可以更合理地给出锁频区域以及结构位移响应和尾流升力。最后, 利用新模型讨论了质量比对锁频阶段结构振动幅值、尾流升力及频率比的影响; 结果表明, 随着质量比的增大, 结构锁频区域变窄, 结构振幅和尾流升力幅值减小。

**关键词:** 涡激振动; 尾流振子模型; 流固耦合; 质量比; 锁频

中图分类号: P751 文献标识码: A

### Prediction of vortex-induced vibration of cylinder based on the nonlinear coupling of structure and wake oscillator

ZHENG Zhong-qin, CHEN Wei-min

(Key Laboratory of Environmental Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In the prediction of cylinder vortex-induced vibration (VIV) using the wake-oscillator model, the action of the structure on the fluid wake oscillator is commonly modeled by linear models such as linear displacement, velocity and acceleration coupling. However, these linearly coupling models often present different dynamical behaviors during the lock-in, and are suitable to different ranges of mass ratio of cylinder. An alternative nonlinear coupling model, combining a velocity coupling with an acceleration coupling term, is proposed in this study. The comparison of the proposed model with experimental data indicates that the model is capable of presenting a more reasonable dynamical behavior in lock-in and suitable for a wider range of mass ratio. Further, the influences of mass ratio on the structural vibration amplitude, wake lift and frequency ratio are explored. It is found that with the increase of mass ratio, the structural amplitude and wake lift decrease, and meanwhile the range of lock-in gets narrower.

**Key words:** vortex-induced vibration; wake oscillator model; fluid-solid coupling; mass ratio; lock-in

涡激振动是海洋工程中一种常见的现象。当流体流经结构时, 会在尾迹中产生周期性的涡脱落, 从而在结构上形成和流向垂直的振荡升力, 当升力的频率和结构固有频率相等或接近时, 会产生锁频现象, 使结构振幅增大, 并且周期性振动会引起结构疲劳损伤。涡激振动中结构动力与尾流水动力的相互作用非常复杂, 而且二者的耦合作用具有很强的非线性特征, 从而使系统产生锁频、振幅自限制、滞回、响应模式跳跃等。结构的运动使尾迹流场与固定结构的尾迹流场大不相同, 因此结构涡激振动的预测更加困难。

关于结构涡激振动响应的预测模型, 有基于实验的半经验模型, 例如尾流振子模型、离散频率模型等; 也有基于数值计算的流体动力学模型, 例如大涡模拟模型、雷诺应力模型等; 还有结合半经验模型与流体动力

收稿日期: 2011-06-08

基金项目: 中科院方向性资助项目(KJ CX2-YW-4.07); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(YWF-10-01-B05)

作者简介: 郑仲钦(1986-), 男, 福建人, 主要从事海洋立管涡激振动的研究。E-mail: zhengzhongqin1986@163.com

通讯作者: 陈伟民。E-mail: wmchen@imech.ac.cn

学模型的混合模型。其中的尾流振子模型因为具有较为明确、合理的物理意义以及较好的计算精度,被工程界广泛采用。

对尾流振子模型的研究,King<sup>[1]</sup>和 Sarpkaya<sup>[2]</sup>总结了至20世纪70年代的研究成果,当时的研究多集中于流体流经静止圆柱产生的涡街,以及圆柱振动对尾迹流场的影响,并揭示了产生锁频的机理。Birkhoff和Zarantanello<sup>[3]</sup>, Bishop和Hasson<sup>[4]</sup>研究了尾流振子模型,通过对振动圆柱升力和拖曳力的测量,认为结构受到尾流的作用相当于一个非线性振子。在此基础上,Hartlen和Currie<sup>[5]</sup>首先提出尾流动力可以用van der Pol方程来作为升力系数的控制方程,并且可以与结构的振动方程联立求解。Iwan<sup>[6]</sup>和Blevins<sup>[7]</sup>通过假设一个流体变量,用动量方程推导得到了与Hartlen和Currie的模型相类似的方程,并给出了用于二维流场弹性支撑刚性圆柱的尾流振子模型。Facchinetti和Langre<sup>[8-10]</sup>研究了近30年来多篇关于尾流振子模型的文献,对比了位移、速度、加速度耦合振子模型,认为加速度耦合模型模拟结构对流体的作用最理想,并且能在定性上与实验结果吻合。

对于均匀来流(流速为 $U$ )中直径为 $D$ 的圆柱,如图1所示<sup>[9]</sup>, $x$ 轴为顺流向, $y$ 轴为垂直流向,动力方程可表示为

$$\ddot{y}_0 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)\dot{y}_0 + \delta^2 y_0 = f \quad (1)$$

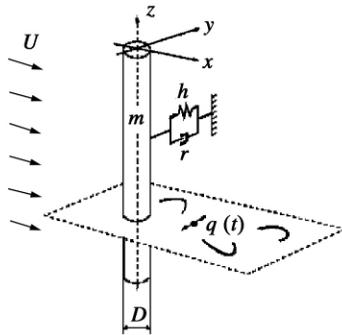


图1 耦合模型结构示意图

Fig. 1 Model of coupled structure and wake oscillators

式中:无量纲横向位移 $y_0 = Y/D$ , $Y$ 为结构横向位移; $\xi$ 为结构阻尼系数; $\delta = \Omega_s/\Omega_f$ 为结构固有频率 $\Omega_s$ 与涡脱频率 $\Omega_f$ 之比; $\gamma$ 为附加阻尼系数; $\mu = (m_s + m_a)/m_a$ 为质量比, $m_s$ 为单位长度结构质量, $m_a = C_a \rho D^2 \pi/4$ 表示附加质量, $C_a$ 为附加质量系数。尾流振子对结构的无量纲作用力可表示为 $f = Cq_0$ , $C$ 为系数。 $q_0 = 2C_L/C_{L0}$ 为无量纲涡激升力,该变量也被称为简缩涡激升力系数, $C_L$ 为升力系数, $C_{L0}$ 为固定结构的升力系数。以 $q_0$ 来表示尾流振子的运动,则非线性尾流振子满足van der Pol方程:

$$\ddot{q}_0 + \varepsilon(q_0^2 - 1)\dot{q}_0 + q_0 = p \quad (2)$$

其中 $\varepsilon$ 为van der pol参数, $p$ 为结构对尾流的作用力。由于结构—流体耦合形式还没有统一的定义,因此 $p$ 存在多种表达形式。目前,被广泛采用的多为线性模型,例如位移模型中 $p = Ay_0$ 、速度模型中 $p = A\dot{y}_0$ 、加速度模型中 $p = A\ddot{y}_0$ , $A$ 为常系数。线性耦合模型在描述结构锁频阶段的动力特性(振幅、升力、锁频频率范围等)时差别较大,而且适用于不同的质量比 $\mu$ 。位移耦合模型所预测的结构振幅 $y_0$ 偏小,甚至会比其它两种模型低一个量级,而且尾流升力 $q_0$ 在锁频阶段不仅没有放大反而减小,这与实验观察到的当锁频发生时结构振幅与尾流升力均会增大的结果不符;速度耦合模型对锁频阶段简缩速度范围的预测在大质量比情况时较为准确,但是锁频区域只出现在简缩速度 $U_r > 1/S_r$ ,得到的锁频阶段的耦合系统的响应位移、升力和无量纲频率(结构与尾流频率比)表现出非对称的滞回,与实验观测到的对称滞回不同(参见文献[9]图5~7);加速度耦合模型在定性上能够较好的模拟涡激振动响应和升力放大及锁频区域对称等特性,但是在预测锁频区域宽度时,仅适用于小质量比情况,随着质量比增大,简缩速度范围估计偏于保守。

总体来说,相对于位移耦合模型,速度、加速度耦合模型所得到的耦合系统的动力特性与实验结果在定性上是一致的;但是,速度耦合和加速度耦合模型分别适用于不同的质量比,对锁频区域范围的预测也不相同。因此,提出一种新的非线性耦合模型,利用速度耦合与加速度耦合模型能够合理预测锁频振幅、升力的优点,并结合这两种耦合模型不同的质量比适用范围,弥补二者预测锁频范围的不足。与实验和其它数值计算的结果的对比表明,该模型可以合理地描述锁频区域的位置、锁频阶段结构响应及尾流升力。利用本模型还讨论了质量比对锁频阶段结构振动幅值、升力及频率比的影响。

## 1 结构与尾流的非线性耦合

### 1.1 耦合模型

从结构振子与尾流振子耦合的机理来看:对于位移耦合模型,由于均匀流中结构横向静位移不改变尾流

的波动特性,也就是说结构与尾流的动力耦合不依赖于静态位移;而速度耦合模型中结构横向位移仅改变流体的攻角,这影响了由拖曳力造成的水动力阻尼,但是对升力影响较小,因此计算出的锁频区域不对称且只出现在  $U_r > 1/S_l$  时;加速度对尾流动力的影响,相当于把近尾流看做系于运动结构上的 van der Pol 振子,随结构运动,因此加速度耦合能较为准确描述结构对尾迹的动力耦合作用,从而可以较好地模拟圆柱锁频阶段的主要动力特性。

另外,由于位移耦合模型是隔热的,系统无法与外界交换能量,结构振幅的放大只能通过升力的减小来平衡,故而位移模型无法描述锁频阶段的结构响应与升力均放大的现象。而速度、加速度耦合模型与实验结果在定性上较为一致,尤其是加速度模型,对圆柱涡激振动大部分动力特性的模拟效果较好。因此,提出一种基于加速度耦合和速度耦合非线性动力耦合的新模型,耦合项形式为

$$p = A\dot{y} + B\ddot{y} \tag{3}$$

式中:速度耦合修正项的系数  $A(\mu)$  为质量比  $\mu$  的函数,系数  $A、B$  的表达式为

$$A(\mu) = 4\pi/\mu, B = 2\pi/\varepsilon \tag{4}$$

因此,结构振子与尾流振子耦合系统的联立方程为

$$\begin{cases} \ddot{y}_0 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)\dot{y}_0 + \delta^2 y_0 = (C_{l0}/16\pi^2 S_l^2 \mu) q_0 \\ \ddot{q}_0 + 2\varepsilon(q_0^2 - 1)\dot{q}_0 + q_0 = (4\pi/\mu)\dot{y}_0 + (2\pi/\varepsilon)\ddot{y}_0 \end{cases} \tag{5}$$

求解微分方程(5),设结构横向位移  $y_0$  与升力  $q_0$  为简谐振荡,采用可变阶(1~13阶) Adams PECE 算法,以简缩速度( $U_r = 2\pi U/\Omega_s D$ )为自变量,计算范围为( $U_r = 1 \sim 20$ ),由于这里主要关心的是结构锁频阶段的振动特性,因此,在锁频阶段附近计算时间步长取的较小,为 0.01,而在其它简缩速度范围计算步长可适当增大。

对于圆柱结构,文中各参数取值:  $C_a = 1, \varepsilon = 0.3, \gamma = 0.8, S_l = 0.2, C_{l0} = 0.3, C = 0.105$ 。

1.2 模型验证

首先,考察本模型对锁频阶段的简缩速度  $U_r$  的范围预测以及质量比  $\mu$  对锁频范围的影响(见图 2(a)),图 2 中的参数  $S_c = 0.01$ ,质量率  $m^*$  ( $m^* = 4\mu/\pi - C_a$ )。作为对比,图 2(b)~(d) 分别给出原线性的位移、速度、加速度耦合模型得到的锁频简缩速度范围及质量率对锁频范围的影响。

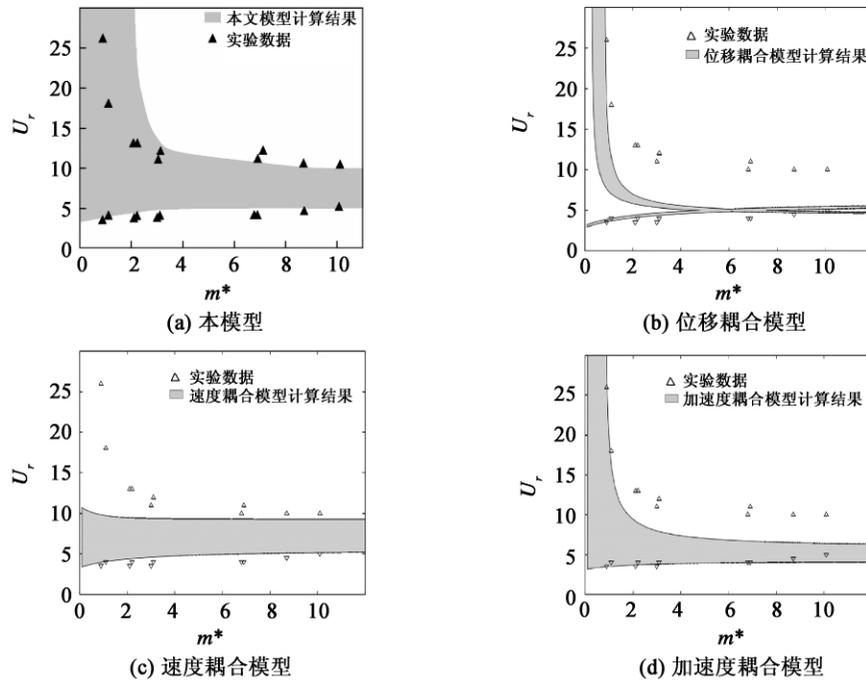


图 2 锁频带宽简缩速度范围以及质量率  $m^*$  的影响

Fig. 2 Lock-in domains as a function of the mass ratio  $m^*$

图 2 表明,位移模型给出的锁频简缩速度范围与实验差别最大(图 2(b));速度耦合模型(图 2(c))在

$m^* > 3$  的情况下与实验数据吻合较好,但是对低质量率情况的锁频范围的估算要小于实验结果;而加速度耦合模型(图2(d))与速度耦合模型却相反,只在  $m^* < 2$  时的效果较为理想,当  $m^*$  继续增大之后计算结果显示的锁频简缩速度范围窄于实验测得的范围。而由图2(a)中看见,提出的新模型计算结果的锁频简缩速度下限与实验数据基本吻合,只在  $m^* < 2$  的范围内所估算的锁频简缩速度范围上限宽于实验结果,相对于速度耦合与加速度耦合,估算范围偏于保守。下面,利用模型进一步分析锁频阶段的结构—尾流动力特性,并与其他结果进行对比。

## 2 锁频阶段结构—尾流的动力特性

### 2.1 结构动响应幅值

海洋平台立管的疲劳寿命一直以来都为人们所关注,在海流等环境流场作用下,立管的锁频现象使得立管会因为周期性共振而大大减少使用寿命,在工程立管设计中,需要正确合理地预测结构发生锁频的简缩速度范围以及锁频振幅。采用本模型,分别计算了大质量比( $\mu = 195.5$ ,  $\xi = 0.0015$ )和小质量比( $\mu = 8.7$ ,  $\xi = 0.0015$ )结构的锁频阶段振幅特性,并与实验结果进行了对比,见图3、图4。

图3为低质量比时本模型计算得到的结构振幅随简缩速度的变化以及与实验数据的对比。已有的研究表明,对于大质量比结构,锁频时的简缩速度范围在4~7之间,而对于小质量比结构,锁频时速度范围大概在3~10之间。从图3可以看出,本模型与C.H.K. Williamson<sup>[11]</sup>的实验数据所给出的锁频阶段简缩速度范围基本一致。锁频阶段振幅随简缩速度的增长先增大到某一最大值,再减小直至锁频结束,这一变化规律与实验结果吻合;计算得到的振幅峰值为  $y_{0max} = 0.90$ ,与实验结果的  $y_{0max} = 0.95$  误差为5.6%。而线性加速度模型的结果锁频范围以及锁频时位移峰值均较小,这与文中提到的加速度耦合模型的结果偏于保守是一致的。

图4为大质量比情况时与实验以及其他计算结果的对比,本模型得到的进入锁频的简缩速度与Feng<sup>[12]</sup>的实验结果基本一致,但是结束锁频的简缩速度要低于实验结果,即锁频范围窄于Feng实验测得锁频范围。对整个锁频阶段的最危险点,即振幅最大值的预测,计算得到的结构振幅  $y_0 = 0.34$ ,Feng实验得到的振幅  $y_0 = 0.33$ ,误差为3%,而线性加速度模型计算的振幅为  $y_0 = 0.11$ ,低于实验结果,且锁频的简缩速度范围也比实验小得多。

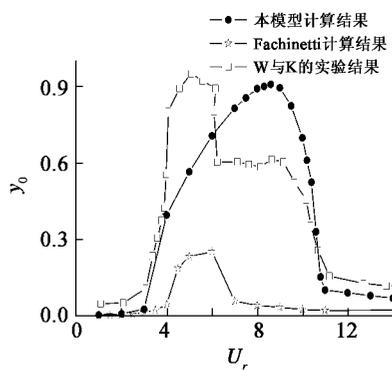


图3  $\mu = 8.7$  时锁频阶段结构振幅

Fig. 3 Amplitude response plot  $y_0$  versus reduced velocity  $U_r$ , for  $\mu = 8.7$

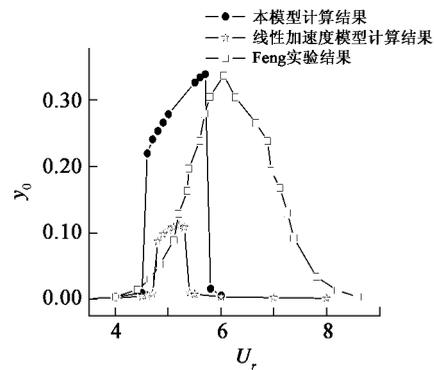


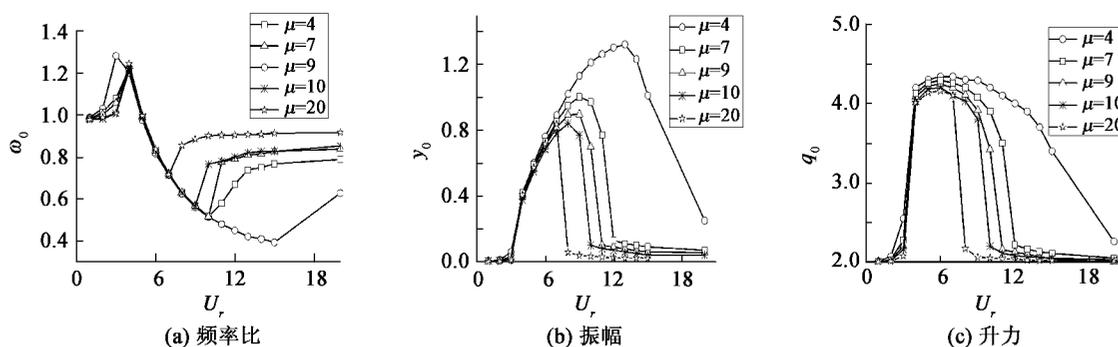
图4  $\mu = 195.5$  时锁频阶段结构振幅

Fig. 4 Amplitude response plot  $y_0$  versus reduced velocity  $U_r$ , for  $\mu = 195.5$

### 2.2 质量比对频率比、振幅和升力的影响规律

海流、波浪等引起立管涡激振动,会对立管造成疲劳损伤,影响立管使用寿命,立管涡激振动响应的的影响参数有很多,例如Skop-Griffin参数  $S_G$ 、简缩速度  $U_r$ 、质量比  $\mu$  等,其中质量比  $\mu$  是重要参数之一。研究结果表明质量比不仅会影响到响应幅值的大小,还会影响锁频范围,大质量比结构虽然有利于结构强度,但是同时也使惯性力增大,因此在设计海洋平台立管时,除了考虑立管材料强度、稳定性等之外,质量比也是重要参数之一。下面采用本模型分析质量比对结构锁频阶段的频率比、振幅以及升力的影响。

质量比  $\mu$  的范围为  $\mu = 4, 7, 9, 10, 20$ ,其余参数同第1.1节,计算了随简缩速度变化的频率比  $\omega_0$ 、振幅  $y_0$  以及升力  $q_0$ ,其中  $\omega_0 = \omega/\omega_s$  为结构振动频率  $\omega$  与 Strouhal 频率之比  $\omega_s = 2\pi/S_lUD$ ,结果见图5。

图5 质量比 $\mu$ 对频率比、振幅、升力的影响Fig. 5 Angular frequency  $\omega_0$ , amplitude response  $\gamma_0$  and reduced vortex lift coefficient  $q_0$  as a function of  $\mu$ 

在结构未进入锁频阶段时,结构振幅以及升力接近零,系统几乎处于静止状态,可以用 Strouhal 定律来计算涡脱落频率,此时的涡脱落频率即 Strouhal 频率,故而  $\omega_0 = 1$ ,如图 5(a);随着筒缩速度继续增大,涡脱落频率  $\omega_0$  接近结构固有频率  $\omega_n$  时,结构发生锁频共振,振幅与升力明显增大,如图 5(b)和图 5(c)。在锁频阶段,实际的涡脱落频率不再只由 Strouhal 定律确定,即频率比  $\omega_0 \neq 1$ , $\omega_0$  在整个锁频速度范围内偏离  $\omega_0 = 1$ 。由图 5(a)~(c)可以看出:质量比越小,系统进入锁频的筒缩速度越小、结束锁频的筒缩速度越大,即锁频带宽越宽;锁频时的位移响应  $\gamma_0$  和升力  $q_0$  也越大;频率比的偏离(与非锁频阶段的常数值  $\omega_0 = 1$  相比)越大。反之亦然。这是由于小质量比结构的流体附加质量相对于结构本身较大<sup>[13]</sup>,对整个耦合系统的固有频率影响较大。因此,对于小质量比的结构-流体耦合系统,流体的惯性作用更加明显,从而可以不断调整耦合系统的频率使其和涡脱频率接近来使锁频持续下去<sup>[14]</sup>,因此小质量比结构锁频区域大而且响应振幅较大。反之亦然。

### 3 结 语

在 van der Pol 振子方程的基础上,结合使用了加速度、速度两种耦合形式,并考虑了非线性动力耦合,建立了新的结构与尾流非线性动力耦合模型。使用新模型对圆柱涡激振动锁频时的振幅、升力、频率比以及筒缩速度范围进行计算,结果表明该模型可以更好地预测结构的振幅、尾流升力、系统锁频区域,与实验结果吻合。利用本模型分析了锁频阶段系统的动力特性以及质量比对结构频率比、振幅以及升力的影响,结果表明随着结构的质量比增大,结构的锁频带宽变窄,振幅与升力峰值减小。这一变化规律与实验得出的结果相符。需要指出的是,由于尾流振子模型仍属于半经验方法,本模型还无法给出锁频时的滞回、响应跳跃等强非线性现象,需在今后的研究中改进。

### 参考文献:

- [1] R King. A review of vortex shedding research and its application[J]. Ocean Engineering, 1977 (4): 141-172.
- [2] T Sarpkaya. Vortex induced oscillations: a selective review[J]. Journal of Applied Mechanics, 1979, 46(2): 241-258.
- [3] Birkhoff G, Zaranthello E H. Jets, Wakes and Cavities [M]. New York: Academic Press, 1957.
- [4] Bishop R E D, Hassan A Y. The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid [C]//Proceedings of the Royal Society of London. 1964, A 277: 51-75.
- [5] Hartlen, Ronald T Currie. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1970 (96): 577-591.
- [6] Iwan W D. The vortex-induced oscillation of non-uniform structure analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 1981, 79 (2): 291-301.
- [7] Iwan W, Blevins R. A model for vortex-induced oscillations of structures [J]. Journal of Applied Mechanics, 1974, 41(3): 581-586.
- [8] Facchinetti M L, de Langre E, Billeley F. Vortex shedding modeling using diffusive van der Pol oscillators [J]. Comptes Rendus Mécanique, 2002, 330: 451-456.

(下转第 54 页)

## 5 结 语

以两座预想安装在我国南海,作业水深为 1 500 m 的半潜式生产平台为研究对象,采用数值模拟与模型试验相结合方法对平台的运动响应特性进行对比研究,得到结论如下:

两座半潜式生产平台在该油气田百年一遇环境条件下的最大水平偏移量小于 8% 的作业水深,满足设计要求,由于四立柱平台受到的水平环境载荷更低,缆绳的安全裕度也更大,采用两种方法得到的结果吻合校核;当极端环境载荷呈斜 45° 角入射时,缆绳出现最大系泊张力,是系泊系统的最危险状态。截断式系泊系统难以准确模拟缆绳的质量动力与粘性阻尼特性,导致最大系泊张力的试验结果与计算结果相差较大,此外数值模拟方法不能准确评估深水平平台的甲板上浪问题,需结合模型试验才能得出较为可信的结果。

### 参考文献:

- [1] 李润培. 深海平台技术的研究现状与发展趋势[J]. 中国海洋平台, 2003, 18(3): 1-5.
- [2] 童波, 杨建民, 李欣. 深水半潜平台悬链线式系泊系统耦合动力分析[J]. 中国海洋平台, 2008, 23(6): 1-7.
- [3] 石山, 冉志煌, 漆春茂. 海洋工程深水开发浮式系统的耦合计算方法[J]. 中国造船, 2005, 46(4): 47-51.
- [4] 余龙, 王娟. 半潜式平台深水锚泊系统三维时域动力分析[J]. 中国海洋平台, 2007, 22(6): 34-37.
- [5] Chen X H, Zhang J, Johnson P. Dynamic analysis of mooring lines with inserted spring[J]. Applied Ocean Research, 2001, 23(5): 277-284.
- [6] Garrett D L. Coupled analysis of floating production systems[J]. Ocean Engineering, 2005, 32: 802-816.
- [7] Stansberg C T, Oritsland O, Kleiven G. Verideep: Reliable methods for laboratory verification of mooring and station keeping in deep water[C]//Proceedings of the Annual Offshore Technology Conference. 2000: 683-693.
- [8] Ormberg H, Baarholm R, Stansberg C T. Time-domain coupled analysis of deepwater TLP, and verification against model tests [C]//Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. 2003: 145-152.
- [9] 苏一华, 杨建民, 肖龙飞. 深海平台试验中水深截断系泊缆动力特性对比分析[J]. 海洋工程, 2009, 27(1): 17-21.
- [10] 周杭霞, 张火明, 高明正, 等. 智能优化平台在等效水深截断系统设计中应用[J]. 海洋工程, 2011, 29(1): 94-99.
- [11] 张威, 杨建民, 胡志强. 深水半潜式平台模型试验与数值分析[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(9): 1430-1434.

(上接第 41 页)

- [9] Facchinetti M L, de Langre E, Biolley F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(3): 123-140.
- [10] Facchinetti M L, de Langre E, Biolley F. Vortex-induced traveling waves along a cable[J]. European Journal of Mechanics B/Fluids, 2004, 23: 199-208.
- [11] Khalak A, Williamson C H K. Motions forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping[J]. Journal of Fluids and Structures, 1999, 13: 813-851.
- [12] C C Feng. The Measurement of Vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and dissection cylinders[D]. Canada: The University of British Columbia, 1968.
- [13] Govardhan R, Williamson C H K. Critical mass in vortex-induced vibration of a cylinder[J]. European Journal of Mechanics B/Fluids, 2004, 23: 17-27.
- [14] Vikestad K, Vandiver J K, Larsen C M. Added mass and oscillatory frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance[J]. Journal of Fluids and Structures, 2000, 4: 1071-1088.