

DOI: 10.3969/j.issn1000-4874.2012.06.002

## 液滴冲击固体表面的光滑粒子动力学模拟\*

马理强<sup>1</sup>, 刘谋斌<sup>2</sup>, 常建忠<sup>1</sup>

(1. 中北大学 机电工程学院, 太原 030051, Email: maliqiang007@163.com;  
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190)

**摘要:** 液滴冲击固体表面的现象广泛地存在于自然界和工业生产中, 深入研究液滴冲击固体表面现象对环境工程、微纳米工程以及医药工程等领域有着十分重要的指导作用。该文采用光滑粒子动力学方法 (SPH) 对液滴冲击固体表面的现象进行了数值模拟。SPH 方法是一种纯拉格朗日形式的无网格粒子方法, 可以很容易的处理大变形、可变形边界、追踪自由表面以及运动界面。为了提高传统 SPH 方法的计算精度和数值稳定性, 该文在传统 SPH 方法的基础上对粒子方法中的核梯度进行了修正, 采用粒子间相互作用力的形式来模拟表面张力, 应用改进的 SPH 方法对液滴冲击固体表面进行了数值模拟。计算结果表明, 改进的 SPH 方法能够精细地描述液滴冲击固体表面所产生的铺展和飞溅等动力学特性, 得到了稳定精确的结果, 数值模拟结果与实验观察结果吻合较好。

**关键词:** 液滴冲击; 固体表面; 光滑粒子动力学; 表面张力

**中图分类号:** O352

**文献标识码:** A

## Numerical simulation of liquid drop impacting onto solid surfaces with smoothed particle hydrodynamics

MA Li-qiang<sup>1</sup>, LIU Mou-bin<sup>2</sup>, CHANG Jian-zhong<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;  
2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The phenomena of liquid drop impacting onto solid surfaces exist widely in nature and industrial production. In-depth study of liquid drop impacting is thus of great importance to environmental engineering, micro-nano engineering, bio- and chemical engineering. This paper presents a numerical simulation of a single liquid drop impacting onto solid surfaces with smoothed particle hydrodynamics (SPH). SPH is a Lagrangian, mesh-free particle method, and it is attractive in dealing with free surfaces, moving interfaces and deformable boundaries. In order to improve computational accuracy, the modified schemes

\* 收稿日期: 2012-06-13(2012-08-20 修改稿)

**基金项目:** 国家自然科学基金(50976108, 11172306)资助

**作者简介:** 马理强(1984 - ), 男, 山西长治人, 博士研究生.

**Received:** June 13, 2012 (**Revised** August 20, 2012)

**Project supported by foundation:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (50976108, 11172306)

**Biography:** MA Li-qiang (1984-), Male, Ph. D. Candidate.

of kernel gradient for SPH were used. Surface tension effects were modeled using the interaction force between particles, the modified SPH method was used to investigate liquid drop impacting onto solid surfaces. It is demonstrated that the SPH method can effectively simulate the problem of liquid drop impacting onto solid surfaces. It can well describe the dynamics of splashing and spreading with accurate and stable results. The obtained numerical results agree with experimental observations.

**Keywords:** liquid drop impact; solid surfaces; smoothed particle hydrodynamics; surface tension.

收稿日期: 2013-08-15

## 1 引言

液滴冲击固体表面现象广泛存在于自然界和工业生产中,如雨滴溅落、喷墨打印、喷涂印刷和燃油喷射雾化等<sup>[1,2]</sup>。液滴冲击固体表面现象是一种典型的自由表面流动问题,此类问题的深入研究对环境工程、微纳米工程以及医药工程等领域有着十分重要的指导作用<sup>[3,4]</sup>。

已有许多研究人员对液滴冲击固体表面问题进行了研究。Worthington<sup>[5]</sup>首先研究了液滴冲击问题;Roisman等<sup>[6]</sup>研究了液滴冲击固体表面过程中接触角的影响;Rioboo等<sup>[7]</sup>通过实验研究了铺展因子随无量纲时间变化的影响;Bussmann等<sup>[8]</sup>研究了液滴冲击固体壁面的飞溅现象;Eggers等<sup>[9]</sup>研究了较大冲击速度下的液滴冲击固体壁面问题;Ellis等<sup>[10]</sup>研究了表面粗糙度对液滴冲击的影响;Pasandideh-Fard<sup>[11]</sup>采用SOLA-VOF方法研究了液滴冲击不同温度的固体壁面过程。

本文采用光滑粒子动力学方法(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)对液滴冲击液膜问题进行了数值模拟。SPH方法<sup>[12,13]</sup>是一种自适应拉格朗日型无网格粒子方法。在SPH方法中,系统的状态由一个粒子系统描述,这些粒子包含着各自的材料属性,如密度、压力和速度等,并且按照守恒控制方程的规律进行运动<sup>[14,15]</sup>。特别适合用于涉及自由表面、运动界面、变形边界和大变形问题的模拟。

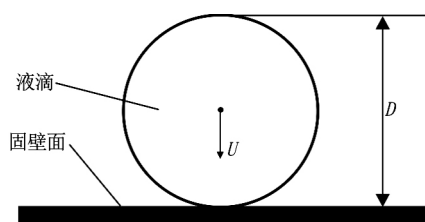


图1 液滴冲击固体表面模型图

Fig. 1. Schematic illustration of liquid drop impacting onto solid surfaces

本文对传统的光滑粒子动力学方法进行了修正,改进的光滑粒子动力学方法采用了一种新型的耦合边界条件且对传统粒子方法中的密度和核梯度进行了修正,并采用粒子间相互作用的表面张力模型。应用改进的SPH方法对液滴冲击固体表面问

## 2 控制方程及 SPH 离散形式

对于不可压缩流体,控制方程使用拉格朗日形式的 N-S 方程:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

其中: $\rho$ 为流体密度; $\mathbf{u}$ 为流体速度; $p$ 为流体压强; $\mu$ 为流体的动力黏性系数; $\mathbf{g}$ 为作用在流体上的体积力,如重力等。利用 SPH 方法的核近似和粒子近似,通过适当变换,可得到如下 SPH 离散形式的 N-S 方程:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} + \sum_{j=1}^N \frac{4m_j (\mu_i + \mu_j) \mathbf{x}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)^2 (x_{ij}^2 + 0.01h^2)} \mathbf{v}_{ij} + \mathbf{g} \quad (4)$$

其中: $m_j$ 表示粒子 $j$ 的质量; $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$ 为光滑函数或核函数, $h$ 是定义核函数影响区域的光滑长度; $\mathbf{x}_{ij} = x_i - x_j$ 是粒子之间的位置矢量; $\nabla_i W_{ij}$ 表示核函数对 $i$ 粒子坐标的空间导数。

## 3 SPH 数值方法

### 3.1 密度和核梯度修正

利用 SPH 方法对偏微分方程进行近似,其精度

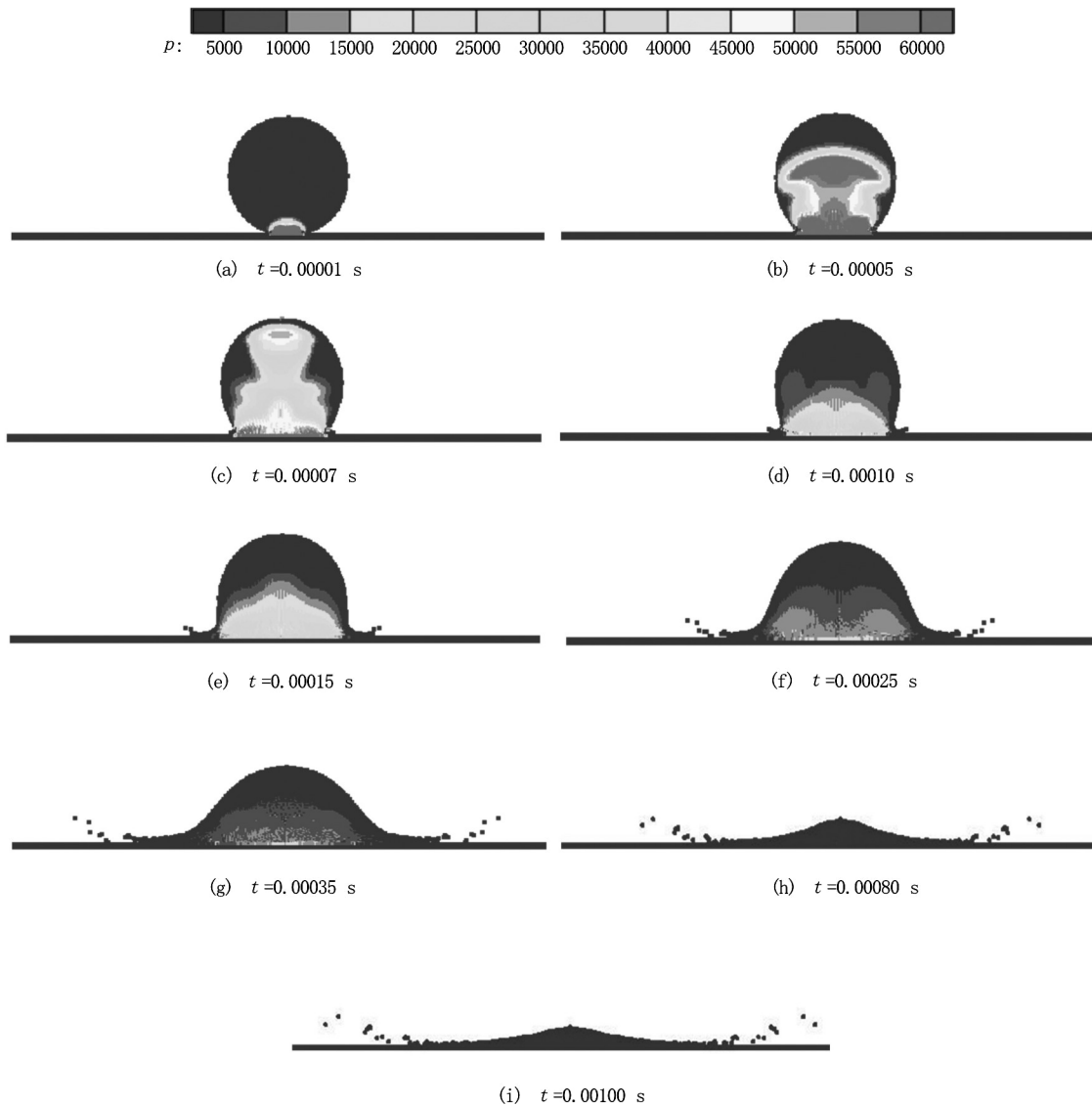


图2 液滴形态变化与压力场演变的过程 ( $We = 1498$ )

Fig.2. The morphology and pressure field evolution during the drop impacting process ( $We = 1498$ )

最终取决于离散形式的粒子近似。由于在传统的SPH方法中,随着计算的进行,粒子分布由最初的均匀分布逐渐变得紊乱不规则,每个粒子的密度也会随着压力和应力的变化而逐渐变化。因此,传统的SPH粒子近似格式很难保证一阶甚至零阶的连续性,不能精确再生线性函数甚至常数,这也是导致传统SPH粒子近似格式精度低的根本原因,所以本文参照文献[16]对传统SPH方法中的密度和核梯度进行了修正。

### 3.2 粒子间相互作用的表面张力模型

在SPH方法中,对于表面张力的计算,研究者提出了多种求解的模型<sup>[17,18]</sup>。这些模型大致可以分为两类:一类是基于连续表面力(Continuum Surface Force, CSF)的张力模型,即通过求解界面曲率来计算表面张力,这种方法由于每一个时间步

长都需要求解界面曲率,使得计算效率较低,又由于对交界面的尖角以及边界处等粒子缺失和分布不均匀的地方曲率计算误差较大,计算精度也较差;另一类是基于原子/分子尺度的粒子间相互作用力模型。综上所述,对于液滴冲击固体表面问题,由于存在尖锐的交界面,使用CSF模型结果计算精度和计算效率均较差,故本文采用粒子间相互作用力<sup>[19]</sup>的形式来模拟表面张力的影响。

### 3.3 固壁边界处理(SBT)

本文采用了一种新型的SBT算法<sup>[20]</sup>处理固体壁面,即固壁边界采用两类固定的虚粒子构成:斥力粒子和镜像粒子,斥力虚粒子会对邻近边界的粒子施加一个排斥力阻止邻近边界粒子的非物理穿透,镜像虚粒子可通过插值获得其速度和压力,从而实现完全滑移或无滑移条件。

由于在新型耦合的边界中, 斥力虚粒子仅对流体粒子的变量进行插值, 而镜像虚粒子则对流体粒子和斥力虚粒子共同插值, 并在下一个时间步的流体粒子运算中, 可直接应用上一时间步边界粒子的变量信息, 从而弥补了边界处粒子不足的缺点, 达到了改进精度的目的。因此, 采用 SBT 算法在整个计算过程中, 边界的形状不会对修正产生任何影响, 因此该修正的边界条件适合应用于复杂边界, 且计算精度和效率都能得到有效保证。

## 4 算例及分析

### 4.1 初始参数及计算模型

与液滴冲击固体表面问题相关的物理量主要包括: 液滴直径  $D$ , 铺展直径  $D_c$ , 液滴冲击速度  $U$ , 液体的密度  $\rho$ , 黏性系数  $\mu$ , 表面张力系数  $\sigma$ , 韦伯数  $We = \rho U^2 D / \sigma$ , 奥内佐格数  $Oh = \mu / (\sigma \rho D)^{1/2}$ 。为便于分析, 对以下参数进行无量纲化处理: 铺展因子  $D_c^* = D_c / D$ , 无量纲时间  $t^* = Ut / D$ 。液滴冲击固体表面的计算模型如图1所示。

### 4.2 数值算例及结果分析

数值模拟中设定液滴的直径  $D$  为 4.2 mm, 密度  $\rho$  为 1000 kg/m<sup>3</sup>, 黏性系数  $\mu$  为 0.001 N·s/m<sup>2</sup>, 表面张力系数  $\sigma$  为 0.0728 N/m, 奥内佐格数  $Oh$  为 0.0018, 韦伯数  $We$  为 1498。

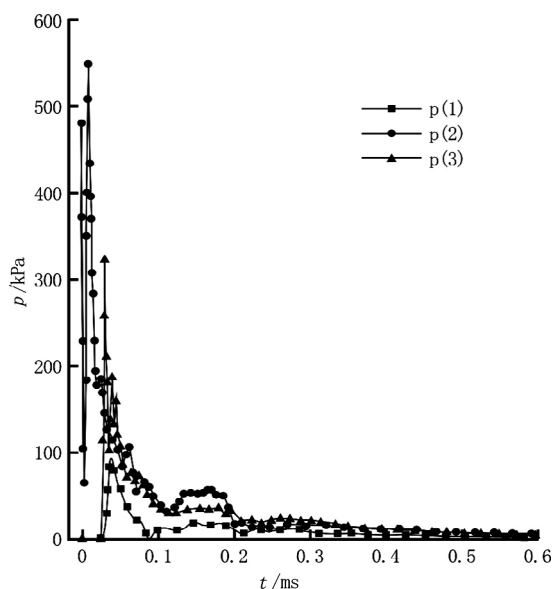


图3 监测点的压力变化历程 ( $We = 1498$ )

Fig.3. Pressure history of a monitoring point ( $We = 1498$ )

图2为液滴冲击固体表面时液滴形态变化与压力场演变的过程。从图中可以看出液滴冲击固体表面过程中液滴内部压力的波动情况: 随着液滴开始冲击固体表面, 接触区域的压力瞬间增大, 这一点可以从监测点的压力曲线中看出 (如图4所示), 产生的冲击波一部分沿着固体壁面向两侧传递, 另一部分在液滴内部沿着冲击方向的反方向进行传播。

图3为液滴冲击固体表面各监测点的压力变化过程。从图中可以看出: 液滴与固体表面接触点 (监测点2) 的压力在冲击瞬间增大, 随后急剧减小, 经历了较大的压力振荡之后, 整个压力场会出现较小的波动; 从液滴圆心的检测点 (监测点1) 曲线可以看出, 在冲击波传播的整个过程中, 液滴内部出现了压力振荡, 并出现1次峰值; 监测点3位于监测点2正下方的固壁边界处, 与监测点2相比监测点3的压力曲线波动幅度较小, 这是由于受冲击波反弹的作用, 压力振荡的幅度不大, 大约在0.4 ms时, 冲击波导致的压力振荡就完全消失, 之后液滴在惯性力的作用下缓慢运动, 直至趋于静止。

图4为液滴冲击倾斜固体表面的压力场演变过程。从图中可以看出液滴冲击倾斜固体表面过程中液滴形态变化与液滴内部压力的整个波动情况: 随着液滴开始冲击固体表面, 接触区域的压力瞬间增大, 这一点与图2中相同时刻的结果相同; 当液滴撞击倾斜固体壁面后, 在重力、表面张力和惯性力的作用下, 液滴的形状将发生扭曲, 铺展方向相对于撞击点不对称, 液滴内部的压力变化会呈现明显的不对称, 液滴的自由表面也随之呈现出了不对称性, 并且这种不对称性随着时间的推移呈越来越大的趋势。

图5为液滴冲击水平固体表面的铺展因子  $D_c^* = D_c / D$  随无量纲时间  $t^* = Ut / D$  的变化曲线, 实验的结果可参考文献[22]。从图中可以看出, 采用 SPH方法模拟液滴冲击固体表面问题得到的结果与实验观察得到的结果基本吻合。

## 5 结论

本文在传统SPH方法的基础上进行了改进: 为提高传统SPH方法的精度和稳定性, 对密度和核梯度形式进行了修正, 保证粒子相互作用过程中总动量始终守恒; 固体壁面处理则采用一种新型的SBT算法, 提高了SPH近似法在边界区域的插值精度, 防止了粒子非物理穿透边界; 采用粒子间相互作用力的模型来模拟表面张力的影响, 提高了计算的效率和精度。并应用改进了的SPH方法对液滴冲击固体表面问题进行了数值模拟, 得到了液滴冲击过程

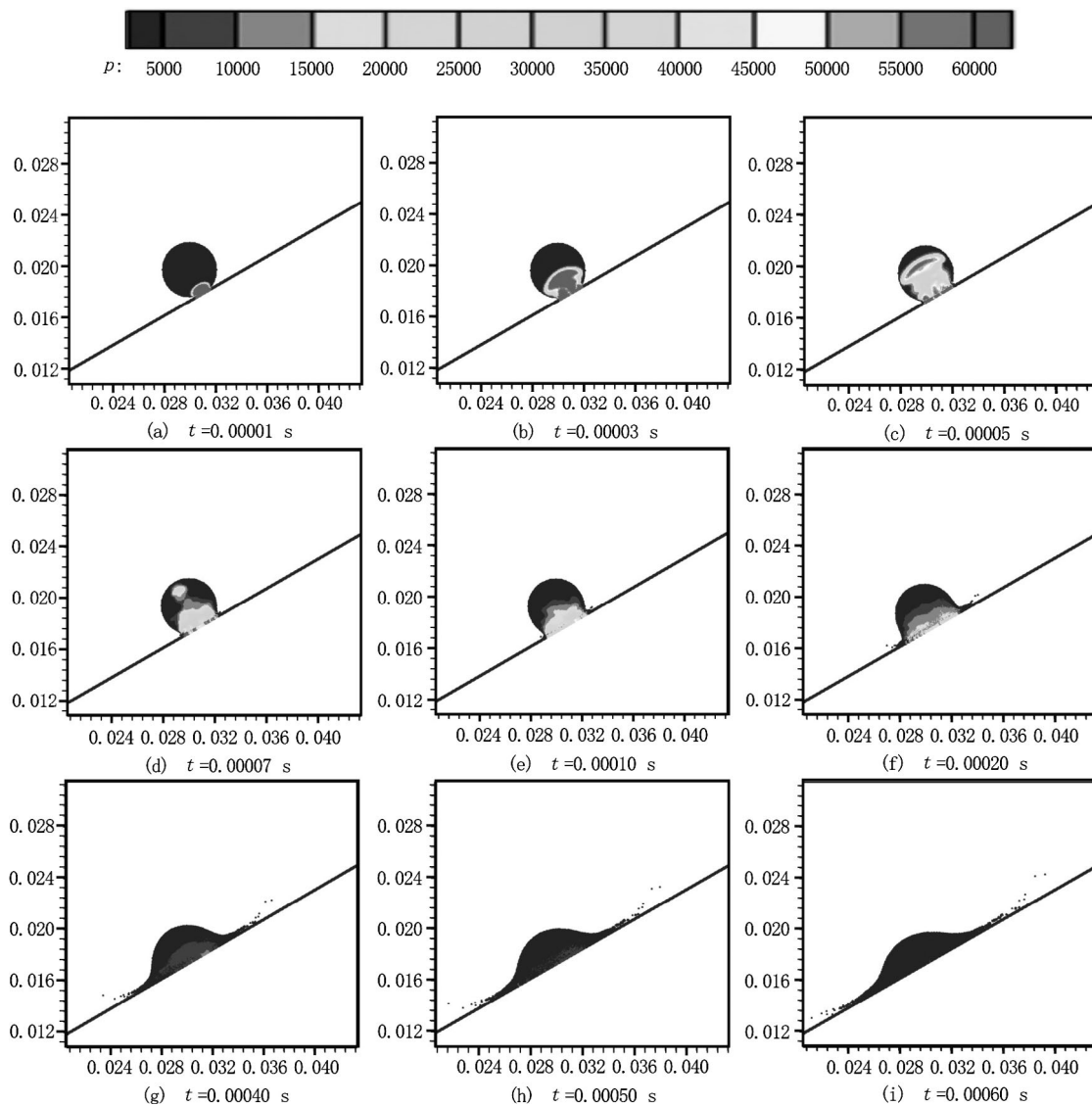


图4 液滴冲击倾斜壁面结果 ( $We = 1498$ , 固体壁面倾斜角为  $30^\circ$ )

Fig.4. The result of liquid drop impacting onto inclined surfaces ( $We = 1498$ , the angle of inclination is  $30^\circ$ )

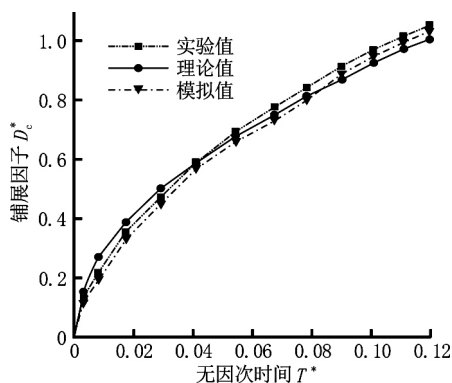


图5 铺展因子随时间的变化曲线

Fig.5. The relation of spread factor with dimensionless time

中压力场和自由面形状在各个时刻的演变过程,数值模拟结果与实验观察结果基本吻合。

参 考 文 献:

[1] WRIGHT A C. A physically-based model of the dispersion of splash droplets ejected from a water drop impact[J]. Earth Surface Processes and Landforms, 1986, 11(4): 351-367.

[2] 胡雷, 郭加宏, 王小永. 格子 Boltzmann 方法模拟双液滴同时冲击固体表面液膜[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2011, 26(1): 11-18.

HU Lei, GUO Jia-hong, WANG Xiao-yong. Numerical simulation of two droplets impact on the liquid film at the same time using lattice Boltzmann method[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2011, 26(1): 11-18.

- [3] YARIN A L. Drop impact dynamics: Splashing, spreading, receding, bouncing[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2006, 38(6): 159-192.
- [4] 周轶, 郭加宏, 陈红勋. 格子 Boltzmann 方法模拟双液滴撞击液膜的流动过程[J]. 计算物理, 2010, 27(1): 31-37.  
ZHOU Yi, GUO Jia-hong, CHEN Hong-xun. Lattice Boltzmann simulation of two liquid droplets impacting on a liquid film[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2010, 27(1): 31-37.
- [5] WORTHINGTON A M. On the forms assumed by drops falling vertically on a horizontal plate[J]. Proc. R. Soc. Lond, 1876, 25(4): 261-271.
- [6] ROISMAN I V, OPFER L, TROPEA C, et al. Drop impact onto a dry surface: role of the dynamic contact angle[J]. Colloids and Surfaces a-Physicochemical and Engineering Aspects, 2008, 322(1-3): 183-191.
- [7] GU Y A, LI D Q. Liquid drop spreading on solid surfaces at low impact speeds[J]. Colloids and Surfaces, 2000, 163(4): 239-245.
- [8] BUSSMANN M, CHANDRA S, MOSTAGHIMI J. Modeling the splash of a droplet impacting a solid surface[J]. Physics of Fluids, 2000, 12(12): 3121-3132.
- [9] EGGERS J, FONTELOS M A, JOSSERAND C, et al. Drop dynamics after impact on a solid wall: theory and simulations[J]. Physics of Fluids, 2010, 22(6): 062101.
- [10] ELLIS A S, SMITH F T, WHITE A H. Droplet impact on to a rough surface[J]. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 2011, 64(2): 107-139.
- [11] PASANDIDEH-FARD M, BHOLA R, CHANDRA S, et al. Deposition of till droplets on a steel plate: simulations and experiments[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1998, 41(19): 2929-2945.
- [12] LIU M B, LIU G R, ZONG Z, et al. Computer simulation of high explosive explosion using smoothed particle hydrodynamics methodology[J]. Computers and Fluids, 2003, 32(3): 305-322.
- [13] LIU M B, LIU G R, ZONG Z. An overview on smoothed particle hydrodynamics[J]. International Journal of Computational Methods, 2008, 5(1): 135-188.
- [14] LIU M B, LIU G R. Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2010, 17(1): 25-76.
- [15] LIU M B, CHANG J Z. Particle distribution and numerical stability in the SPH method[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(6): 3654-3662.
- [16] 蒋涛, 欧阳洁, 赵晓凯, 等. 黏性液滴变形过程的核梯度修正光滑粒子动力学模拟[J]. 物理学报, 2011, 60(5): 054701.  
JIANG Tao, OU Yang-jie, ZHAO Xiao-kai, et al. The deformation process of viscous liquid drop studied by using kernel gradient corrected SPH method[J]. Acta Phys. Sin., 2011, 60(5): 054701.
- [17] ZHANG S, MORITA K, FUKUDA K, et al. A new algorithm for surface tension model in moving particle methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2007, 55(3): 225-240.
- [18] LIU M B, LIU G R. Meshfree particle simulation of micro channel flows with surface tension[J]. Computational Mechanics, 2005, 35(5): 332-341.
- [19] TARTAKOVSKY A, MEAKIN P. Modeling of surface tension and contact angles with smoothed particle hydrodynamics[J]. Physical Review E, 2005, 72(2): 26301.
- [20] LIU M B, SHAO J R, CHANG J Z. On the treatment of solid boundary in smoothed particle hydrodynamics[J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(1): 244-254.
- [21] MONAGHAN J J. SPH without a tensile instability[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 159(2): 290-311.
- [22] RIOBOO R, MARENGO M, TROPEA C. Time evolution of liquid drop impact onto solid, dry surfaces[J]. Experiments in Fluids, 2002, 33(1): 112-124.