

## 液滴溅落问题的光滑粒子动力学模拟\*

马理强<sup>1)†</sup> 常建忠<sup>1)</sup> 刘汉涛<sup>1)</sup> 刘谋斌<sup>2)</sup>

1)(中北大学机电工程学院,太原 030051)

2)(中国科学院力学研究所,北京 100190)

(2011年4月17日收到;2011年6月12日收到修改稿)

对传统的光滑粒子动力学方法进行了改进,改进的光滑粒子动力学方法对传统粒子方法中的核近似式和粒子近似式进行了修正,采用 Riemann 算法求解光滑粒子动力学流体控制方程,添加了表面张力的计算程序,考虑了表面张力对液滴溅落的影响.应用改进的光滑粒子动力学方法对液滴静止状态下冲击液面的飞溅过程进行了数值模拟.计算结果表明,改进的光滑粒子动力学方法能够有效地描述液滴溅落液面的动力学特性和自由表面变化特征,能够得到稳定精度的结果.

**关键词:** 液滴,光滑粒子动力学,表面张力,数值模拟

**PACS:** 47.11.-j, 47.85.-g

## 1 引言

液滴溅落液面现象广泛地存在于自然界和工业生产中,液滴溅落现象是一种典型的不可压缩自由表面流动问题,对液滴溅落的深入研究对环境工程、微纳米工程以及医药工程有着十分重要的指导作用.由于其存在运动边界和复杂的变形问题,自由表面和运动界面难以有效追踪和捕捉.此类自由表面流动问题的数值模拟一直是计算流体力学领域的一大难题,一般需要对其进行特殊的处理.典型的自由表面和运动界面追踪及捕捉算法有: 1) Particle-in-Cell (PIC)<sup>[1]</sup> 方法; 2) PIC 的改进算法——Marker-and-Cell (MAC)<sup>[2]</sup> 方法; 3) Volume-of-Fluid (VOF)<sup>[3]</sup> 方法; 4) Level-Set (LS)<sup>[4]</sup> 方法等. PIC 方法占用内存较大,并且只能给出自由表面单元,而不能确定精确位置,在处理大变形时误差较大; MAC 方法存在计算代价高昂及累积数值误差问题; VOF 方法解决了使用大量内存存贮标记点的问题,但由于 VOF 函数在自由表面上未必连续,往往需要构造高精度的偏微分方程离散格式; LS 方法计算中质量难以守恒,求解过程对复杂几

何区域适应性较差.

光滑粒子动力学 (smoothed particle hydrodynamics, SPH)<sup>[5,6]</sup> 是一种自适应 Lagrange 型无网格粒子方法. 1994 年, Monaghan<sup>[7]</sup> 首先将 SPH 方法用于模拟弱不可压缩自由表面流动.由于 SPH 方法的自适应性,使得 SPH 法的公式构造并不受粒子分布的任意性所影响,因此可以处理一些具有大变形、运动交界面、可变形边界、自由表面等特殊性质的问题,避免了 Lagrange 方法中的网格缠结和扭曲以及网格重划分.近年来,随着 SPH 方法计算精度和稳定性的不断完善和改进,SPH 方法被广泛地应用于工程和科学的各个领域<sup>[8-10]</sup>.

国内外的许多学者采用不同的方法对液滴溅落问题进行过研究, Harlow 和 Shannon<sup>[11]</sup> 采用了 MAC 方法模拟了液滴溅落问题. Oguz 和 Prosperetti<sup>[12]</sup> 采用 BEM 方法对重力和表面张力作用下液滴冲击液面的界面迁移现象做了数值研究.蔡一坤<sup>[13]</sup> 采用实验的方法对液滴溅落液面问题进行了研究.汤波等<sup>[14]</sup> 采用最小二乘粒子有限元方法模拟了二维水珠滴落水面并飞溅散开的过程.徐军<sup>[15]</sup> 采用二阶投影方法结合水平集方法,

\* 国家自然科学基金(批准号:50976108)和山西省人才专项基金(批准号:20060403JJ)资助的课题.

† E-mail: maliqiang007@163.com

求解二维 Navier-Stokes 方程, 模拟了水滴溅落过程。罗朝霞等<sup>[16]</sup>利用边界元方法对液滴冲击同种液体的无限大液面做了数值模拟研究。张华等<sup>[17]</sup>应用格子 Boltzmann 方法, 结合水平集界面重构技术对液滴在空气中自由下落、液滴冲击液面的全过程进行了数值计算。常建忠等<sup>[18]</sup>应用耗散粒子动力学方法研究了微尺度下液滴的动力学特性。而采用光滑粒子动力学方法对液滴溅落问题进行数值模拟的研究还较少。

本文采用光滑粒子动力学方法对液滴溅落问题进行了数值模拟。液滴冲击液面过程中, 液滴和液面接触区域粒子的材料性质(如密度、压强、速度等)梯度变化很大, 会导致局部的非连续和间断, 利用传统 SPH 的流体控制方程会导致计算结果的失真和计算中止。表面张力和所模拟问题的尺度及支持域内粒子数密切相关。如果尺度比较大, 表面张力的影响一般可以忽略; 另外如果某粒子周围支持域内粒子数足够多, 表面张力的影响也未必显著。液滴溅落过程中, 考虑到液滴的尺度和支持域内粒子较少, 因此, 表面张力作用不可忽视。本文在现有的 SPH 方法的理论基础上采用 Riemann 解法对流体控制方程进行改进, 在动量方程中添加了表面张力, 考虑了表面张力对液滴溅落液面过程中的影响。考虑到计算结果的稳定性和精度, 为避免出现边界缺陷和修复非连续区域核函数的连续性, 对核近似式和粒子近似式进行了修正。应用改进的 SPH 方法有效地模拟了液滴溅落液面问题。

## 2 光滑粒子动力学

在光滑粒子动力学模型中, 系统的状态用一系列性质相同的粒子系统来描述, 这些粒子包含着各自的材料属性, 如密度、压力、速度等, 而且按照守恒控制方程的规律运动。因此, SPH 方法是一种纯 Lagrange 形式的无网格粒子方法。

### 2.1 光滑函数

在 SPH 方法中, 任一粒子的宏观变量  $f(\mathbf{x})$  都可以表示为影响域内一组无序点上的值表示成积分插值计算得到:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}', \quad (1)$$

式中  $\Omega$  为支持域,  $h$  为光滑长度,  $W$  为光滑函数 (smoothing function) 或核函数。

将 (1) 式离散可以得到:

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) W_{ij}, \quad (2)$$

式中  $N$  为粒子  $i$  的支持域中的粒子的总数;  $\rho_j$  和  $m_j$  为粒子  $j$  的密度和质量;  $W_{ij}$  为粒子  $j$  对粒子  $i$  产生影响的光滑函数。(2) 式表明粒子  $i$  处的任一函数值可通过应用光滑函数对其紧支域内所有粒子相对应的函数值进行加权平均进行近似。

对于液滴冲击问题, 传统的 SPH 方法由于粒子近似格式很难保证一阶甚至零阶的连续性, 液滴溅落液面会导致粒子相关性质如密度、速度、压强等梯度的急剧变化, 考虑到计算结果的稳定性和精度, 为避免出现边界缺陷和修复非连续区域核函数的连续性, 对核近似式和粒子近似式进行了修正。

对粒子  $i$  上的场函数进行 Taylor 展开

$$f(\mathbf{x}) = f_i + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) f_{x_i} + \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2}{2} f_{xx_i} + \dots, \quad (3)$$

用光滑函数  $W$  对方程两边相乘, 然后进行积分得:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} &= f_i \cdot \int_{\Omega} W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &+ f_{x_i} \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &+ \frac{f_{xx_i}}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)^2 W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (4)$$

在方程中

$$f_i = f(\mathbf{x}_i), \quad (5)$$

$$f_{x_i} = f_x(\mathbf{x}_i) = (\partial f / \partial x)_i, \quad (6)$$

$$f_{xx_i} = f_{xx}(\mathbf{x}_i) = (\partial^2 f / \partial x^2)_i, \quad (7)$$

$$W_i(\mathbf{x}) = W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i, h). \quad (8)$$

忽略方程中包含导数的项, 就可以得到在  $\mathbf{x}_i$  点上的场函数  $f(\mathbf{x})$  的修正核近似式:

$$f_i = \frac{\int_{\Omega} f(\mathbf{x}) W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega} W_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}, \quad (9)$$

在  $\mathbf{x}_i$  点处的粒子近似式最终可写为:

$$f_i = \frac{\sum_{j=1}^N \left( \frac{m_j}{\rho_j} \right) f_j W_{ij}}{\sum_{j=1}^N \left( \frac{m_j}{\rho_j} \right) W_{ij}}. \quad (10)$$

本文所采用的光滑函数选用 Quintic 型核函数<sup>[19]</sup>, 形式如下:

$$W(\mathbf{r}, h) = \alpha_D \left(1 - \frac{R}{2}\right)^4 (2R + 1), \quad 0 \leq R \leq 2, \quad (11)$$

式中  $R = \frac{|\mathbf{x}_{ij}|}{h} = \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{h}$ . 在两维坐标下,  $\alpha_D = 7/4\pi h^2$ .

如果光滑长度随着时间和空间的变化而变化, 则需要保持粒子间相互作用的对称性. 本文通过求解相互作用粒子对的光滑长度的算术平均值得到<sup>[20]</sup>, 即  $h_{ij} = \frac{h_i + h_j}{2}$ .

## 2.2 表面张力

液滴溅落液面的过程中, 表面张力对于液滴

$$f_{ij} = \begin{cases} s_{ij} \cos\left(\frac{1.5\pi}{3h}|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|\right) \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|}, & |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \leq h \\ 0, & |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| > h \end{cases} \quad (13)$$

根据作用力与反作用力原理,  $f_{ij} = -f_{ji}$ . 由于粒子间相互作用的精确形式不是数值模拟成功的关键, 考虑到运算效率, 当粒子间距小于  $1/3h$  时, 粒子间作用力表现为排斥力, 当粒子间距大于  $1/3h$  而小于  $h$  时, 粒子间作用力表现为吸引力, 当粒子间距大于  $h$  时, 粒子间作用力为零.

## 2.3 考虑 Riemann 解的 SPH 流体控制方程

利用 SPH 方法的核近似和粒子近似的方案, 可得到如下 SPH 离散形式的 Navier-Stokes 方程:

$$\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \nu_{ij} \nabla_i W_{ij}, \\ \frac{d\nu_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_i, \\ \frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) \nu_{ij} \nabla_i W_{ij}, \\ \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \nu_i - \varepsilon \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \nu_{ij} W_{ij}. \end{cases} \quad (14)$$

液滴冲击液面过程中, 液滴和液面接触区域粒子的材料性质 (如密度、压强、速度等) 梯度变化很大, 会导致局部的非连续和间断, 利用传统 SPH 的流体控制方程算法会导致计算结果的失真和计算中止. 基于 Riemann 解法对于非连续问题和间断问题求解的有效性, 本文采用 Riemann 解法的 SPH 流体控制方程可以表示为:

$$\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j (\nu_{ij}^* - \nu_i) \nabla_i W_{ij}, \\ \frac{d\nu_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j 2p_{ij}^* \left(\frac{1}{\rho_i^2} + \frac{1}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_i, \\ \frac{de_i}{dt} = - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j 2p_{ij}^* \left(\frac{1}{\rho_i^2} + \frac{1}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) (\nu_{ij}^* - \nu_i) \nabla_i W_{ij}, \\ \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \nu_i - \varepsilon \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (\nu_{ij}^* - \nu_i) W_{ij}, \end{cases} \quad (15)$$

溅落可能产生的微流团的运动起着显著的作用. 在 SPH 方法中, 对于表面张力的计算, 研究者提出了多种求解的模型<sup>[21-24]</sup>. 为了模拟表面张力和流固体相互作用的影响, 表面张力一般直接添加在动量守恒方程中.

$$\frac{d\nu_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \frac{1}{m_i} \cdot \mathbf{f}_i, \quad (12)$$

$f_i$  是粒子间相互作用施加在粒子  $i$  上的作用力:

$$\mathbf{f}_i = \sum_{j=1}^N \mathbf{f}_{ij}.$$

$f_{ij}$  的表达式为:

$p_{ij}^*, v_{ij}^*$  为 Riemann 解法对应的压强和速度解, 由下式求得:

$$v_{ij}^* = \frac{p_i \rho_i v_j^R + p_j \rho_j v_i^R + p_i - p_j}{\rho_i c_i + \rho_j c_j},$$

$$p_{ij}^* = \frac{p_i \rho_i c_i + p_j \rho_j c_j - p_i c_i p_j c_j (v_j^R - v_i^R)}{\rho_i c_i + \rho_j c_j}, \quad (16)$$

其中:  $v_j^R = v \cdot \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|}$ .

$\Pi_{ij}$  为人工黏性项

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha c_{ij} \mu_{ij}}{\rho_{ij}} v_{ij} x_{ij} < 0 \\ 0 & v_{ij} x_{ij} \geq 0 \end{cases}, \quad (17)$$

$$\mu_{ij} = \frac{h v_{ij} x_{ij}}{x_{ij}^2 + \eta^2}, \quad (18)$$

$$x_{ij} = x_i - x_j, \quad (19)$$

$$v_{ij} = v_i - v_j, \quad (20)$$

$$c_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}, \quad (21)$$

$\eta^2 = 0.01h^2$ ,  $c$  和  $v$  分别表示声速和粒子的速度矢量.

### 3 算例及分析

上面所描述的 Riemann 算法和表面张力的程序, 以及对核近似式和粒子近似式进行的修正, 用来对液滴溅落液面问题进行数值模拟研究.

#### 3.1 初始参数及粒子分布

图 1 给出了液滴溅落液面的初始模型几何尺寸. 模型中容器尺寸宽 2 m, 高 2 m; 容器内液体的宽 2 m, 高 1 m; 液滴的初始中心高度为 1.84 m; 液滴半径为 0.16 m; 初始粒子间距 0.02 m; 共计粒子总数 11119 个, 其中边界粒子 603 个; 时间步长 0.001 s; 光滑长度 2.6021529E-02 m; 整个模拟过程运行 3.5 s.

#### 3.2 数值算例及结果分析

本文用改进的 SPH 方法模拟了二维液滴滴落液面并飞溅散开直至平静下来的整个过程. 图 2 给出了不同时刻的自由面形状. 在初始时刻, 液滴在重力加速度的作用下开始下落; 在  $t = 0.331507$  s 时, 液滴下落至接触液面的临界位置, 此时, 液滴由于受到表面张力的缘故, 在液滴和液面接触点位置, 液滴底部出现了变形, 如图 2(a) 所示; 之后, 液

滴撞击液面, 如图 2(b) 时刻, 液滴开始破碎并与液体融合, 液体由于受强冲击向两侧开始飞溅, 此时, 液滴和液面接触区域粒子的材料性质 (如密度、压强、速度等) 梯度变化很大, 周围液体逐渐向上和向两侧扩散; 图 2(c) 时刻, 液体向两侧飞溅; 溅起的液滴在向左右两侧壁面冲击的过程中会与壁面以及下部的液面形成一个气体空腔, 同时, 液面由于冲击形成一个凹坑, 凹坑两侧液面急剧升高, 凹坑则逐渐变大变深, 如图 2(d) 所示; 在图 2(e) 时刻, 溅起的液滴撞击固壁面, 和两侧液面融合, 之后由于重力的作用开始向下运动, 同时, 冲击形成的气体空腔逐渐消失; 图 2(f) 时刻, 由于液滴冲击导致液面的动能转换, 液面会剧烈波动, 两侧液面的液体由于重力和表面张力的作用逐渐下落, 中间凹坑的液面开始上升; 图 2(g) 时刻, 溅起的液滴聚拢波动至最高点, 形成一个波峰; 随后中间部分的液体由于重力作用开始下落, 两侧的液体向两侧固壁面涌动, 如图 2(h) 所示; 图 2(i) 时刻, 流体由于波动冲击两侧壁面, 两侧液面急剧升高; 两侧的流体达到了最高点后开始下落, 并产生涌动, 如图 2(j) 所示; 图 2(k) 时刻, 由于中部液体减速较快, 两边液体减速较慢, 液面形成类似帽子的形状; 之后流体在初速度和重力的作用下, 经历几次液面的晃荡波动, 随着波动幅度的逐步减小, 液面最后趋于静止状态.

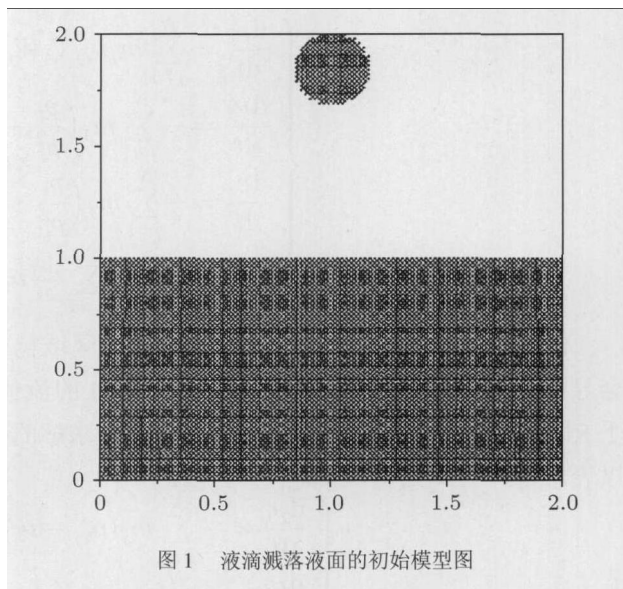


图 1 液滴溅落液面的初始模型图

图 3 给出了相同时刻由改进的 SPH 方法与文献 [14] 最小二乘粒子有限元方法得到的自由面形状对比图. 可以看出, 改进的光滑粒子动力学方法有效地模拟了液滴溅落问题, 得到稳定和较高精度的结果, 给出了液滴冲击液面的各个时刻的自由面

形状,得到了液滴破碎、融合、以及液面的飞溅、波动等物理现象,精细地刻画了运动界面的整个迁

移过程.数值模拟结果与文献 [14] 得到的结果符合得较好,与物理现象一致.

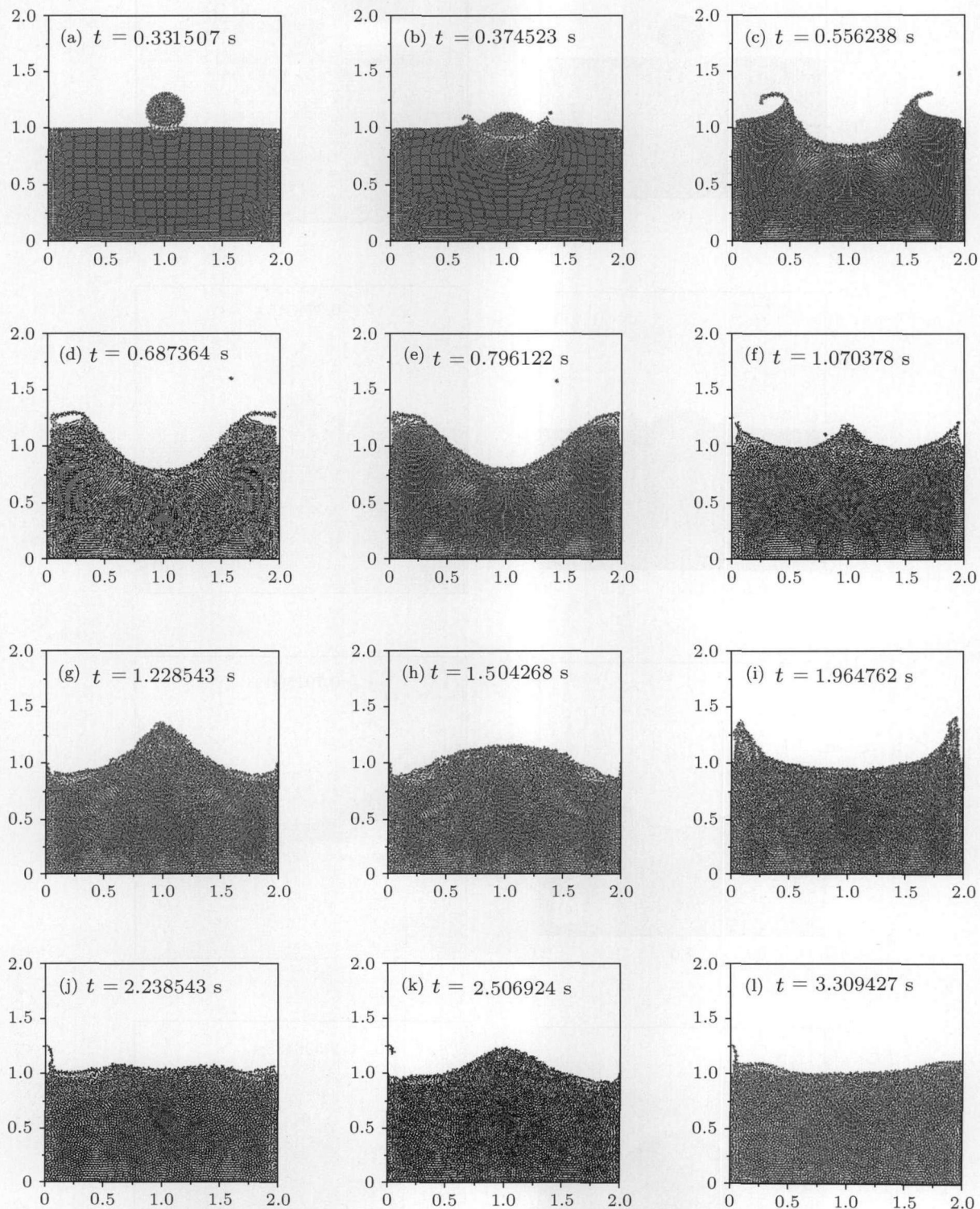


图 2 液滴溅落液面的 SPH 模拟结果 (a)  $t = 0.331507$  s; (b)  $t = 0.374523$  s; (c)  $t = 0.556238$  s; (d)  $t = 0.687364$  s; (e)  $t = 0.796122$  s; (f)  $t = 1.070378$  s; (g)  $t = 1.228543$  s; (h)  $t = 1.504268$  s; (i)  $t = 1.964762$  s; (j)  $t = 2.238543$  s; (k)  $t = 2.506924$  s; (l)  $t = 3.309427$  s

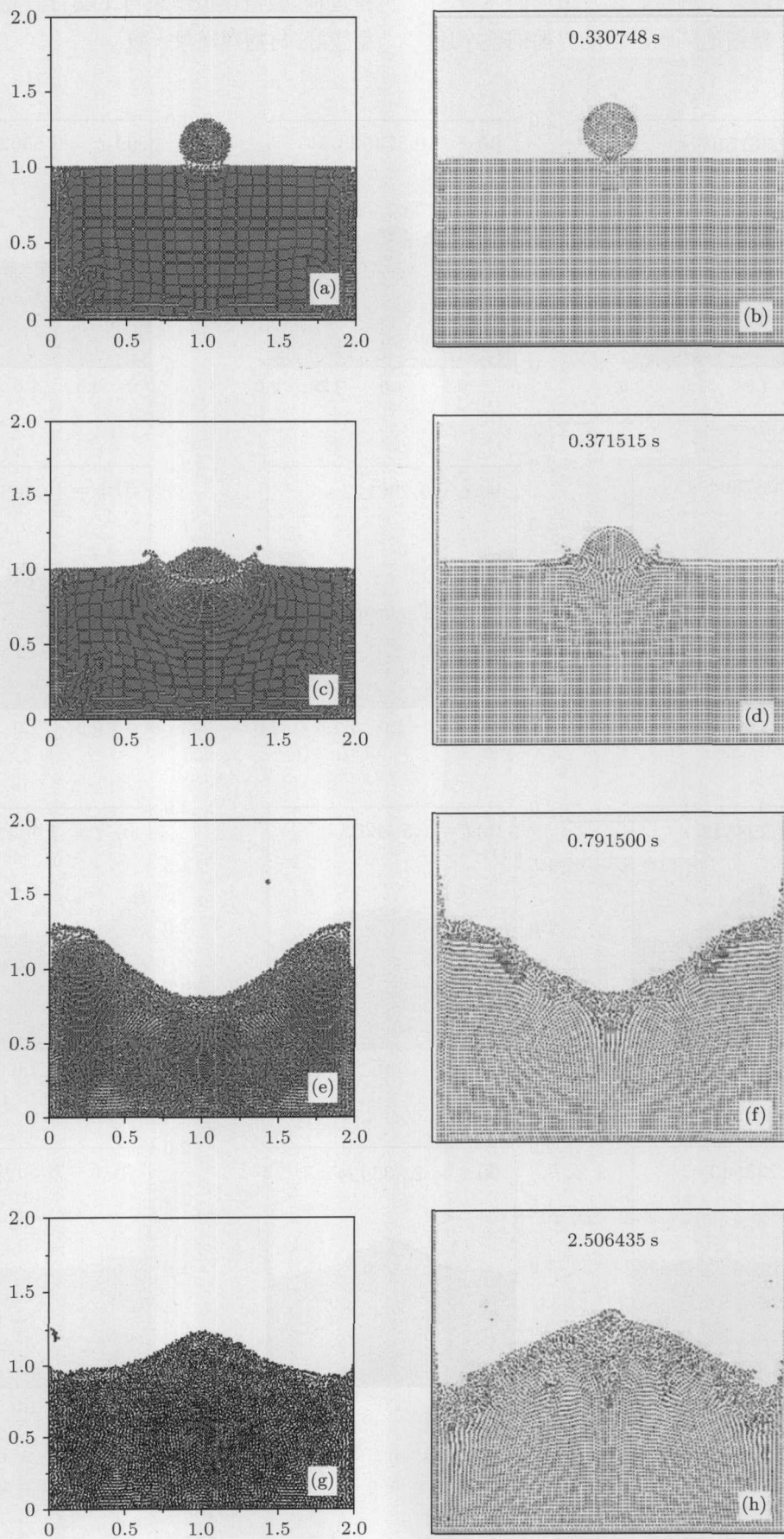


图3 相同时刻改进的SPH方法与LSPFEM方法得到的结果对比

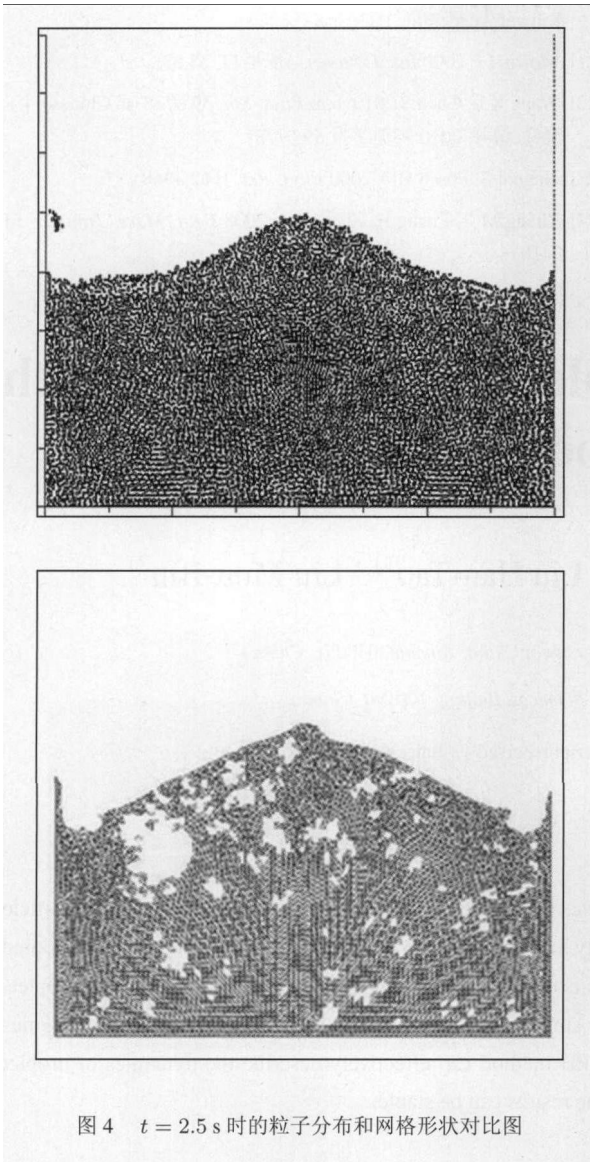
图4  $t = 2.5$  s 时的粒子分布和网格形状对比图

图4给出了  $t = 2.5$  s 时的粒子分布与网格形状对比图, 网格形状图由文献 [14] 给出. 对比可以看出, 采用改进的 SPH 方法有效地对液滴溅落液面问题进行了数值模拟, 避免了采用网格方法处理大

变形问题带来的网格畸变和破碎, 以及边界缺陷等导致的计算精度和稳定性差的问题. 文献中虽然对有限元方法进行了修正, 但网格的形状还是出现了畸变, 显示了改进的光滑粒子动力学方法在处理自由表面问题和大变形问题上的有效性.

## 4 结论

本文在传统的 SPH 方法的理论上对 SPH 方法中的核近似式和粒子近似式进行了修正, 采用 Riemann 算法求解光滑粒子动力学流体控制方程, 避免了液滴冲击液面过程中, 液滴和液面接触区域粒子的材料性质 (如密度、压强、速度等) 梯度变化很大而引起局部的非连续和间断而导致计算结果的失真和计算中止. 在动量方程中添加了表面张力, 考虑了重力和表面张力对液滴溅落液面的影响. 应用改进的 SPH 方法模拟了液滴溅落液面问题. 研究表明: 改进的光滑粒子动力学方法有效地模拟了液滴溅落问题, 得到稳定和较高精度的结果, 给出了液滴冲击液面的各个时刻的自由面形状. 数值模拟结果与文献 [14] 最小二乘粒子有限元方法得到的结果符合得较好, 与物理现象一致. 文献中虽然对有限元方法进行了修正, 但网格的形状还是出现了畸变, 显示了改进的光滑粒子动力学方法在处理自由表面问题和大变形问题上的有效性. 液滴冲击液面过程中, 液面由于冲击会形成类似凹坑的空腔, 溅起的液面由于表面张力和重力的作用会与固壁面以及下部的液面形成气体空腔, 引起水面大幅波动、空气夹带等界面迁移现象, 得到了液滴破碎、融合, 以及液面的飞溅、波动等物理现象, 精细地刻画了运动界面的整个迁移过程.

- [1] Harlow F H 1957 *Methods Comput. Phys.* **3** 319
- [2] Harlow F H, Welch F J 1965 *Phys. Fluids* **8** 2182
- [3] Hirt C W, Nichols D B 1981 *J. Comput. Phys.* **39** 201
- [4] M Sussman P, Smereka S, Osher A 1994 *J. Comput. Phys.* **114** 146
- [5] Liu G R, Liu M B 2003 *Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method* (Singapore: World Scientific)
- [6] Liu M B, Liu G R, Zong Z 2008 *Int. J. Comput. Methods* **5** 135
- [7] Monaghan J J 1994 *J. Comput. Phys.* **110** 399
- [8] Liu M B, Chang J Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3654 (in Chinese) [刘谋斌, 常建忠 2010 物理学报 **59** 3654]
- [9] Colagrossi A, Landrini M 2003 *J. Comput. Phys.* **191** 448
- [10] Jiang T, Ouyang J, Zhao X K, Ren J L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 054701 (in Chinese) [蒋涛, 欧阳杰, 赵晓凯, 任金莲 2011 物理学报 **60** 054701]
- [11] Harlow F H, Shannon J P 1969 *Appl. Phys.* **38** 3855
- [12] Oguz Hasan N, Andrea P 1990 *J. Fluid. Mech.* **219** 143
- [13] Cai Y K 1989 *Acta Mech. Sin.* **21** 273 (in Chinese) [蔡一坤 1989 力学学报 **21** 273]
- [14] Tang B, Li J F, Wang T S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6722 (in Chinese) [汤波, 李俊峰, 王天舒 2008 物理学报 **57** 6722]
- [15] Xu J 1999 *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinesis* **35** 35 (in Chinese) [徐军 1999 北京大学学报 (自然科学版) **35** 35]
- [16] Luo C X, Li H X, Chen T K, Chen S N 2002 *J. Eng. Thermophys.*

- 23 35 (in Chinese) [罗朝霞, 李会雄, 陈听宽, 陈善年 2002 工程热物理学报 23 35] Kluwer Academic Publishers) p269
- [17] Zhang H, Hao Z W, Feng Z J 2008 *J. Hydraulic Eng.* **39** 1316 (in Chinese) [张华, 郝智文, 冯志军 2008 水利学报 39 1316] [21] Morris J P 2000 *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **33** 333
- [18] Chang J Z, Liu M B, Liu H T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3954 (in Chinese) [常建忠, 刘谋斌, 刘汉涛 2008 物理学报 57 3954] [22] Wang X L, Chen S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6778 (in Chinese) [王晓亮, 陈硕 2010 物理学报 59 6778]
- [19] Wendland H 1995 *Adv. Comput. Math.* **4** 389 [23] Nugent S, Posch H A 2000 *Phys. Rev. E* **62** 4968
- [20] Benz W 1990 *Smooth Particle Hydrodynamics* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers) p269 [24] Zhang M Y, Zhang H, Zheng L L 2008 *Heat. Mass. Transfer.* **51** 3410

# Numerical simulation of droplet impact on liquid with smoothed particle hydrodynamics method\*

Ma Li-Qiang<sup>1)†</sup> Chang Jian-Zhong<sup>1)</sup> Liu Han-Tao<sup>1)</sup> Liu Mou-Bin<sup>2)</sup>

1) (School of Mechatronic Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

2) (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 17 April 2011; revised manuscript received 12 June 2011)

## Abstract

In this paper, we present a modified smoothed particle hydrodynamics (SPH) method. The kernel approximation and the particle approximation are corrected to ensure that polynomial functions are exactly interpolated up to a given degree. Riemann solver is adopted to solve equations of fluid motion. A surface tension calculation program is used for considering the surface tension effects in droplets splashing. The process of droplet impact on liquid surface is numerically simulated by the modified smoothed particle hydrodynamics method. The numerical results clearly demonstrate that the modified SPH method can effectively describe the dynamics of droplet splashing and the variation of the free surface, and that the accuracy of the results can be stable.

**Keywords:** droplet, smoothed particle hydrodynamics, surface tension, numerical simulation

**PACS:** 47.11.-j, 47.85.-g

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50976108) and Shanxi Provincial Foundation for Talent, China (Grant No. 20060403JJ).

† E-mail: maliqiang007@163.com