

# 基于平衡颗粒法生成地质体复杂节理面 网格的方法研究\*

段文杰<sup>1†</sup> 李世海<sup>2</sup> 冯春<sup>2</sup>

1 河北工业大学, 天津 300401

2 中国科学院力学研究所, 北京 100190

**摘要:** 宏观地质体中错综复杂的节理拓扑关系给节理面网格的划分带来了困难, 进而制约了对含复杂节理地质体的力学效应研究。文章提出了一种利用颗粒生成节理面网格节点的方法——平衡颗粒法。该方法首先将复杂节理系统按照节理交线进行分割, 而后通过节理面内颗粒的随机排布产生密实、微嵌入的颗粒系统, 进而采用全量法计算颗粒间的接触力, 同时引入指向节理面中心的牵引势函数, 在粘性阻尼的控制下, 通过显式迭代, 逐渐实现接触力产生的斥力与势函数产生的引力之间的平衡。算例表明, 基于平衡颗粒法产生的节理网格节点排布均匀, 在节理交线处未出现奇异节点, 表明了该方法的正确性。

**关键词:** 节理, 网格划分, 颗粒

## 1 前言

节理裂隙是地质体的特有属性, 其发育状况、空间展布特征、节理间的拓扑关系、节理面内的充填胶结情况, 直接影响着地质体的宏观渗透特性及力学性能<sup>[1, 2]</sup>。数值分析是研究节理裂隙系统复杂物理力学特性的有效手段之一, 而节理单元的网格剖分是进行数值分析的第一步。

有限元网格生成技术可以按所生成的单元类型将它们划分为生成结构化网格的方法和生成非结构化网格的方法<sup>[3]</sup>。生成结构化网格的方法在边界上网格质量较低, 不适用于节理面网格的生成。生成非结构化网格的方法主要有布点及三角化方法, 拓扑分解法, 几何分解法, 基于栅格法几种。目前已经有利用野外露头上采集到的裂隙的观测数据, 通过计算机处理最终形成三维裂隙网络的人工几何模型的方法<sup>[4]</sup>, 也已经有多种在节理网络图上生成有限元网格的方法<sup>[5, 6]</sup>以及生成节理岩体网格的方法<sup>[7, 8]</sup>。其中文献[5]使用的是 AFM(Advancing Front Method) 法, 首先将具有节理网络的计算域转化成单连通域, 然后在单连通域内按 AFM 法生成三角形单元。这种方法在节理面附近的网格质量很差, 而且目前还不能用于三维问题。文献[7]采用的是流形切割的方法, 将三维有限元网格覆盖到物理模型上, 然后对覆盖网格进行剖分, 形成最后的网格。这种方法可以用于三维问题, 但是切割出的网格质量无法控制。

Bagi 提出了用大小不同的颗粒填满一个空间的方法<sup>[9]</sup>, Jianfei Liu 等人提出了用球形填充(Sphere packing)来构造有限元网格的方法<sup>[10]</sup>。受这两种方法启发, 本文提出了一种利用颗粒生

\*资助项目: 国家自然科学基金(11172063), 国家重点基础研究发展计划(2010CB731502)

† E-mail: duanwenjieku@gmail.com

成节理面网格节点的方法——平衡颗粒法。该方法首先将复杂节理系统按照节理交线进行分割,而后通过节理面内颗粒的随机排布产生密实、微嵌入的颗粒系统,进而采用全量法计算颗粒间的接触力,同时引入指向节理面中心的牵引势函数,在粘性阻尼的控制下,通过显式迭代,逐渐实现接触力产生的斥力与势函数产生的引力之间的平衡。

## 2 平衡颗粒法基本原理

节理面之间的空间关系可能很复杂,如果针对每一种情况如何划分网格进行规定工作量难以估计。用颗粒组成的面代替几何的节理面,然后让颗粒自行寻找能量低的状态就成为一种可行的思路。这就需要将节理面尽可能填满颗粒。

### 2.1 节理面分割

如果直接对每个节理面进行颗粒填充,那么在两个相交节理面的交线处,颗粒将出现重合或嵌入情况,从而影响节理网格的划分质量。因此,在节理面填充颗粒之前,需要对相交节理面进行分割(也即把相交的节理面划分为不相交的节理面)。

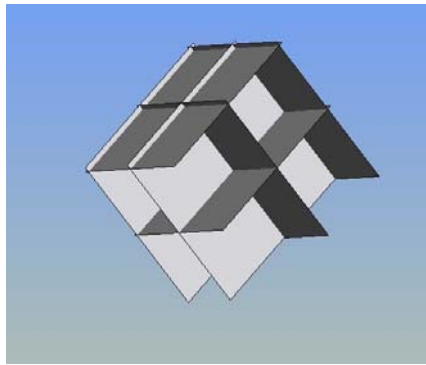


图1 三组节理相交

Fig.1 Three groups of intersected joint faces

如图1所示,节理面的形状很简单,而且节理面的法向分别沿着三个坐标轴,并没有在一定范围内随机,即便如此,如果不划分,在两个面交叉的部分就会产生重叠的颗粒。

首先把节理面简化为空间平面上的多边形。在求两个节理面是否相交时,首先求两个空间平面的交线,然后再检验这一相交直线是否和两个多边形都相交,如果都相交,则说明两个节理面相交,同时可以求得交点。最后利用两个交点和第一个节理面的顶点信息就可以构成两个新的节理面,这两个新节理面互不相交也和原来的第二个节理面不相交。

重复这一检测过程,直到所有初始的节理面和新产生的节理面都被检测了为止。这样分割之后就没有相交的节理面了。

### 2.2 初始颗粒生成

在用颗粒离散元进行迭代计算之前,首先要考虑的就是在节理面内产生易于计算收敛的颗粒系统。这是由于当颗粒数量过多或者初始能量很高时,迭代时间会非常长,在计算复杂问题时可能失去实用价值。

#### 2.2.1 颗粒半径选取

基本原则是让一个节理面内填充的颗粒数量在100-1000左右。首先定义节理面的大小 $D$ ,对于圆形节理面来, $D$ 为圆的直径,对于多边形节理面来说, $D$ 为最长对角线的长度。然后定

义  $D_{max}$  为所有节理面  $D$  中的最大值。那么颗粒的半径  $r_{grain}$  满足

$$r_{grain} = \frac{1}{60} D_{max} \quad (1)$$

实际算例中,  $r_{grain}$  往往取和公式计算值相近的一个值, 比如  $r_{grain}=0.1273$  时就取  $r_{grain}=0.1$ 。所有的颗粒都是同样的半径。

### 2.2.2 是颗粒数量选取。

具体到每一个节理面应该填充的颗粒数量, 需要首先计算节理面的面积  $S$ , 周长  $l_{total}$  和边界上的颗粒数量  $n_{edge}$ 。

$$n_{edge} = \left[ \frac{l_{total}}{2r_{grain}} \right] \quad (2)$$

考虑到边界上颗粒的面积只有一半是在节理面内, 每个节理面填充的颗粒数量  $n$  满足:

$$n = \left[ \frac{S}{\pi r_{grain}^2} + \frac{1}{2} n_{edge} \right] \quad (3)$$

式中的中括号表示取大于其中值的最小整数。

### 2.2.3 随机方法

对于节理面边界,  $n_{edge}$  个颗粒均匀的分布在边界上, 对于节理面内部, 随机颗粒的中心坐标, 随机数的平均值为节理面的中心, 随机范围为  $D$ , 相当于随机颗粒在一个立方体内均匀分布。为了保证随机产生的颗粒都在节理面内, 产生的中心坐标要投影到节理面所在的平面上, 然后验证中心坐标是否在节理面内, 不满足条件的颗粒将重新随机产生。

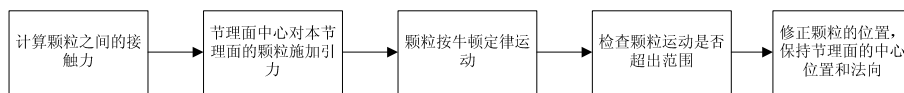
同时, 还需要检验新产生的颗粒与节理面内现存颗粒的距离, 这是由于如果随机产生的颗粒距离很近, 整个颗粒系统开始运动时就会有有很大的初始能量, 这不利于计算收敛, 也不利于节理面保持应有的形状。定义一个随机产生的颗粒之间的最短距离  $r_{min}$ , 当新产生的颗粒与节理面内现有的颗粒距离小于  $r_{min}$  时, 重新随机产生这一颗粒。在实际程序中,  $r_{min}$  是与  $r_{grain}$  成正比的, 比例系数增大时, 产生颗粒的时间增长直至永远不能完成, 所以可以根据经验取值, 本文中的程序均取

$$r_{min} = 1.3r_{grain} \quad (4)$$

## 2.3 颗粒运动计算

### 2.3.1 计算流程

在迭代过程中, 每个迭代步需要计算的内容为:



在计算颗粒之间的接触力时, 需要用邻近空间的方法更新接触列表。

### 2.3.2 接触力的计算

在计算过程中, 接触的发现, 颗粒的接触力的计算, 阻尼的引入和显示迭代都和传统离散元没有区别。

颗粒的平动方程为

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{k_i} (\vec{F}_{c,ij} + \vec{F}_{d,ij}) \quad (5)$$

式中,  $m_i$  与  $V_i$  分别为颗粒  $i$  的质量和速度。  $t$  为时间,  $F_{c,ij}$  与  $F_{d,ij}$  分别为颗粒  $i$  与  $j$  的接触力与粘性接触阻尼力,  $k$  为所有与颗粒  $i$  接触的颗粒总数。由于颗粒只是用于生成网格结点, 所以计算中不计重力, 不计算转动, 于是也就不需要计算切向的摩擦力和力矩。

法向接触力的计算采用 Cundall 模型, 有:

$$\vec{F}_{c,ij} = \vec{F}_{cn,ij} = -k_n \delta_n \vec{n} \quad (6)$$

$$\vec{F}_{dn,ij} = -c_n (\vec{V}_{ij} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (7)$$

式中,  $k_n$  为法向弹簧刚度,  $n$  为单位法向量。  $c_n$  为阻尼系数。

$$\delta_n = R_i + R_j - |\vec{R}_j - \vec{R}_i| \quad (8)$$

$\delta_n$  为颗粒  $i$  与  $j$  接触时的侵入深度,  $V_{ij}$  为两个处于接触颗粒接触点的相对速度,  $R_i$  为颗粒  $i$  的坐标。

采用的接触发现算法为 Static Cell 法, 也就是静态盒子法。将颗粒体系所占据的空间划分成规则的网格, 将三维空间划分为  $m \times m \times m$  个立方体单元, 粒子就当前的位置被分配到某个单元, 只有在同一个单元或直接相邻单元内的粒子间才可能发生相互作用。

### 2.3.3 控制方程和边界条件

为了保证颗粒在运动之后依然能代表节理面, 需要引入控制方程和边界条件。

#### (1) 控制方程

节理面中心对属于节理面的粒子施加引力, 方向指向节理面中心, 大小为  $F_g$ 。

$$\vec{F}_g = k_{\text{gravity}} (\vec{R}_i - \vec{R}_{pc}) \quad (9)$$

其中  $R_{pc}$  为颗粒中心坐标,  $k_{\text{gravity}}$  为引力系数。这样当颗粒接近中心时, 引力就会减小。为了确定一个合适的  $k_{\text{gravity}}$ , 保证颗粒不会因为引力过大而挤在一起, 产生很大的变形, 需要用下面的公式确定  $k_{\text{gravity}}$ 。

$$F_{\text{edge}} = k_{\text{gravity}} D_{\text{max}} \quad (10)$$

$$\Delta \varepsilon = F_{\text{edge}} / k_n = \frac{k_{\text{gravity}} D_{\text{max}}}{k_n} \quad (11)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2r_{\text{grain}}} = \frac{k_{\text{gravity}} D_{\text{max}}}{2k_n r_{\text{grain}}} = 0.01 \quad (12)$$

$$k_{\text{gravity}} = 0.01 \frac{2k_n r_{\text{grain}}}{D_{\text{max}}} = 0.02 k_n \frac{r_{\text{grain}}}{D_{\text{max}}} \quad (13)$$

其中  $F_{\text{edge}}$  是节理面边缘处颗粒所受的引力,  $\Delta\varepsilon$  是引力引起的颗粒形变,  $\frac{\Delta\varepsilon}{2r_{\text{grain}}}$  是相对形变,

用节理面边缘处颗粒相对形变为 1% 为条件可以解出  $k_{\text{gravity}}$ 。

### (2) 边界条件

对于颗粒的运动有两个限制条件, 一个是运动范围限制, 一个是运动一致性限制。运动范围限制是指颗粒在运动时, 在初始节理面法向上, 偏离的距离不能超过  $2r_{\text{grain}}$ , 在初始节理面沿面方向上, 偏离的距离不能超过  $10r_{\text{grain}}$ , 其表达式为

$$\left| (\vec{R} - \vec{R}_{\text{origin}}) \cdot \vec{n}_{\text{originFace}} \right| < 2r_{\text{grain}} \quad (14)$$

$$\left\| (\vec{R} - \vec{R}_{\text{origin}}) - [(\vec{R} - \vec{R}_{\text{origin}}) \cdot \vec{n}_{\text{originFace}}] \vec{n}_{\text{originFace}} \right\| < 10r_{\text{grain}} \quad (15)$$

式中,  $R$  为颗粒现在的位置,  $R_{\text{origin}}$  为颗粒的初始位置,  $n_{\text{originFace}}$  为初始节理面法向。

这一边界条件保证了经过迭代, 节理面的法向变化不会超过  $\arcsin(1/15)$ , 约等于 4 度, 节理面的中心位置不会变化超过  $1/6D_{\text{max}}$ 。

运动一致性限制是指属于一个节理面的颗粒在每一个时间步结束后仍然需要在同一个平面内, 所以需要在一迭代结束后调整颗粒的位置。

$$\vec{R} = \vec{R} - [(\vec{R} - \vec{R}_{\text{average}}) \cdot \vec{n}_{\text{average}}] \vec{n}_{\text{average}} \quad (16)$$

其中  $R_{\text{average}}$  和  $n_{\text{average}}$  表示一个节理面的颗粒在运动后的平均位置和任选两个颗粒和平均位置组成的平面的平均法向。经过这一调整之后, 一个节理面的颗粒都被调整到它们的位置决定的一个平均平面上, 维持着在同一平面的状态。

### 2.3.4 收敛判据

由于颗粒只是用于生成网格节点, 所以不需要像普通离散元一样计算到能量和不平衡力收敛。只需要判断颗粒之间的最大嵌入深度  $\delta_{\text{nmax}} < 0.2$  是否满足条件即可。在程序中, 也就是把

$\max\left(\frac{F_{\text{cn,ij}}}{k_n r_{\text{grain}}}\right) < 0.2$  作为收敛判据。实际程序中, 采用一次运行 10 步, 然后监视  $\max(F_{\text{cn,ij}})$  的

方法来实现。

## 3 算例

### 3.1 双节理

两个互相垂直而且相交的矩形节理面, 第一个节理面法向为  $x$  方向, 四个顶点坐标为  $(0,3,3)(0,-3,3)(0,-3,-3)(0,3,-3)$ ; 第二个节理面法向为  $z$  方向, 四个顶点坐标为  $(2,0,0)(-2,0,0)(-2,4,0)(2,4,0)$ 。两个节理面都没有完全被对方分割, 如果按照 AFM 法生成网格, 在交线端点处的网格质量不能保证。

采用平衡颗粒法生成的网格节点如图 2、3 所示。如图 3 所示, 通过该方法产生的颗粒分布较为均匀, 颗粒间的空隙不足以再容纳一个颗粒。如图 2 所示, 三个颜色表示原来的两个节理面被分成了 3 个不同的节理面, 粉色和绿色面(1 号面、2 号面)之间被紫色面(3 号面)挤出

了一道缝, 这就保证了粉色面和紫色面相交的位置的网格不会是畸形网格。每个节理面中的颗粒数分别为蓝色面 551, 粉色面 652, 青色面 600。

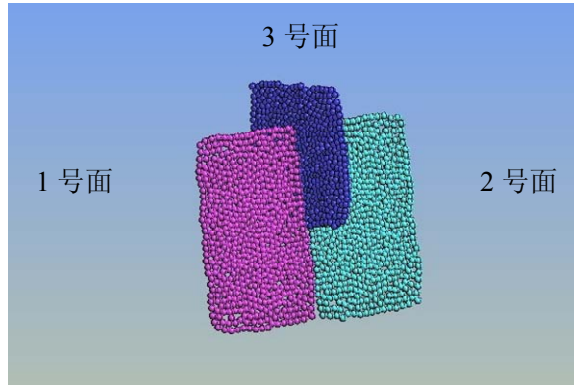


图2 两个节理面处理之后的整体视图  
Fig.2 A holistic view of the two joint faces after the procedure

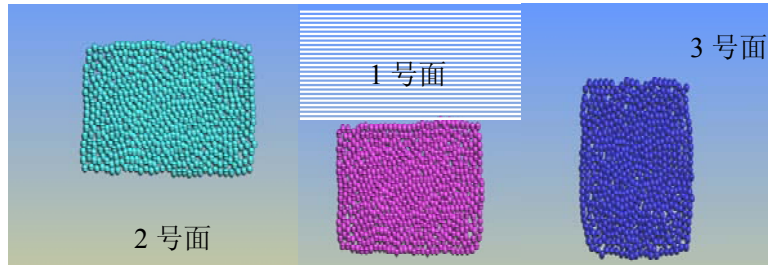


图3 三个面颗粒分布情况的独立特写图  
Fig.3 Separate view of the three joint faces

### 3.2 多节理

本算例模型区域范围为  $10\text{m} \times 10\text{m} \times 10\text{m}$ , 原点为  $(0,0,0)$ 。共有 3 组 128 个节理面, 每个节理面均呈圆盘状。输入程序的原始数据包括: 裂隙编号, 中心坐标, 半径, 倾向和倾角等, 且同一组节理面的倾向和倾角将在一定范围内随机。

如图 4 所示, 给出了模型的三维结构图, 每组节理系统由不同的颜色表示。由于程序通过空间多边形来描述节理面, 故本算例中采用正六边形来表示圆盘状节理。

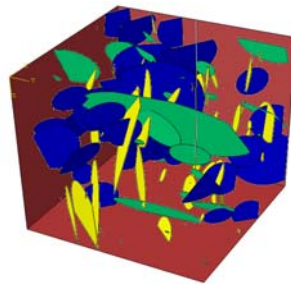


图4 未处理的节理面的三维结构图  
Fig.4 Structure of the multiple joint faces before the procedure

通过节理分割操作及边界截断操作后, 节理模型中将不可避免地出现若干极细小节理面, 考虑到这些节理面对地质体性质的影响与其他节理面相比可以忽略, 故在处理过程中删去了划分后边的长度小于 2 倍颗粒直径的面。

采用平衡颗粒法进行节理网格节点的均匀化布设, 计算完毕后的节理网格节点如图 5 所示。如图 5.3 所示, 在周围多个节理面上的颗粒影响下, 节理面上的颗粒仍然保持了节理面的

形态,两个节理面之间没有发现有穿透的现象。如图 5.1 和 5.4 所示,能观察到原本属于同一组的节理面仍然保持基本平行,并没有因为颗粒运动而使节理面的法向发生大的变化。如图 5.2 所示,由于程序使用空间多边形表述节理面,所以切割后会产生三角形节理面,与模型中的圆盘状节理面差别较大。

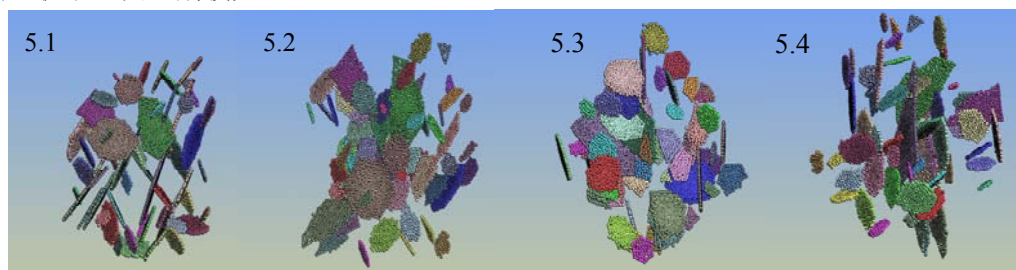


图 5 几个不同角度的处理后结果图  
Fig.5 Different views of the result

## 4 结论

平衡颗粒法的核心是在节理面内随机生成颗粒,进而通过颗粒离散元的计算获取高质量的节理网格节点。其中的关键是在计算中保持节理面的位置和法向基本不变,也就是牵引势函数和位移边界条件的引入。双节理和多节理的算例表明,该方法产生的节理网格节点排布均匀,在节理交线处无奇异节点,这为后续高质量节理网络的划分提供了基础。

平衡颗粒法的后续工作包括:基于平衡颗粒产生高质量的节理网格,计算过程中节理面中心和方向的调整对节理系统物理力学特性的影响,及节理分割操作中相交节理面的连通性问题处理等。

## 参考文献

- [1] 耿克勤, 吴永平. 拱坝和坝肩岩体的力学和渗流的耦合分析实例[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(2): 125-131.
- [2] 陶连金, 苏生瑞, 张倬元. 节理岩体边坡的动力稳定性分析[J]. 工程地质学报, 2001, 09(01).
- [3] 胡恩球, 张新访, 向文,等. 有限元网格生成方法发展综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1997, 9(4).
- [4] 宋晓晨, 徐卫亚. 裂隙岩体渗流模拟的三维离散裂隙网络数值模型( I ): 裂隙网络的随机生成[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(12): 2015-2020.
- [5] 庞作会, 邓建辉, 葛修润. 在节理网络图上全自动生成有限元网格[J]. 岩石力学与工程学报(1999)18 (2) : 197-200.
- [6] 朱冬林, 向彤, 葛修润. 基于约束 Delaunay 三角划分法在节理图上实现网格自动剖分[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(11): 1841-1846.
- [7] 李海枫, 张国新, 石根华,等. 流形切割及有限元网格覆盖下的三维流形单元生成[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(4).
- [8] 朱焕春, Richard B, Patrick A. 节理岩体数值计算方法及其应用(一): 方法与讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(20): 3444-3449.
- [9] Katalin B. An algorithm to generate random dense arrangements for discrete element simulations of granular assemblies[J]. Granular Matter, 2005, 7: 31-43.
- [10] Liu J F, Li S X, Chen Y Q. A fast and practical method to pack spheres for mesh generation[J]. Acta Mech Sin, 2008, 24: 439-447.

## Study of Grid Generation on Complex Joints Based on Particles Balance

Duan Wen-Jie<sup>1</sup> Li Shi-Hai<sup>2</sup> Feng Chun<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China

<sup>2</sup> Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

**Abstract:** The complex topological relations of the joint faces in Macro-geological body make it very difficult to mesh the joint faces. This difficulty prevents us from making further mechanical analysis of the geological body. This paper provides a method to mesh the joint faces using particles-particles balance method. This method divides the intersected joint faces at first, and then fills the joint faces with dense and little-embedded particles. After that, the contact force is calculated using superposition method. A traction force is also introduced into the calculation which aims at the center of the joint face. With Viscous damping, the time integration of the dynamic equations is used to achieve a balance of the contact force and the traction force. Two examples show that this method is correct. The mesh nodes generated by the particles balance method are arranged evenly and the mesh nodes at the intersect area of two joint faces don't produce singular grid.

**Key words:** joint, meshing, particles