



结构和系统动力学与控制专刊

双刚体航天器姿态运动规划的样条逼近方法

戈新生^{①*}, 郭正雄^②

① 北京信息科技大学机电工程学院, 北京 100192;

② 中国科学院力学研究所, 北京 100190

*联系人, E-mail: gebim@vip.sina.com

收稿日期: 2012-08-15; 接受日期: 2012-10-16

国家自然科学基金(批准号: 11072038, 11172047)和北京市自然科学基金重点项目(B类)(编号: KZ201110772039)资助

摘要 双刚体航天器系统在无外力矩作用时, 其姿态运动可通过连接双刚体航天器的关节铰进行控制, 这种关节铰可由球铰或万向节铰构成. 本文利用系统相对于总质心的动量矩守恒这一特性研究了双刚体航天器的三维姿态运动控制问题. 分别导出带球铰和万向节铰连接的双刚体航天器系统三维姿态运动控制模型, 并将系统的姿态运动控制问题转化为无漂移系统的运动规划问题. 利用最优控制和样条逼近方法, 在控制输入的样条逼近中引入粒子群算法, 提出基于样条逼近的最优运动规划数值算法. 运动规划的最优控制是光滑的, 且初值和终值均为零, 通过数值仿真, 表明该方法对带球铰和万向节铰连接的双刚体航天器三维姿态运动规划是有效的.

关键词 双刚体航天器, 姿态运动, 运动规划, 样条逼近, 粒子群算法

PACS: 45.40.-f, 45.20.dc, 45.10.-b, 02.60.Gf, 02.60.Pn

doi: 10.1360/132012-690

随着航天器结构的日趋复杂化, 简单的刚体或陀螺体模型已不能正确反映航天器的实际, 于是多刚体模型、带挠性体和带液体的复杂模型便应运而生, 并提出了许多新的理论研究课题. 双刚体航天器是一类特殊的多刚体航天器模型, 当航天器控制系统处于关闭状态时, 漂浮在空间的航天器系统是一个自由漂浮的无根多体系统. 连接双刚体航天器的关节铰运动时, 因存在动量和动量矩守恒, 双刚体的姿态随关节铰的运动而改变. 双刚体航天器姿态动力学与控制研究已引起国内外学者的广泛和深入的研究. Krishnaprasad^[1]最早研究了多刚体航天器姿态运

动问题, 并提出了研究该类问题的一般构架. Chen 和 Sreenath^[2]利用非完整约束特性研究了耦合双刚体的姿态控制问题. Kolmanovsky 等人^[3]对平面情况的多刚体航天器姿态追踪提出了一种反馈控制方法. Reyhanoglu 和 McClamroch^[4]研究了非零角动量情况下多刚体航天器的姿态运动规划问题. Sadegh^[5]应用神经网络技术研究了平面多刚体航天器的姿态控制问题. Fernandes 等人^[6]利用泛函分析中的 Ritz 近似理论, 对双刚体模型提出了最优控制的近似方法. 另外还有许多工作是将航天器作为主刚体, 其余刚体均作为主刚体的附件构成多体树系统, 如空间机械臂

引用格式: 戈新生, 郭正雄. 双刚体航天器姿态运动规划的样条逼近方法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 407-414
Ge X S, Guo Z X. Attitude motion planning of dual rigid bodies spacecraft using spline approximation (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 407-414, doi: 10.1360/132012-690

和带太阳帆板航天器等^[7]. 文献[8,9]利用最优控制的高斯-牛顿方法和遗传算法以及小波逼近方法, 讨论了航天器太阳帆板展开过程和双刚体航天器姿态运动规划的最优控制问题. Sun 等人^[10]利用粒子群算法以及傅里叶展开技术研究了双刚体航天器的姿态控制问题. 上述方法的主要不足是, 得到的控制输入在初始和终止时刻并不处于静止状态. 因此, 在实际应用时难以实现航天器的姿态运动控制. 本文针对带球铰和万向节铰双刚体航天器系统, 利用系统动量矩守恒条件, 导出双刚体航天器系统三维姿态运动控制模型, 基于该模型将系统的姿态运动控制问题转化为无漂移系统的运动规划问题, 利用最优控制技术和优化方法, 在最优控制中引入样条函数逼近, 最优控制的寻优过程由粒子群优化算法完成, 从而得到从零值开始、以零值结束的航天器关节铰控制输入规律, 并使航天器姿态运动达到期望姿态. 文末通过算例仿真, 验证了该方法在求解双刚体航天器姿态运动规划的有效性.

1 双刚体航天器模型

设双刚体航天器系统由刚体 C_1 和刚体 C_2 通过球铰或万向节铰连接组成(见图 1). 以空间 C_0 为原点建立惯性坐标系 Γ_0 , 分别在刚体 C_1 和 C_2 的质心 M_1 和 M_2 上建立主轴连体基 Γ_1 和 Γ_2 . 为叙述方便, 图 1 中各符号表示意义说明如下:

- r_0 —由 Γ_0 原点 C_0 到系统总质心 O 的矢量;
- r_1 —由 Γ_0 原点 C_0 到刚体 C_1 质心 M_1 的矢量;

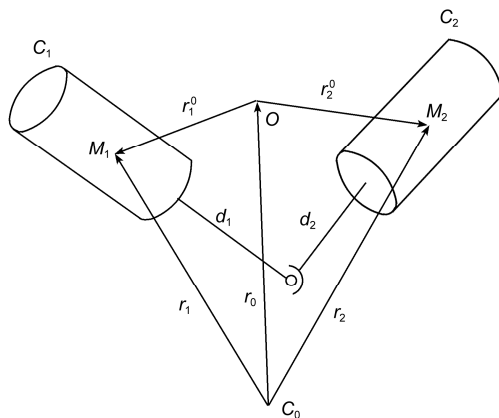


图 1 双刚体航天器模型

Figure 1 A simplified model of dual rigid bodies.

- r_2 —由 Γ_0 原点 C_0 到刚体 C_2 质心 M_2 的矢量;
- d_1 —基于 Γ_1 从球铰到刚体 C_1 质心 M_1 的矢量;
- d_2 —基于 Γ_2 从球铰到刚体 C_2 质心 M_2 的矢量;
- r_1^0 —基于 Γ_0 由系统总质心 O 到刚体 C_1 质心 M_1 的矢量;
- r_2^0 —基于 Γ_0 由系统总质心 O 到刚体 C_2 质心 M_2 的矢量.

R_1 — Γ_1 相对 Γ_0 坐标变换矩阵;

R_2 — Γ_2 相对 Γ_0 坐标变换矩阵.

忽略连接双刚体连杆的质量, 设刚体 C_1 和 C_2 的质量分别为 m_1 和 m_2 , 刚体 C_1 上任一点相对惯性坐标系 Γ_0 的矢量为 q_1 , 则刚体 C_1 的动能可写为

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_{C_1} \|\dot{q}_1(\rho_1)\|^2 d m_1. \quad (1)$$

式中 ρ_1 是刚体 C_1 任一点相对于连体基 Γ_1 的矢量. 考虑 $q_1 = r_1 + R_1 \rho_1$, 则式(1)可得

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2} \int_{C_1} \|\dot{r}_1\|^2 d m_1 + \frac{1}{2} \int_{C_1} \|\dot{R}_1 \rho_1\|^2 d m_1 \\ &= \frac{1}{2} m_1 \|\dot{r}_1\|^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\dot{R}_1 I_1 \dot{R}_1^T). \end{aligned} \quad (2)$$

式中“tr”表示对角线元素之和, 即方阵的迹, $I_1 = \int_{C_1} \rho_1 \rho_1^T d m_1$. 同理, 可以得到刚体 C_2 的动能表达式

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 \|\dot{r}_2\|^2 + \frac{1}{2} \text{tr}(\dot{R}_2 I_2 \dot{R}_2^T). \quad (3)$$

式中 $I_2 = \int_{C_2} \rho_2 \rho_2^T d m_2$. 双刚体航天器系统的动能表达式可写为

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 \|\dot{r}_1\|^2 + \frac{1}{2} m_2 \|\dot{r}_2\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \text{tr}(\dot{R}_1 I_1 \dot{R}_1^T) + \frac{1}{2} \text{tr}(\dot{R}_2 I_2 \dot{R}_2^T). \end{aligned} \quad (4)$$

根据系统质心运动定理, 有

$$m_1 r_1^0 + m_2 r_2^0 = 0. \quad (5)$$

由图 1 所示可写出以下几何关系式

$$\begin{aligned} r_1 &= r_0 + r_1^0, & r_2 &= r_0 + r_2^0, \\ r_2^0 &= r_1^0 + R_1 d_1 - R_2 d_2. \end{aligned} \quad (6)$$

将式(5)和(6)代入式(4), 并注意 $\dot{R}_i d_i = R_i \hat{\omega}_i d_i = -R_i \hat{d}_i \omega_i$, 这里“ \wedge ”符号表示三阶反对称方阵. 最后得到双刚体航天器系统总动能为

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \text{tr}[\omega_1^T (I_1 + \varepsilon \hat{d}_1^T \hat{d}_1) \omega_1] \\
 &+ \frac{1}{2} \text{tr}[\omega_2^T (I_2 + \varepsilon \hat{d}_2^T \hat{d}_2) \omega_2] \\
 &+ \frac{1}{2} \text{tr}(\omega_2^T \varepsilon \hat{d}_2^T R_2^T R_1 \hat{d}_1 \omega_1) \\
 &+ \frac{1}{2} \text{tr}(\omega_1^T \varepsilon \hat{d}_1^T R_1^T R_2 \hat{d}_2 \omega_2) + \frac{1}{2} m \|\dot{r}_0\|^2 \\
 &= \frac{1}{2} [\omega_1^T \quad \omega_2^T] \begin{bmatrix} J_1 & J_{12} \\ J_{12}^T & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} m \|\dot{r}_0\|^2. \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中 $J_i = I_i + \varepsilon \hat{d}_i^T \hat{d}_i$ ($i=1, 2$), $J_{12} = \varepsilon \hat{d}_1^T R_1^T R_2 \hat{d}_2$, $\varepsilon = m_1 m_2 / m$, $m = m_1 + m_2$.

仅考虑双刚体航天器的姿态运动, 忽略平动对转动的影响. 设系统无外力矩作用, 系统角动量守恒, 即系统的角动量 $\mu = \partial L / \partial \omega$, 这里 $L = T$ 为拉格朗日函数^[11]. 若初始角动量为零, 则角动量守恒必须保证角动量始终为零, 由此计算系统相对总质心 O 的角动量在惯性坐标系 Γ_0 的投影列阵, 导出

$$(R_1 J_1 + R_2 J_{12}^T) \omega_1 + (R_1 J_{12} + R_2 J_2) \omega_2 = 0. \quad (8)$$

设 R 为刚体 C_2 连体基 Γ_2 相对于刚体 C_1 连体基 Γ_1 的方向余弦矩阵, 刚体 C_2 连体基 Γ_2 相对于刚体 C_1 连体基 Γ_1 的角速度坐标方阵可用方向余弦矩阵表示为

$$\dot{\omega} = R^T \dot{R} - \dot{R}^T R. \quad (9)$$

根据式(9)和关系式 $R_2 = R_1 R$, 刚体 C_2 的角速度可以写为

$$\omega_2 = R^T \omega_1 + \omega. \quad (10)$$

将式(10)代入式(8), 得到

$$J_t R_1 \omega_1 = -(R_2 J_2 + R_1 J_{12}) \omega. \quad (11)$$

式中 $J_t = R_1 J_1 R_1^T + R_2 J_{12}^T R_2^T + R_2 J_{12}^T R_1^T + R_1 J_{12} R_2^T$ 定义为系统的广义惯量张量. 同理, 可以得到另一式

$$J_t R_2 \omega_2 = (R_1 J_1 + R_2 J_{12}^T) R \omega. \quad (12)$$

1.1 用球铰连接的双刚体

以球铰连接的双刚体具有6个自由度, 分别为刚体 C_1 相对惯性坐标系 Γ_0 的3个姿态角和刚体 C_2 相对于刚体 C_1 连体基 Γ_1 的3个姿态角. 引入 Rodrigues 参数, 用 Rodrigues 参数 $\alpha \in \mathfrak{R}^3$ 表示刚体 C_1 相对于惯性坐标系 Γ_0 的姿态角, 设 $\alpha_0 = 1 / (1 + \|\alpha\|^2)$, 则姿态矩阵 R_1 可表示为^[12]

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \\
 \alpha_0 &\begin{bmatrix} 1 + \alpha_1^2 - \alpha_2^2 - \alpha_3^2 & 2(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3) & 2(\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2) \\ 2(\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_3) & 1 - \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_3^2 & 2(\alpha_2 \alpha_3 - \alpha_1) \\ 2(\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2) & 2(\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1) & 1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \end{bmatrix}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

因此, 刚体 C_1 的角速度可以写为

$$\omega_1 = \frac{1}{1 + \|\alpha\|^2} \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_3 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & 1 & -\alpha_1 \\ -\alpha_2 & \alpha_1 & 1 \end{bmatrix} \dot{\alpha} = U(\alpha) \dot{\alpha}. \quad (14)$$

同理, 定义刚体 C_2 的 Rodrigues 参数为 $\beta \in \mathfrak{R}^3$, 有

$$\omega_2 = U(\beta) \dot{\beta}. \quad (15)$$

式中

$$U(\beta) = \frac{1}{1 + \|\beta\|^2} \begin{bmatrix} 1 & -\beta_3 & \beta_2 \\ \beta_3 & 1 & -\beta_1 \\ -\beta_2 & \beta_1 & 1 \end{bmatrix}.$$

令连接双刚体的球铰关节运动的相对角速度定义为关节控制输入, 由 $u = (u_1 u_2 u_3)^T$ 表示, 将式(14)和(15)分别代入式(11)和(12), 联立得到如下方程式:

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} J_t R_1 U(\alpha) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_t R_2 U(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -(R_2 J_2 + R_1 J_{12}) \\ (R_1 J_1 + R_2 J_{12}^T) R \end{bmatrix} u. \quad (16)
 \end{aligned}$$

定义双刚体相对于惯性坐标系 Γ_0 的姿态 $q = (\alpha \ \beta)^T \in \mathfrak{R}^6$ 为双刚体系统状态变量, 由于 $J_t R_1 U(\alpha)$ 和 $J_t R_2 U(\beta)$ 为非奇异阵, 则式(16)可以写成

$$\dot{q} = G(q) u. \quad (17)$$

式中 $q \in \mathfrak{R}^6$, $u \in \mathfrak{R}^3$, $G(q) = G_1(q)^{-1} G_2(q)$ 为系统状态矩阵, 其中

$$\begin{aligned}
 G_1(q) &= \begin{bmatrix} J_t R_1 U(\alpha) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_t R_2 U(\beta) \end{bmatrix}, \\
 G_2(q) &= \begin{bmatrix} -(R_2 J_2 + R_1 J_{12}) \\ (R_1 J_1 + R_2 J_{12}^T) R \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

1.2 用万向节铰连接的双刚体

由万向节联结的双刚体航天器系统有5个自由度, 即刚体 C_1 相对惯性坐标系 Γ_0 的3个姿态角以及刚体 C_2 相对刚体 C_1 连体基 Γ_1 的2个姿态角. 同理引入 Rodrigues 参数, 用 Rodrigues 参数 $\alpha \in \mathfrak{R}^3$ 表示刚体 C_1 相对于惯性坐标系 Γ_0 的姿态角, 刚体 C_1 的角速度可以写为

$$\boldsymbol{\omega}_1 = U(\boldsymbol{\alpha})\dot{\boldsymbol{\alpha}}. \quad (18)$$

刚体 C_2 连体基 Γ_2 相对于刚体 C_1 连体基 Γ_1 的方向余弦矩阵可表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & 0 & -\cos\theta_2 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

式中 θ_1, θ_2 为万向节主、从动轴转角. 根据式(19), 刚体 C_2 通过万向节联结相对刚体 C_1 的角速度可以表示为

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 \\ 0 \\ \sin\theta_2 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_2 = \mathbf{b}_1 u_1 + \mathbf{b}_2 u_2. \quad (20)$$

式中 \mathbf{b}_1 和 \mathbf{b}_2 为单位方向矢量, $u_1 = \dot{\theta}_1, u_2 = \dot{\theta}_2$. 将式(18)和式(20)代入式(11)并左乘以 \mathbf{R}_1^T 得到

$$\mathbf{J}_w U(\boldsymbol{\alpha})\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -(\mathbf{R}\mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_{12})(\mathbf{b}_1 u_1 + \mathbf{b}_2 u_2). \quad (21)$$

式中 $\mathbf{J}_w = (\mathbf{J}_1 + \mathbf{R}\mathbf{J}_2\mathbf{R}^T + \mathbf{R}\mathbf{J}_{12}^T + \mathbf{J}_{12}\mathbf{R}^T)$, $\mathbf{J}_{12} = \varepsilon \hat{\mathbf{d}}_1 \mathbf{R} \hat{\mathbf{d}}_2$.

定义系统状态变量为 $\mathbf{q} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \boldsymbol{\alpha}^T)^T \in \mathfrak{R}^5$, 取联结双刚体的万向节关节角速度为控制输入参数, 即 $\mathbf{u} = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2)^T \in \mathfrak{R}^2$. 则得以万向节联结的双刚体航天器控制方程

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}_2(\mathbf{q})\mathbf{u}. \quad (22)$$

式中

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_w U(\boldsymbol{\alpha}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_2(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -(\mathbf{R}\mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_{12})\mathbf{b}_1 & -(\mathbf{R}\mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_{12})\mathbf{b}_2 \end{bmatrix}.$$

同理, 因 $\mathbf{G}_1(\mathbf{q}) \in \mathfrak{R}^{5 \times 5}$ 为非奇异阵, 则式(22)可以写为式(17)形式.

2 基于样条逼近的最优控制方法

方程(17)可以视作为双刚体航天器姿态运动的控制系统, 该系统为无漂移的, 即当控制量设为零时, 系统的状态不发生漂移. 由可控性秩条件(Chow 定理)^[13]可知, 控制系统(17)存在一个满秩可控性李代数, 原则上可以解决系统姿态运动规划问题. 然而, Chow 定理并没有给出生成系统初始状态 \mathbf{q}_0 和末端状

态 \mathbf{q}_f 的轨迹的具体方法.

设控制系统(17)存在优化解 $\mathbf{u}^* \in L^2([0, T])$, 其中 $L^2([0, T])$ 是由定义在区间 $[0, T]$ 内的可测向量函数 $\mathbf{u}(t)$ 构成的 Hilbert 空间. 根据最小能量控制原理, 选择双刚体关节铰耗散能为最小值作为最优控制指标, 目标函数为

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^T \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle dt. \quad (23)$$

式中 $\mathbf{u}(t)$ 为 Hilbert 空间 L_2 的可测向量函数. 在实际计算时, 常用有限维的子空间代替. 设在子空间里给定 N 个有序节点 $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_N = T$, 在每个区间取三次样条函数 $s(t_i)$, 对区间结点处有 $s(t_i) = u_i (i=1, 2, \dots, N-1)$, 其中 u_i 为控制输入在区间结点处的相应分量, 在 $[0, T]$ 区间内构成控制输入向量 $\boldsymbol{\lambda} = [u_0, u_1, \dots, u_N]^T$, 采用自然三次样条技术可以得到^[14]

$$\mathbf{u}(t) = s(\boldsymbol{\lambda}, t), \quad t \in [0, T]. \quad (24)$$

将式(24)代入式(23)即可得到目标函数值. 将控制输入向量 $\boldsymbol{\lambda}$ 视作新的控制变量, 引入罚函数方法, 目标函数(23)可写为

$$J(\boldsymbol{\lambda}, \gamma) = \int_0^T [s(\boldsymbol{\lambda}, t)]^2 + \gamma \|f(\boldsymbol{\lambda}) - \mathbf{q}_f\|^2. \quad (25)$$

其中 $\gamma > 0$ 为罚因子. $f(\boldsymbol{\lambda})$ 为方程(17)由控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 给定在 $t=T$ 时的解. 因此寻找控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 使式(23)取极小值问题转化为寻找 $\boldsymbol{\lambda}$ 使目标函数(25)为极小值问题.

3 粒子群优化算法

粒子群优化算法模拟鸟类的捕食行为, 每个优化问题的解都是搜索空间的一只鸟, 称为“粒子”. 所有的粒子都有一个适应度值(Fitness Value), 该值由被优化的函数决定, 每个粒子还有一个速度决定它们飞翔的方向和距离. 粒子群初始化为解空间的一组随机值, 然后粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索. 在每一次迭代中粒子通过跟踪两个最优值来更新自己. 一个是粒子本身到目前为止所找到的局部极值 P_i ; 另一个是整个粒子群到目前为止所找到的全局极值 P_g . 每一个粒子根据下面的规律更新自己的速度和位置^[15]:

$$V_i = w \times V_i + c_1 \times \text{rand}(1) \times (P_i - X_i) + c_2 \times \text{rand}(1) \times (P_g - X_i), \quad (26)$$

$$X_i = X_i + V_i.$$

其中 X_i 和 V_i 是第 i 个粒子的位置与速度向量, $0 < w < 1$ 是惯性因子, c_1 和 c_2 是加速度因子, $\text{rand}(1)$ 是 $[0, 1]$ 区间均匀分布的随机数. 采用粒子群优化算法求解无约束优化问题式(25), 具体算法如下:

```

开始
  种群、罚因子  $\gamma$  初始化
   $d$  从 1 到  $N_\gamma$  循环
    循环(while 末端误差  $> \epsilon$ )
       $i$  从 1 到  $N$  循环
        计算适应度  $= F(X_i)$ , 调整  $P_i$  和  $P_g$ 
        使用式(26)计算  $V_i$  和  $X_i$ 
        增加  $i$ 
      while 循环结束
         $\gamma = c\gamma$ 
        增加  $d$ 
  结束
  
```

算法中 N_γ 为罚因子变化次数, N 为粒子群个数, $c > 1$ 是放大因子, 算法中 X_i 与式(25)中的控制输入向量 λ 的分量相对应. 该算法中罚因子 γ 逐步增大, 经过有限次的迭代和粒子群的不断进化, 比较得到在区间 $[0, T]$ 各结点处相应的最优一组控制输入分量, 从而确定系统的最优控制输入.

4 仿真算例

针对带球铰和万向节铰的双刚体航天器, 求解其姿态运动规划问题, 即给双刚体航天器系统初始位形 q_0 和末端位形 q_f , 寻找控制输入 $u(t)$, $t \in [0, T]$ 在目标函数最小的情况下, 使系统在给定时间 T , 从初始位形 q_0 到达末端位形 q_f .

设双刚体航天器系统的质量几何参数分别为: $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $d_1 = [0 \ 0 \ 0]$, $d_2 = [0 \ 0 \ 0]$,

$$I_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

粒子群优化算法参数分别取值为: 粒子个数 $N = 30$, 粒子维数 $D = 12$ 或 8 (球铰和万向节铰), 惯性因子 $w = 0.729$, 加速因子 $c_1 = c_2 = 1.494$, 最大迭代数 $M = 500$, 航天器完成规定运动时间设为 $T = 6 \text{ s}$, 时间节点个数 $n = 4$.

算例 1 球铰联结的双刚体航天器

根据 Rodrigues 参数给定的双刚体航天器初始和

末端位形(见图 2)为

$$q_0 = \begin{bmatrix} -0.298446 & 0.546302 & 0.546302 \\ 1 & -0.546302 & -1.836349 \end{bmatrix}^T.$$

$$q_f = \begin{bmatrix} -5.50899 & -3.00959 & -1.83049 \\ 1.64414 & -3.00957 & 0.546302 \end{bmatrix}^T.$$

仿真实验结果如图 3-5 所示, 其中图 3 和图 4 为双刚体航天器从 q_0 到 q_f 姿态运动的优化轨线, 其

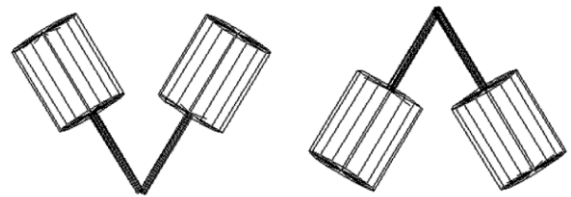


图 2 双刚体初始和终端位形

Figure 2 The initial and terminal configuration of dual rigid bodies.

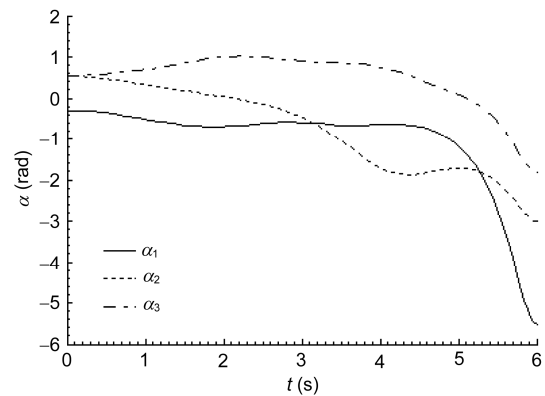


图 3 刚体 C_1 姿态运动优化轨迹

Figure 3 The optimal trajectory of body C_1 .

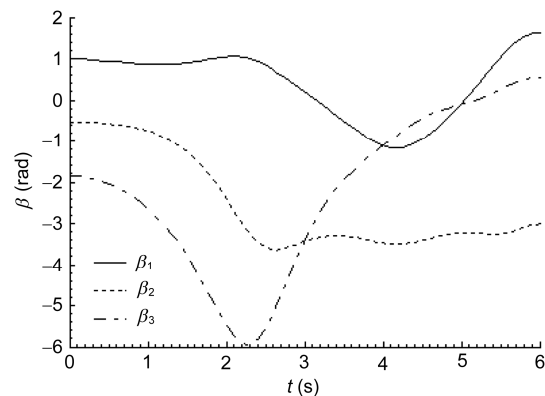


图 4 刚体 C_2 姿态运动优化轨迹

Figure 4 The optimal trajectory of body C_2 .

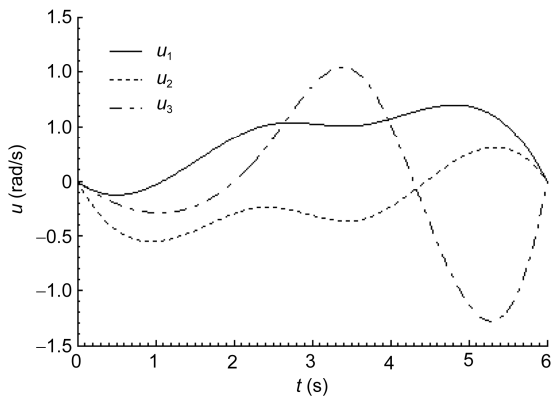


图 5 球铰的最优控制输入规律

Figure 5 The optimal control input of the spherical joint .

中图 3 表示刚体 C_1 的姿态变化, 图 4 表示刚体 C_2 的姿态变化; 图 5 为球铰关节最优控制输入规律. 从图 3 和图 4 可以看出基于样条逼近的粒子群算法可以实现球铰连接双刚体航天器的姿态运动规划, 并且获得初值和终值均为零的最优控制输入规律. 运动规划目标函数最优值为 $J=6.2374$.

算例 2 万向节连接的双刚体航天器

设万向节连接的双刚体航天器的初始和末端状态分别为

$$q_0 = [-1.14159 \ 0.0 \ 0.0985 \ 0.3239 \ 0.6658]^T,$$

$$q_f = [-1.14159 \ 0.0 \ -0.0985 \ -0.0985 \ -0.6658]^T.$$

仿真结果如图 6-8 所示. 其中图 6 为刚体 C_1 姿态运动轨迹; 图 7 为刚体 C_2 姿态运动轨迹; 图 8 为万向节铰关节的最优控制输入规律.

由图 6-8 可以看到基于样条逼近的粒子群算

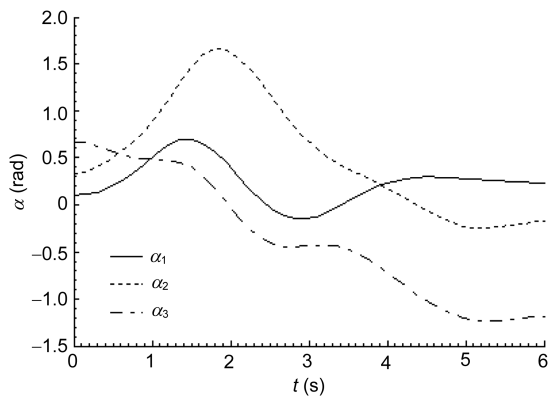


图 6 刚体 C_1 姿态运动优化轨迹

Figure 6 The optimal trajectory of body C_1 .

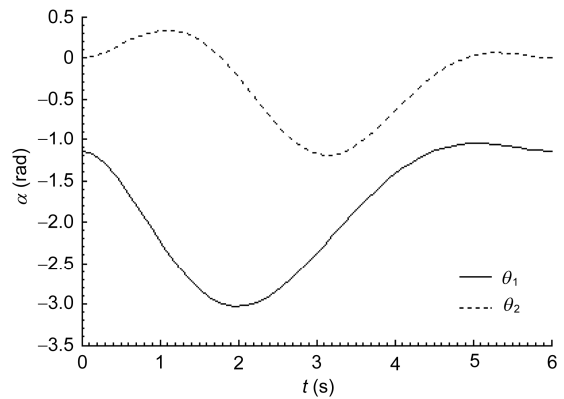


图 7 万向节铰的运动优化轨迹

Figure 7 The optimal trajectory of the universal joint.

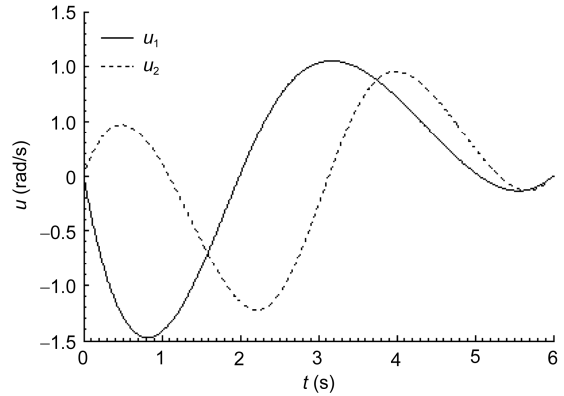


图 8 万向节铰的最优控制输入规律

Figure 8 The optimal control input of the universal joint.

法同样可以实现万向节连接双刚体航天器的姿态运动规划, 即在 6 s 时均完成运动规划要求, 达到预先设定的目标位形, 并且其最优控制输入的初值和终值均为零. 目标函数最优值为 $J=5.2913$.

5 结论

本文针对以球铰和万向节铰连接的双刚体航天器系统模型, 利用样条逼近理论, 将其引入最优控制中, 提出一种多体系统姿态运动规划的数值方法. 在控制输入中利用粒子群优化方法, 用以确定球铰和万向节铰连接的双刚体航天器系统的控制输入和运动轨迹. 通过本文分析和数值仿真结果表明: (1) 双刚体航天器系统姿态运动的非线性控制问题可以转化为无漂移系统的运动规划问题; (2) 基于样条逼近的优化控制能有效求解双刚体航天器系统姿态运动

规划问题; (3) 使用粒子群算法对样条逼近优化可以较快达到精度要求和指标函数得到进一步优化; (4) 样条逼近的运动规划最优控制曲线是光滑的, 且初值和终值均为零; (5) 同时也表明航天器系统在无外力矩作用下, 利用其关节铰的运动完全可以调节双

刚体航天器的姿态运动. 在运动规划中利用样条逼近控制输入是一种新方法的尝试. 尽管本文工作是针对双刚体航天器模型的姿态运动规划问题, 但提出基于样条逼近的系统运动规划数值方法也为其他优化控制研究提供了一种新的思路.

参考文献

- 1 Krishnaprasad P S. Geometric phases and optimal reconfiguration for multibody systems. In: the Proceedings of the American Control Conference. San Diego: A AC Council, 1990. 2440–2444
- 2 Chen C K, Sreenath N. Control of coupled spatial multibody systems with nonholonomic constraints. In: the Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control. San Antonio: IEEE Press, 1993. 949–954
- 3 Kolmanovsky I, McClamroch N H, Coppola V T. New results on control of multibody systems which conserve angular momentum. *J Dyn Control Syst*, 1995, 1(4): 447–462
- 4 Reyhanoglu M, McClamroch N H. Planar reorientation maneuvers of space multibody systems using internal controls. *J Guid Control Dyn*, 1992, 15(6): 1475–1480
- 5 Sadegh N. A nodal link perception network with applications to control of a free-flying robot. In: the Proceedings of the American Control Conference. San Diego: A AC Council, 1993. 362–366
- 6 Fernandes C, Gurfvits L, Li Z. Near-optimal nonholonomic motion planning for a system of coupled rigid bodies. *IEEE Trans Autom Control*, 1994, 39(3): 450–463
- 7 Coverstone-Carroll V L, Wilkey N M. Optimal control of a satellite-robot system using direct collocation with non-linear programming. *Acta Astronaut*, 1995, 36(3): 149–162
- 8 Ge X S, Liu Y Z. Optimal control of stretching process of solar wings on spacecraft (in Chinese). *Chin J Space Sci*, 1997, 17(4): 360–366 [戈新生, 刘延柱. 航天器太阳帆板展开过程的最优控制. *空间科学学报*, 1997, 17(4): 360–366]
- 9 Ge X S, Chen L Q, Lv J. Nonholonomic motion planning of a space manipulator system using genetic algorithm (in Chinese). *J Astronaut*, 2005, 26(3): 163–168 [戈新生, 陈立群, 吕杰. 空间机械臂的非完整运动规划遗传算法研究. *宇航学报*, 2005, 26(3): 163–168]
- 10 Sun P W, Ge X S, Wang Q. Optimal control of nonholonomic motion planning for a system of coupled rigid bodies using particle swarm optimization. *Dyn Contin Discrete Impul Syst-B*, 2007, 14(S5): 233–238
- 11 Fenandes C, Gurfvits L, Li Z. Attitude control of a space platform/manipulator system using internal motion. *Int J Robot Res*, 1994, 13(4): 289–304
- 12 Shabana A A. *Dynamics of Multibody System*. New York: John Wiley & Sons, 1989
- 13 Isidori A. *Nonlinear Control Systems*. 2nd ed. London: Springer-Verlag, 1989
- 14 Burden R L, Faires J D. *Numerical analysis*. 7th ed. Beijing: Higher Education Press and Thomson Learning, 2001
- 15 Eberhart R C, Shi Y. Guest editorial special issue on particle swarm optimization. *IEEE Trans on Evol Comput*, 2004, 8(3): 201–203

Attitude motion planning of dual rigid bodies spacecraft using spline approximation

GE XinSheng^{1*} & GUO ZhengXiong²

¹ College of Mechanical & Electrical Engineering, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China;

² Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

In the torque-free case, the attitude motion of a spacecraft with dual rigid bodies can be controlled by a hinge joint, which is formed by spherical or universal joint. Based on the conservation of angular momentum, the spacecraft with dual rigid bodies and problem of 3-dimensional attitude motion control are studied. The 3-dimensional attitude control model is given in this paper and the problem of attitude motion control is transformed into the motion planning problem of system without drift. Using optimal control and spline approximation, the particle swarm algorithm is introduced into the control inputs and the numerical algorithm for optimal motion planning is proposed. The optimal control of motion planning is smooth and the initial and final values are zero. The simulation shows that this method is effective for the 3-dimensional attitude motion planning of spacecraft with dual rigid bodies.

dual rigid bodies spacecraft, attitude motion, motion planning, spline approximation, particle swarm optimization

PACS: 45.40.-f, 45.20.dc, 45.10.-b, 02.60.Gf, 02.60.Pn

doi: 10.1360/132012-690