

大 We 数浅垫层击溅过程中击溅形态及其演化机理的数值研究¹⁾

杨世豪, 安翼²⁾, 刘青泉

(中国科学院力学研究所流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘要: 研究大 We 数、浅垫层条件下液滴击溅形态的特征、规律及其演化机理不仅有理论价值, 也可在工业和自然流动问题中有所应用。本文使用 SPH 方法对该问题进行数值模拟, 讨论了皇冠形成及演化的驱动因素, 探索了垫层中压力波的传播特点。研究表明: 1. 大 We 数条件下表面张力在某一时刻后才会显著影响击溅的宏观形态, 在此之前皇冠的宏观运动由惯性力主导; 2. 击溅初期垫层内会出现拉、压相间的压力波, 间隔长度并不均等, 这与液滴撞击过程中形态变化有关, 压力波波包可以由简单波的叠加来近似; 3. 击溅过程中初期的飞出物主要以原垫层物质为主, 液滴物质依靠惯性驱动飞出物, 粘性在其中起到一定作用。

关键词: 液滴击溅, SPH, 皇冠, 飞溅, 压力波

引言

液滴冲击问题(drop impact problems)广泛存在于自然现象和工业生产中, 如雨滴溅蚀、燃油雾化、喷墨打印、飞机结冰等等。对液滴冲击问题的力学机制进行深入研究有助于深化对相关过程的认识, 有着重要的科学意义, 同时对解决环境工程、化工医药、航海航空等领域中涉及到的相关工程问题也有着十分重要的应用价值。

根据壁面对冲击过程的影响不同, 液滴冲击问题通常分为浅垫层和深垫层两大类, 其中浅垫层击溅涉及较多因素, 呈现出很多较复杂的现象。浅垫层冲击中的一类典型现象就是皇冠状射流(splash crown), 以及皇冠尖端二次液滴的飞溅。Levin和Hobbs(1971)^[1]的单液滴浅垫层实验观察到了此现象, 获得了皇冠运动的实验数据。Stow和Hadfield(1981)^[2]通过实验研究了出现皇冠射流时的临界值, 他们半经验地提出了判别临界值很可能与无量纲数 $Re^{0.31} We^{0.69}$ 有关。后来, Mundo等(1995)^[3], Yarin(1995)^[4], Weiss和Yarin(1999)^[5], Cossali(1997)^[6]等分别从分析和实验的角度说明了组合无量纲数 $K=We Oh^{0.4}=(Re We^2)^{0.4}$ 在控制飞溅现象的重要性。Rioboo(2003)^[7]将前人的实验数据总结起来, 发现浅垫层冲击中随着K的增大, 会依次出现沉积(deposition), 铺展(spread)和飞溅(splash)现象。应该说, 目前对于液滴冲击问题的基本形态及其分区和分类已经有了较为确定的认知, 但对于其中每个形态特征的定量研究以及其与影响因素之间的规律性问题还有待深入, 同时也需要对于这些问题背后的机理进行探讨。本文即对大Weber数条件下浅垫层击溅的击溅形态演化及其机理进行定量研究。

在大We数、浅垫层条件下通常会产生皇冠状的击溅形态。针对皇冠形状的演化过程, Yarin(1995)^[4]提出了一个准一维不可压模型来描述, 他通过液滴串的浅层冲击实验, 提出皇冠现象可理解为一种运动学间断, 一种“不可压缩情形中的激波”; 他通过表面自由流的一维圣维南方程, 只考虑惯性力, 求得通解并通过量纲分析, 给出了皇冠运动理论解:

$$\frac{r_c}{D} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{V^{\frac{1}{2}}}{D^{\frac{1}{4}} h^{\frac{1}{4}}} (t - t_0)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

其中 r_c 为皇冠半径, V 是液滴冲击速度, h 是垫层厚度, D 是液滴直径, t_0 是平移时间(shift time)。Yarin 公式一般都超出实验数据约 15%, Yarin 指出这可能是因为未计冲击粘性的损失。后来, Trujillo 和 Lee(2001)^[8](下文简称 TL)根据雷诺输运方程, 将皇冠视为等壁厚的空心圆柱, 两侧水深均匀, 比 Yarin 模型多考虑了皇冠的动量变化、粘性项以及垫层厚度的影响, 提出了一维有粘模型, 得到了一组较为复杂的非线性偏

1) 基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(11202216), 国家自然科学基金重点项目(10932012)

2) E-mail: anyi@imech.ac.cn

微分方程组，可以通过综合求解皇冠内、外部流动及皇冠动量来求出皇冠间断位置，他们得到的皇冠底部大小随时间发展的曲线较 Yarin 模型的预测结果略低。而 Cossali(2004)^[9]则通过大量水滴实验拟合得出经验公式：

$$D_c/D = C(t-t_0)^n \quad (2)$$

其中 D_c 为皇冠半径，其余变量与式 (1) 相同， C 和 n 为经验系数， C 对击溅速度 V 有弱依赖，而不依赖无量纲垫层厚度 H ； n 对垫层厚度和冲击速度变化不敏感，实验条件下得到水的 $n=0.43 \pm 0.03$ 。Roisman(2002)^[10]系统地研究了皇冠形态，他通过分析得出皇冠内速度分布、壁厚、与水平面夹角等，表明表面张力对许多皇冠形态细节有重要作用；Cossali(2004)^[9]通过实验得出皇冠高度与 We 数有关，而其径向尺寸的增长速度和以及厚与 We 数无关。可以看出，对于皇冠径向尺寸的研究是讨论击溅形态的关键，但目前结果与实验还有一定的偏差，这些偏差的规律及其机理还有待深入探讨。

很多研究者将这些偏差归于粘性的影响。Roisman(2002)^[10]将靠近皇冠部分的流动近似为斯托克斯第一问题，从而估计出一般实验时间尺度下，粘性对皇冠形态及运动无影响，但应当指出其研究未考虑皇冠射流运动及内流的影响，而后者则是皇冠演化的主要驱动力，因而其估计值得商榷。Trujillo 和 Lee(2001)^[8]的建立了一个较复杂的方程组来考虑粘性的影响，可以通过数值方法求解内流区外流区流动，但其所讨论的粘性范围较小($Re=800\sim 3500$)。同时，虽然许多研究者在常见实验条件下，发现粘性对皇冠底部大小的变化无显著影响(Yarin, 1995^[4], 1999^[5], 2006^[11], Thoroddsen, 2005^[12]等)，然而由于实验物质的限制，在高粘度的条件下皇冠运动的特征还未有明确的实验数据。深入认识这些问题均需要对液滴击溅过程及其机理进行细致的定量研究，因此本文将借助数值手段对皇冠形态的演化进行定量模拟研究，同时讨论较大粘性范围内粘性对皇冠形态演化的影响。

同时应当注意的是，早期的研究以观察低速击溅的宏观现象为主，相应过程的时间尺度较大，声速以及压力波的影响常常可以忽略，然而随着实验技术的进步、计算方法的发展，人们能测量更高冲击速度、更小时间尺度下的流动特征，进而讨论其中的力学机制。在这些条件下所关注击溅过程的时间尺度通常与压力波的传播在同一量级，因而探讨击溅过程中的压力波演化形态对于讨论击溅机理有着重要的价值，因此本文将着重讨论击溅外区的压力波传播特征。

1 数值方法及验证

1.1 SPH 方法简介

SPH 方法(Smoothed Particle Hydrodynamics)自从 1994 年首次被 Monaghan^[13]应用于模拟有自由表面的两相流问题，至今发展日趋成熟，得到越来越多的应用。该方法是一种基于 Lagrange 描述的无网格粒子方法，它的核心思想是将连续场的信息通过核函数作权离散到一系列粒子上，这些粒子包含着各自的材料属性，如密度、压力、速度等，而且按照守恒控制方程的规律运动。SPH 离散的 N-S 方程有如下的形式：

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \bar{V}_{ij} \nabla_i W_{ij} \quad (3)$$

$$\frac{d\bar{V}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W_{ij} + \sum_j m_j \left(\frac{4\nu \bar{r}_{ij} \nabla_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j) r_{ij}^2} \right) \bar{V}_{ij} + \bar{g} \quad (4)$$

当前的 SPH 方法通常使用人工压缩算法处理不可压问题，因此需要状态方程描述压力和密度之间的关系，较常用的是 Tait 状态方程，其中会涉及流体的声速。SPH 方法还有很多优化和修正，限于篇幅不再赘述。详细 SPH 方法理论可见相关专著及文献^[14]。

本文使用的 SPH 代码是在开源代码 SPHysics 基础上修改得到的，限于计算条件，模拟均采用平面二维来近似，使用了三次样条核函数，使用预测校正时间演进算法，每个例子使用约 22,000 个粒子。数值模拟根据 Levin 和 Hobbs(1971)^[1]的实验条件为参照基准算例，具体参数为：常温水介质，液滴冲击速度 $V=4.8\text{m/s}$ ，液滴直径 $D=2.9\text{mm}$ ，垫层水深 $h=0.5\text{mm}$ 。

1.2 数值方法的验证

我们通过模拟 Levin 和 Hobbs(1971)^[1]进行的单滴击溅实验来检验数值方法。依据实验，本文以皇冠底部直径为参比量，绘制其随时间演化的曲线图，如图 1 所示。图 1 比较了模拟结果与 LH 的实验数据及 Yarin(1995)^[4]的准一维无粘模型的理论解，从图中可以看出整体上模拟结果与实验数据吻合良好，趋势与解析解相同并优于解析解，在 $T>3.4$ 后模拟结果与实验数据发生偏离（实验数据在此处有拐点）。与 Cossali(1997)^[6]实验数据的比较也发现类似的现象，即模拟结果在初始阶段同样与实验数据吻合很好，在实验数据出现拐点后出现偏离。由以上比较可见 SPH 模拟结果与实验数据吻合较好，趋势与解析解相同，声速不同对皇冠运动无显著影响；在一定时刻后模拟结果与解析解一样偏离出现拐点的实验数据，我们认为这可能是由于未考虑表面张力而引起的。

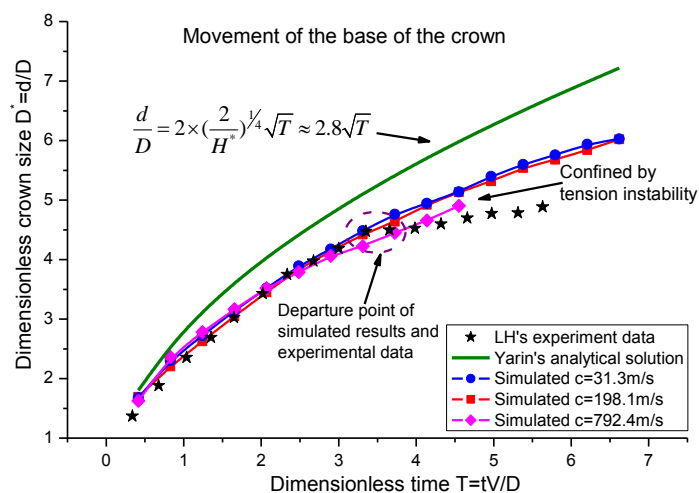


图 1 无量纲的皇冠形态演化

(基于 Levin & Hobbs 的实验，图中 c 为计算中设定的声速)

Fig.1 Dimensionless evolution of the crown shape

(based on Levin & Hobbs's experiments, c in figure means the sound speed in calculation)

2 击溅形态与皇冠形态的演化

2.1 击溅形态演化

前人对于皇冠形态的研究主要集中在其速度分布、壁厚、高度、与水平面夹角等方面 (Roisman, 2002^[10], Cossali, 2004^[9]等)，本文将利用 SPH 方法的拉格朗日特性，观察皇冠形态的演化过程，讨论驱动飞溅形态演化的驱动因素。我们将不同垫层厚度的及液滴粒子进行编号，在图中用不同颜色表示以示区别。

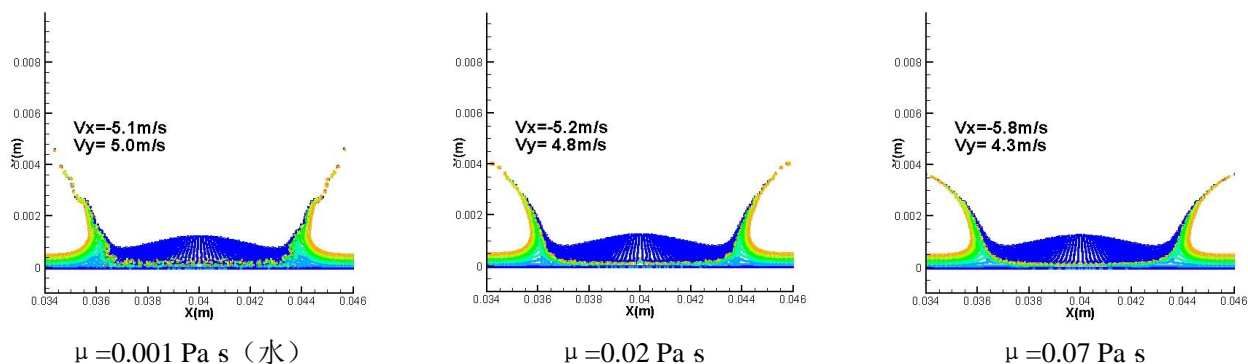


图 2 粘性对皇冠形态及物质掺混的作用， $t=0.75\text{ms}$

Fig.2 Effect of viscosity on the crown shape and the mixing processes, $t=0.75\text{ms}$

模拟发现初期的皇冠射流主要由原垫层物质组成，惯性力在其中起到了重要作用。之后，随着液滴的进一步挤压，变形，垫层物质和一部分液滴物质从液滴颈部飞出，形成最初的射流。图 2 表明了粘性在射流形成初期的作用，在水这类低粘情形中，粘性作用不明显，射流的动力主要是液滴冲击的惯性力；而粘

性较高的情形下，液滴在变形过程中还对垫层物质有明显的剪切作用，这可能会增加射流的水平速度。粘性剪切影响的厚度可由 $(\nu t)^{1/2}$ 估计，取 70 倍水粘性计算，约为 0.1mm，而图 2 物质线所示的尺度与之在同一量级，所以此时粘性的作用是不可忽略的。从图中还可以看出，皇冠壁主要由垫层物质组成，液滴的冲击驱动着垫层物质发生射流、飞溅，形成皇冠。粘性在维持皇冠形态中的作用，低粘情形使液滴及垫层物质掺混得更厉害，这种情况下，皇冠更容易破碎。

2.2 皇冠形态演化与粘性的关系

Yarin(1995)^[4]提出了准一维无粘模型后，Trujillo 和 Lee(2001)^[8]提出了有粘模型(后文统一简称为 TL 模型)来估计粘性对皇冠运动的影响。他们提出的模型以复杂的非线性偏微分方程组表达，计算结果与 Yarin 模型很接近，所以似乎“暗示了皇冠形成和传播受液体惯性力支配”(Yarin, 2006^[11])。许多研究者们也都倾向于认为在常见实验条件下粘性对皇冠形态的演化无显著影响(Yarin, 1995^[4], 1999^[5], 2006^[11], Trujillo 和 Lee, 2001^[8], Roisman, 2002^[10], Thoroddsen, 2005^[12]等)。但所依据的数据仅在较小的粘性范围内，本文将通过数值模拟讨论较大粘性范围内粘性的影响。

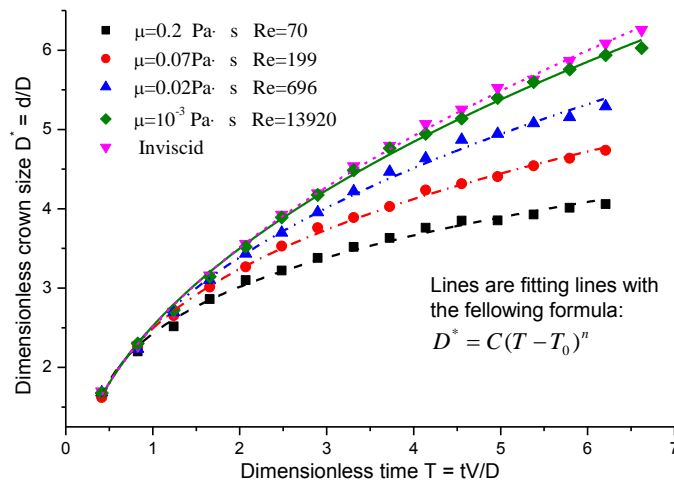


图 3 粘性对皇冠运动影响的模拟数据及拟合曲线

Fig.3 Simulated data and fitting curves on the movement of the crown with different viscosity

如图 3 所示，粘性对皇冠运动有阻碍作用，高粘性条件下粘性的影响十分显著。用 Cossali(2004)^[9]的经验公式（即公式 2）对模拟数据进行了拟合，得到曲线和数据如图 3，图 4，及表 1 所示。Cossali 通过大量水滴实验建立了经验公式，并指出了系数 C 对击溅速度 V 有弱依赖，而不依赖无量纲垫层厚度 H ，他总结得到水的 $n=0.43 \pm 0.03$ ，但是没有指出 n 的物理意义。

表 1 粘性对皇冠运动影响拟合参数

Table 1 Fitting parameters of the effect on the movement of the crown by viscosity

$\mu(\text{Pa s})$	0	0.001	0.02	0.07	0.2
C	2.49±0.06	2.55±0.06	2.64±0.07	2.69±0.04	2.62±0.04
T_0	-0.02±0.05	0.03±0.05	0.12±0.06	0.22±0.03	0.26±0.03
n	0.49±0.01	0.46±0.01	0.40±0.02	0.32±0.01	0.25±0.01
残差平方和	0.002	0.003	0.005	0.002	0.003
拟合相关度	0.999	0.999	0.996	0.998	0.994

由表 1 可见： C 对粘性不敏感； T_0 表示了皇冠出现的滞后时间，粘性很可能会将皇冠出现的时间推后；

结合图 4 可见，粘性与 n 有很强的影响；在低粘部分，微小的粘性变化会对皇冠运动产生极大影响；相比之下，在高粘部分，粘性需要改变很大才会对皇冠运动产生可观的影响。

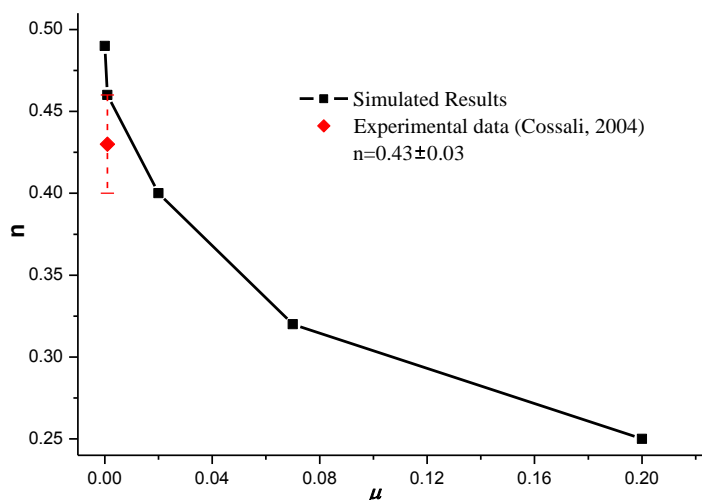


图 4 皇冠运动经验公式指数 n 与液体粘性的关系
Fig.4 Relationship between viscosity and the empirical coefficient n

3 压力波的特点

如果以皇冠处为界将整个流场分为内流区和外流区，则可以看出压力波产生于内流区，传播于外流区。图 5 显示了压力的二维分布以及垂向平均压力的分布，从图中可以看出压力波呈现正负相间的分布，各段之间波长不均：同一时刻，越到远端波长越短，幅值越小。

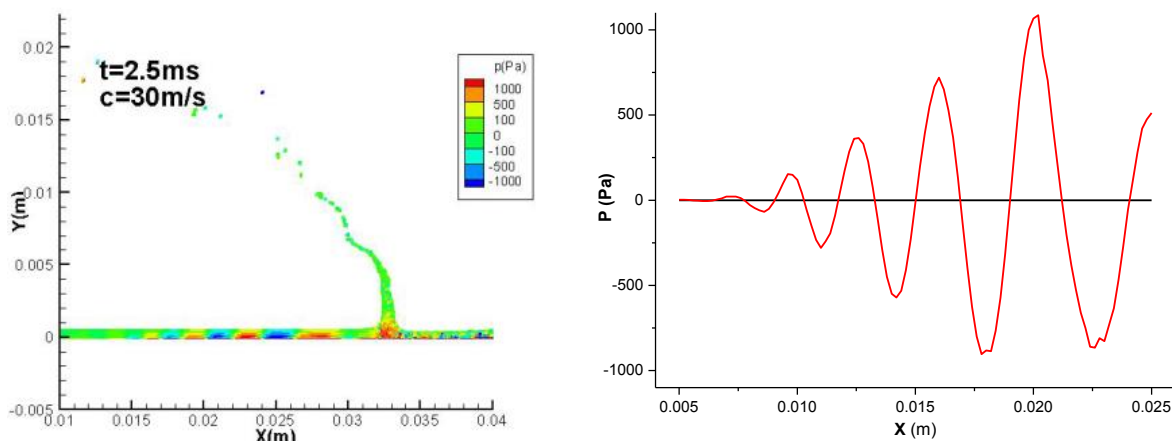


图 5 外流区压力波分布图， $t=2.5ms$
(压力波正负相间，波长分布不均)

Fig.5 Pressure wave in outer flow zone, $t=2.5ms$
(notice the periodical distribution and the wave length of the pressure wave)

图 6 左图显示了一个固定坐标点处压力随时间的演化曲线，右图是对其进行的 FFT 处理。从图中可以看出其频率约在 10.5kHz，又从图 14 可得到平均波长为约 3.4mm，我们可以计算出其平均波速约为 $V_w = \lambda f \approx 34m/s$ ，这与我们设置的声速 31.3m/s 很相近。

做出声速 198.1m/s 时不同坐标处的波形分布如图 7。同样的频谱分析可以找出其频率约为 60kHz。前文声速 30m/s 时频率约为 10kHz，可以看出频率与声速似乎有比例关系。另外，从图 7 可以观察到压力波包络线的现象。通过对比控制方程与气体欧拉方程，我们认为“活塞”模型可以近似解释这个现象：将整个外流区近似地看作无限长的由“变速活塞”推动的流体，“活塞”就代表了皇冠间断，它按 $t^{1/2}$ 规律运动，波包近似是一系列简单波的叠加。从“活塞”处传播出速度越来越小的膨胀波，压力逐渐下降，趋近于平衡压力。

波包的上升沿是由于皇冠启动的初始压缩波引起，而下降沿是皇冠开始按 $t^{1/2}$ 规律运动引起。我们没有在图 6 声速 31.3m/s 的情形中观察到波包的现象，可能是因为波包的衰减造成的（与图 7 中 $x=0.01$ 处类似）。

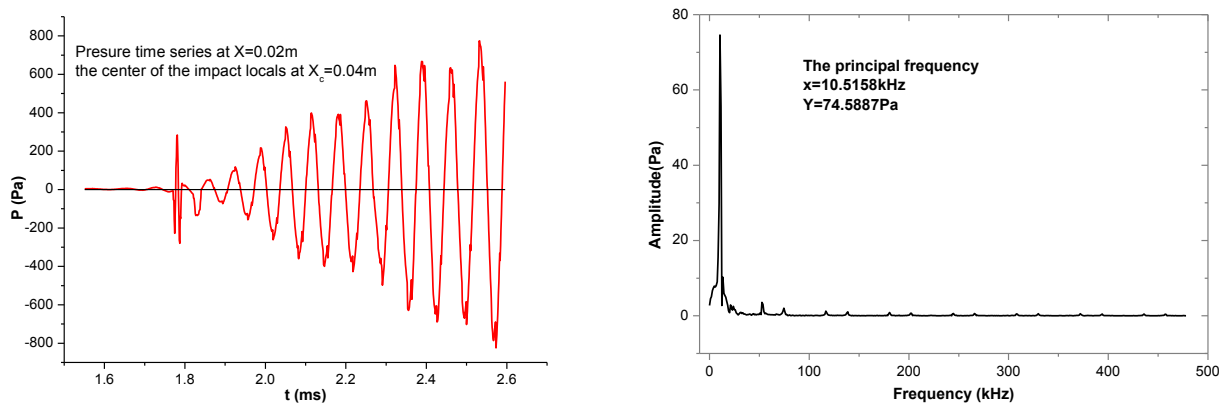


图 6 单点压力振荡, $x=0.02m$
 (声速 31.3m/s, 冲击中心 $x=0.04m$)

Fig.6 Pressure oscillation at given point, $x=0.02m$
 (sound speed in calculation is 31.3m/s, impact point locals at $x=0.04m$)

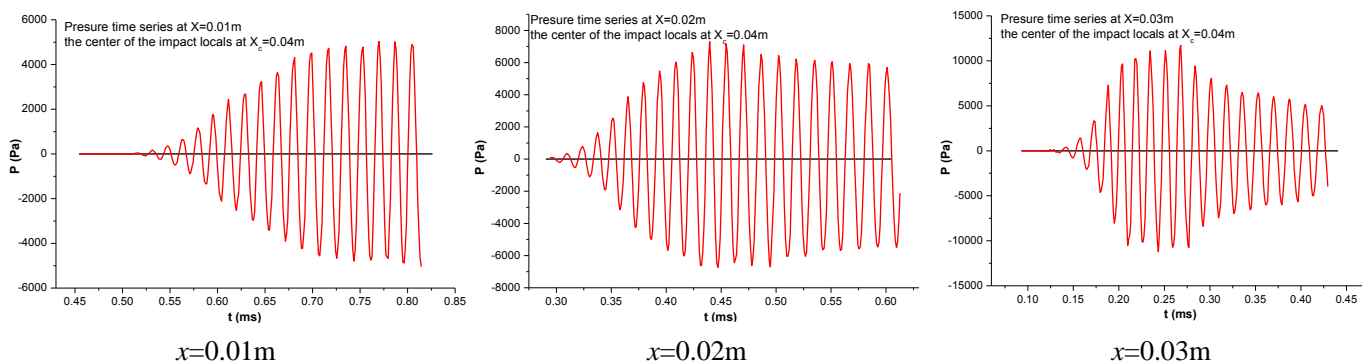


图 7 单点压力振荡, 可见压力包络线
 (声速 198.1m/s, 冲击中心在 $x=0.04m$)

Fig.7 Pressure oscillation at given point, notice the envelopes
 (sound speed in calculation is 198.1m/s, the impact center locals at $x=0.04m$)

4 结论

本文使用 SPH 方法对大 We 数浅垫层条件下的飞溅 (splash) 形态特征及其演化机理进行数值模拟, 讨论驱动飞溅形态演化规律及其驱动因素。

研究表明:

1. 在惯性力主导的大 We 数击溅过程中, 飞溅宏观形态的初期演化过程可以分为两个阶段: 惯性力主导时期以及表面张力修正时期, 在惯性力主导时期, 是否考虑表面张力并不重要, 但在一定时刻之后, 表面张力即开始发挥作用, 这个时刻与多个击溅参数有关;

2. 击溅初期垫层内会出现正负相间的压力波, 间隔长度并不均等, 这主要是液滴撞击过程中形态变化的结果; 压力波存在随时间演化的包络线, 这个包络线可以由简单波的叠加来解释;

3. 同种介质击溅过程初期的飞出物主要以原垫层物质为主, 液滴物质依靠液滴冲击驱动飞出物, 粘性在其中起到一定作用。

参考文献

1. Levin Z, Hobbs PV. Splashing of water drops on solid and wetted surfaces: hydrodynamics and charge separation. *Trans. R. Soc. Ser. A* 1971.269:555
2. Stow CD, Hadfield MG. An experimental investigation of fluid flow resulting from the impact of a water drop with an unyielding dry surface. *Proc. R. Soc. London Ser. A* 1981.373:419-441
3. Mundo C, Sommerfeld M, Tropea C. Droplet-wall collisions experimental studies of the deformation and breakup process. *Int. J. Multiphase Flow*.1995.21(2): 151-173
4. Yarin AL, Weiss DA. Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity. *J. Fluid Mech.* 1995.283:141-173
5. D. Weiss, A. L. Yarin. Single drop impact onto liquid films: Neck distortion, jetting, tiny bubble entrainment, and crown formation. *J. Fluid Mech.* 1999.385:229-254
6. Cossali GE, Coghe A, Marengo M. The impact of a single drop on a wetted solid surface. *Exp. Fluids* 1997.22:463-472
7. Rioboo R, Bauthier C, Conti J, Voue M, De Coninck J. Experimental investigation of splash and crown formation during single drop impact on wetted surfaces. *Exp. Fluids* 2003. 35:648-652
8. Trujillo MF, Lee CF. Modeling crown formation due to the splashing of a droplet. *Phys. Fluids* 2001.13:2503-2516
9. Cossali GE, Marengo M, Coghe A, Zhdanov S. The role of time in single drop splash on thin film. *Exp. Fluids* 2004.36:888-900
10. Roisman IV, Tropea C. Impact of a drop onto a wetted wall: description of crown formation and propagation. *J. Fluid Mech.* 2002.472:373-397
11. Yarin A L. Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing... *Annul. Rev. Fluid Mech.* 2006.38: 159-192
12. Thoroddsen ST. The ejecta sheet generated by the impact of a drop. *J. Fluid Mech.* 2002. 451:373-81
13. Monaghan JJ. Simulating free surface flows with SPH. *J. Comp. Phys.*1994.110 (2):399-406.
14. Liu MB, Liu GR. In: Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method New Jersey. World Scientific. 2003. 449

STUDY ON THE EVOLUTION OF THE CROWN IN SPLASH PROCESS WITH LARGE WEBER NUMBER AND LIMITED CUSHION DEPTH ¹⁾

Yang Shihao, An Yi ²⁾, Liu Qingquan

(*Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling System, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100190, China*)

Abstract: It is of great importance to study the characteristics and mechanism of the splash crown evolution which is generally observed in drop impact problems with large Weber number and shallow liquid cushions. A series of numerical experiments designed for simulating the evolution process of the crown quantitatively are carried out with the SPH method. The effects of the surface tension in different impact stages, the driving force of the splash crown evolution, and the pressure wave in the outer zone of splash crown are discussed. The following conclusions are obtained: 1. the surface tension plays different role in different stages of the crown evolution, at the initial stage the surface tension could be neglected; 2. a pressure wave which is alternately positive and negative will be generated in the out zone of the impact area, and its wave lengths is related with the deformation of the drop during impact process; 3. the crown jet is mainly constituted of the cushion materials at the initial stage, the viscosity also plays an important role in the jet process.

Key words: drop impact, SPH, crown, splash, pressure wave

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11202216 and 10932012).

2) E-mail: anyi@imech.ac.cn