

文章编号: 1000-7598-(2013)08-2355-08

模拟岩石破裂过程的块体单元离散弹簧模型

王 杰, 李世海, 周 东, 张青波

(中国科学院 力学研究所, 北京 100190)

摘 要: 在变形体离散元的基础上建立块体单元离散弹簧模型, 并应用于岩石破裂过程的数值模拟研究。该模型以连续介质力学理论为基础, 将块体单元离散为具有明确物理意义的弹簧系统, 通过对弹簧系统的能量泛函求变分获得各弹簧的刚度系数, 进而可以直接利用弹簧刚度求解单元的变形和应力, 提高计算效率。以重力作用下的岩质边坡计算为例, 通过与传统的有限元进行对比, 验证该模型弹性计算结果的正确性。在该基础上, 引入 Mohr-Coulomb 与最大拉应力的复合破坏准则, 判断单元的破坏状态及破裂方向。当单元的内部破坏面确定后, 则通过块体切割的方式实现单元破坏, 并建立单元边界和单元内部的双重破裂机制, 实现块体由连续到非连续的破裂过程, 进而显示的模拟裂纹的形成和扩展。最后, 以巴西圆盘劈裂、单轴压缩破裂以及三点弯曲梁等典型算例验证该方法, 结果表明该方法可以较好地模拟拉伸、压剪等应力状态下裂纹的形成和扩展, 从而可模拟岩石介质由连续到非连续的破裂过程。

关 键 词: 岩石力学; 离散弹簧; 单元破裂; 裂纹扩展

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

A block-discrete-spring model to simulate failure process of rock

WANG Jie, LI Shi-hai, ZHOU Dong, ZHANG Qing-bo

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: A block-discrete-spring model based on deformable discrete element method is established; this model would be applied to simulate the rock failure process. In this model, the theoretical basis is continuum mechanics and block element is divided into discrete spring system with specific physical meaning. The stiffness of the spring can be obtained from the energy functional. In this way, element deformation and stress would be calculated by spring stiffness directly and efficiently. In the case of rock mass slope under gravity, the elastic result achieved with this model is the same as that of traditional finite element method (FEM). On this basis, Mohr-Coulomb criterion with a tensile cutoff which used to judge the failure state and broken direction is proposed and implemented into the block-discrete-spring model. After the internal failure face established, the element will be divided into two elements by means of cutting block; and double judgement including element boundary and element interior is adopted to realize the crack initiation and propagation, which could mitigate the effect of initial mesh. Finally, the rationality of the failure result calculated by block-discrete-spring model is approved by some cases including split test with flattened disk, uniaxial compression and three point bending. The results show that this method can well simulate the crack initiation and propagation under tensile, compressive and shear conditions, by which the rock failure process can be realized from continuum to discontinuum.

Key words: rock mechanics; discrete spring; element failure; crack propagation

1 引 言

岩石类非均质脆性材料的破裂是岩石力学领域研究的前沿课题, 实际上是一个由连续到非连续的渐进破坏过程, 研究其破裂机制与规律是解决并控制重大工程地质灾害的基础, 同时对于理解井巷失稳、边坡失稳以及地壳介质的破裂问题具有重要意

义^[1-2]。

模拟岩石破裂的数值分析方法主要分为连续介质力学方法、非连续介质力学方法以及连续-离散耦合方法三大类^[3]。连续介质力学方法适用于分析连续体的小变形及损伤断裂, 非连续介质力学方法适用于分析非连续体的破坏、运动, 连续-离散耦合方法则是结合两者的优势, 分析岩石由连续到非连

收稿日期: 2012-06-06

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目资助 (No. 2010CB731506); 国家自然科学基金重点项目资助 (No. 10632100)。

第一作者简介: 王杰, 男, 1989 年生, 博士研究生, 主要从事岩土工程监测及数值模拟等方面的研究。E-mail: wangjie_gucas@126.com

续的破裂过程。

连续介质力学方法主要包括有限单元法和有限差分法。传统的有限元在处理破裂问题时，将裂纹设为单元的边、裂尖设为单元顶点，通过不断地进行网格重新剖分来模拟裂纹的扩展，但该方法计算效率较低。Goodman等^[4]在有限元的基础上，在单元间增加线弹性界面单元，一定程度上实现了连续体的非连续力学行为，后人在此基础上又发展了各类非线性接触模型^[5]。Belytschko等^[6-7]提出了扩展有限元法，通过引入非连续的阶跃函数来表征裂缝两侧的非连续位移场，求解连续介质的损伤断裂问题。但由于基于连续介质假设，上述方法在处理复杂非连续面或者大刚体位移问题时，计算精度难以保证，而且计算耗时大。

离散单元法 (DEM) 和非连续变形分析 (DDA) 是目前通用的非连续介质力学方法。离散元可以将块体视为刚体或变形体，块体之间通过弹簧连接，通过弹簧的破坏实现块体间的破坏^[8-9]；非连续变形分析则是在块体之间增加接触，通过接触的非线性力学行为模拟破裂问题^[10-11]。这两种方法能够准确模拟块体间的破坏及刚体运动，在大位移及非线性问题的计算上效率较高，但该类方法由于基于离散介质假设，无法模拟介质由完全连续到非连续的破坏过程，且破坏仅在块体的界面上发生，受初始网格的影响较大，无法实现块体内部的断裂。

连续介质模型和非连续介质模型分别具有各自的优势，将两种模型结合为统一的连续-离散模型则是国内外的研究热点。Owen等^[12]在有限元网格中嵌入裂缝实现连续向非连续的转化，并用该方法研究脆性材料在冲击作用下的力学行为。Munjiza等^[13]将有限元和离散元耦合，在有限元中引入了损伤、断裂理论，当材料破裂后利用离散元的方法在块体边界间进行接触计算。常晓林等^[14]在变形体离散元的基础上，引入损伤、断裂的界面单元，模拟岩石的破裂过程。Li等^[15-16]提出了一种基于连续介质力学的离散弹簧模型，通过分析块体内部各弹簧的断裂情况研究块体内部破坏特征，并应用于地质体渐进破坏过程的数值模拟。

本文基于连续-离散耦合分析的思路，在变形体离散元的框架下构建块体单元离散弹簧模型，并建立单元间以及单元内部的双重破裂机制，模拟岩石由连续到非连续的破裂演化过程。以平台巴西圆盘劈裂、单轴压缩破坏以及三点弯曲梁裂纹扩展3个算例对该方法进行了验证。

2 块体单元的离散弹簧模型

变形体离散元的基本思想是将计算区域离散为块体模型及连接块体的接触模型，采用动态松弛法对运动方程进行求解，根据牛顿第二定律，使用显示差分的方法更新节点位移，节点的动力平衡方程为

$$m\ddot{u} + c_m\dot{u} = F^E + F^I + F_b^d + F_s^d \quad (1)$$

式中： m 为集中在节点上的质量； c_m 为质量阻尼系数； F^E 为节点上的集中荷载； F^I 为单元体力的等效节点力； F_b^d 为块体变形的等效节点力； F_s^d 为接触弹簧变形力。在每个迭代步中，根据当前时步的节点位移，可以求解块体单元以及接触的变形和应力，进而求得下一时步节点上的不平衡力，如此迭代求解直至收敛。

在进行块体内部的变形和应力计算时，变形体离散元可以采用有限元单刚、有限差分以及有限体积等数值方法。这些方法可以准确地计算块体单元的变形和应力，但对于破裂问题的处理有一定的难度。与上述方法相比，本文的离散弹簧模型不仅在连续问题的计算上与有限元完全等价，而且可以实现单元内部的显示破裂。其基本思想是将单元离散为具有明确物理意义的弹簧系统，将单元应变能离散到弹簧上，用弹簧系统的刚度描述单元节点力与节点位移间的关系，同时在计算过程中采用单元切割的方式实现块体单元的显示破裂。

如图1^[15]所示的四面体，各节点编号及节点坐标已在图中标明，离散弹簧系统包括法向弹簧、切向弹簧、泊松弹簧及纯剪切弹簧。其中泊松弹簧和纯剪切弹簧并非常规意义上的弹簧，仅是分别用于描述两个法向弹簧间的相互作用以及两个切向弹簧间的相互作用。

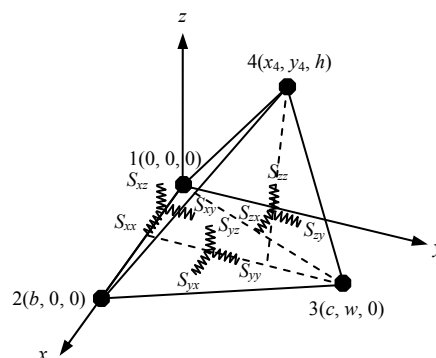


图1 四面体单元的离散弹簧系统

Fig.1 Spring system of four-node tetrahedral element

四面体单元离散弹簧系统的构建步骤为：①在节点 1 和节点 2 之间建立法向弹簧 S_{xx} 和切向弹簧 S_{xy} 、 S_{xz} 。②过节点 3 做边 12 的垂线，在垂线上建立法向弹簧 S_{yy} 和切向弹簧 S_{yz} 、 S_{yx} 。③过节点 4 做底面 123 的垂线，在垂线上建立法向弹簧 S_{zz} 和切向弹簧 S_{zx} 、 S_{zy} 。④在以上 3 组弹簧之间，建立与两法向弹簧相关的泊松弹簧 S_{pxy} 、 S_{pyz} 、 S_{pxz} 和与两切向弹簧相关的纯剪切弹簧 S_{sxy} 、 S_{syz} 、 S_{sxz} 。弹簧系统中各法向弹簧和切向弹簧的变形可表示为

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_{xi} &= u_{2i} - u_{1i} \\ \Delta u_{yi} &= u_{3i} - mu_{1i} - nu_{2i} \\ \Delta u_{zi} &= u_{4i} - N_1u_{1i} - N_2u_{2i} - N_3u_{3i} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$(i = x, y, z)$

式中： $u_{ij}(i=1\sim 4, j=x, y, z)$ 为块体单元各个节点的位移； m 、 n 、 N_1 、 N_2 、 N_3 为位移插值系数。

建立弹簧系统的能量泛函：

$$\begin{aligned} \Pi &= 1/2K_{xx}\Delta u_{xx}^2 + 1/2K_{yy}\Delta u_{yy}^2 + 1/2K_{zz}\Delta u_{zz}^2 + \\ & 1/2K_{xy}\Delta u_{xy}^2 + 1/2K_{yz}\Delta u_{yz}^2 + 1/2K_{yx}\Delta u_{yx}^2 + \\ & 1/2K_{zz}\Delta u_{zz}^2 + 1/2K_{zx}\Delta u_{zx}^2 + 1/2K_{zy}\Delta u_{zy}^2 + \\ & K_{pxy}\Delta u_{xx}\Delta u_{yy} + K_{pyz}\Delta u_{yy}\Delta u_{zz} + K_{pzx}\Delta u_{zz}\Delta u_{xx} + \\ & K_{sxy}\Delta u_{xy}\Delta u_{yx} + K_{syz}\Delta u_{yz}\Delta u_{zy} + K_{sxz}\Delta u_{zx}\Delta u_{xz} \end{aligned} \quad (3)$$

式中： K_{ii} 、 K_{ij} 、 K_{pij} 、 $K_{sij}(i, j = x, y, z; i \neq j)$ 为离散弹簧系统中对应弹簧刚度； Δu_{ij} 为弹簧 $S_{ij}(i, j = x, y, z)$ 的变形。

根据变分原理，将弹簧系统的能量泛函对单元的节点位移求变分，得离散弹簧模型的单元刚度矩阵：

$$k_{ij}^{SEM} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial u_j \partial u_i}, \quad (i = 1 \sim 12, j = 1 \sim 12) \quad (4)$$

式中： k_{ij}^{SEM} 为离散弹簧模型的单元刚度矩阵； u_i 为单元节点的位移。通过与有限元的单元刚度矩阵进行对比，得到离散弹簧的刚度：

$$\left. \begin{aligned} K_{ii} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{L_j L_k}{6L_i}, \quad (i, j, k = x, y, z; i \neq j \neq k) \\ K_{ij} &= \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} K_{ii}, \quad (i, j = x, y, z; i \neq j) \\ K_{ijp} &= \sqrt{K_{ii} K_{jj}}; \quad K_{ijs} = \sqrt{K_{ij} K_{ji}}, \quad (i, j = x, y, z; i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： E 为弹性模量； ν 为泊松比； L_x 、 L_y 、 L_z 分别为图 1 中的块体几何尺寸 b 、 w 、 h 。

弹簧系统中各法向弹簧和切向弹簧力可以通过弹簧变形和弹簧刚度求得

$$\left. \begin{aligned} F_{ii} &= K_{ii}\Delta u_{ii} + K_{ijp}\Delta u_{jj} + K_{ikp}\Delta u_{kk} \\ F_{ij} &= K_{ij}\Delta u_{ij} + K_{ijs}\Delta u_{ji} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： $i, j, k = x, y, z$ ，且 $i \neq j \neq k$ 。

块体单元的节点力可通过各弹簧力求得

$$\left. \begin{aligned} F_{1i} &= F_{xi} + mF_{yi} + N_1F_{zi} \\ F_{2i} &= F_{xi} + nF_{yi} + N_2F_{zi} \\ F_{3i} &= F_{yi} + N_3F_{zi}, \quad F_{4i} = F_{zi} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$(i = x, y, z)$

在四面体单元离散弹簧模型的基础上，构建五面体单元，如图 2 所示，可以利用 FLAC 中的混合离散技术，将五面体离散为 2 组四面体，第 1 组中包含四面体 V-1234、V-4562、V-2346，第 2 组中包含四面体 V-1235、V-4561、V-5136。根据四面体单元离散弹簧模型，求得 2 组离散体中的所有四面体单元的弹簧刚度 $K_{ij}^{mn}(i, j, k = x, y, z; m = 1, 2; n = 1, 2, 3)$ ， K_{ijp}^{mn} 、 $K_{ijs}^{mn}(i, j = x, y, z; i \neq j; m = 1, 2; n = 1, 2, 3)$ ，其中， $m = 1, 2$ 分别表示第 1、2 组离散体，每组离散体中的四面体编号用 $n = 1, 2, 3$ 表示。

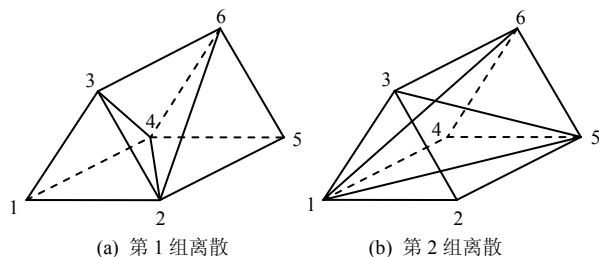


图 2 五面体单元的混合离散方式
Fig.2 Mixed discretization method of pentahedral element

实际计算过程中通过离散弹簧的刚度直接求解块体单元的变形和应力，与有限元相比无需形成刚度矩阵，显著地提高了计算效率，具体步骤如下：

- ①每个迭代步中，已知单元的节点位移向量 u_i ，通过坐标变换，插值得得弹簧的变形量 Δu_{ij}^{mn} 。
- ②由弹簧变形量 Δu_{ij}^{mn} 及块体特征尺寸求得单元应变 ε_{ij}^{mn} ，根据虎克定律求得单元应力 σ_{ij}^{mn} 。
- ③由弹簧变形量 Δu_{ij}^{mn} 及弹簧刚度求得弹簧力 $F_{ij}^{mn}(i, j = x, y, z)$ ，进而通过坐标变换并插值得得单元节点力 $F_{ij}(i = 1-6, j = 1-3)$ 。
- ④根据牛顿第二定律，由单元节点力求得下一时步的节点位移，如此迭代求解直至收敛。

按照上述计算步骤，在基于连续介质的离散元方法 CDEM^[8, 17]的基础上，加入块体单元的离散弹

簧模型。以岩质边坡在重力作用下的计算为例,对程序的弹性计算结果进行检验,并与 ANSYS 软件的计算结果进行对比。数值模型如图 3 所示,岩石材料的弹性模量为 30 GPa,泊松比为 0.22,密度为 2.50 g/cm^3 ,位移边界条件为模型底部、两侧以及后面法向约束,重力作用方向沿 Y 轴向下。

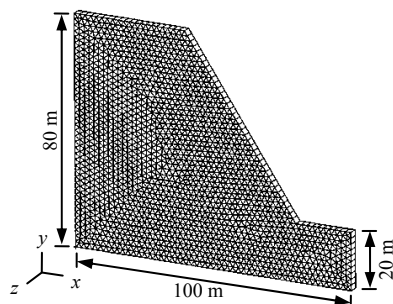


图 3 边坡数值模型

Fig.3 Numerical model of slope

离散弹簧模型计算的竖向位移结果见图 4, ANSYS 计算的竖向位移结果见图 5。在坡面上选取一系列节点,获取其竖向位移值,两种模型的结果对比如图 6 所示。从位移云图以及位移曲线的对比可知,两种方法的计算结果一致,由此说明离散弹簧模型在进行弹性计算时的正确性。

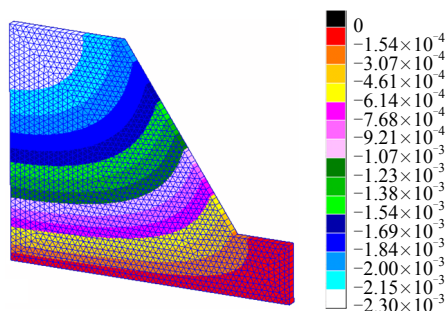


图 4 离散弹簧模型的 y 向位移云图 (单位: m)

Fig.4 Displacement nephogram in y-direction of block-discrete-spring method (unit: m)

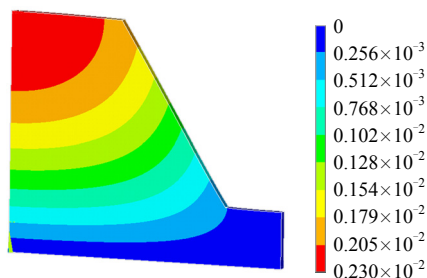


图 5 有限元(ANSYS)法的 y 向位移云图 (单位: m)

Fig.5 Displacement nephogram in y-direction of FEM(ANSYS) (unit: m)

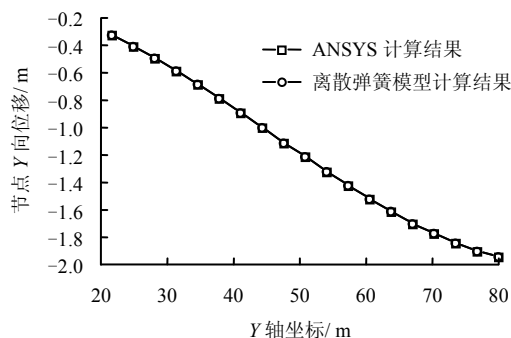


图 6 两种数值方法计算的节点位移

Fig.6 Node displacements of two numerical methods

3 块体单元内部破裂的实现

块体单元离散弹簧模型在连续问题的处理上保持了有限元原有的优势。为了进一步实现岩石由连续到非连续的破裂过程,需要在离散弹簧模型中引入破裂准则。传统的断裂力学方法可以有效解决裂纹尖端的应力集中以及已有裂纹的扩展问题,在裂纹处理上具有较大优势,但在实际工程中经常面临的是多条复杂裂纹同时扩展、岩石碎裂性破坏等断裂力学较难处理的情况。本文将 Mohr-Coulomb 与最大拉应力的复合准则引入到块体单元离散弹簧模型中,判断单元的破坏状态以及破裂方向,进而对单元进行切割并添加接触,实现块体单元的内部破裂。

3.1 块体单元破裂判断

在主应力空间对单元破裂进行判断,以压应力为正, Mohr-Coulomb 准则 $\tau = c_0 + \sigma_n \tan \varphi$ 中的剪应力 τ 可表示为

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin(2\theta) \quad (8)$$

剪切面上的正应力 σ_n 可表示为

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos(2\theta) \quad (9)$$

代入准则表达式中,进一步推导可得单元发生剪切破坏时,

$$\sigma_1 \geq \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (10)$$

此时剪切破坏面的法向与最大主应力 σ_1 的夹角为

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad (11)$$

当 $\sigma_3 < 0$ 时,需判断单元是否发生拉伸破坏,拉伸破坏的判据为

$$-\sigma_3 \geq T_0 \quad (12)$$

此时,拉伸破坏面的法向和 σ_3 的方向一致。

3.2 单元内部裂纹的形成和扩展

破裂的过程包括初始裂纹的形成和裂纹的扩展。对计算域内的单元进行破裂判断，若满足强度准则式 (10) 或式 (12)，则该单元内部形成初始裂纹。如果拉伸破坏式 (12) 满足，将产生 I 型裂纹，裂纹方向与最小主应力 σ_3 垂直。如果剪切破坏式 (10) 满足，将产生 II 型裂纹，裂纹方向与最小主应力 σ_3 的夹角为 $\pm(\pi/4 + \varphi/2)$ 。对于图 7 所示的五面体单元，由破裂准则获得破坏面的方向后，裂纹的位置仍然是不确定的。不妨作以下假定，单元内部存在可能的破坏面 ($\alpha-1AD4$, $\alpha-2BE5$, $\alpha-3CF6$)，单元边界上的破坏面为 $\alpha-1254$, $\alpha-2365$, $\alpha-3146$ 。在内部破坏面和边界破坏面中，选择与理论破坏面夹角最小的面作为最终裂纹面。将五面体单元的破裂路径投影到二维平面上分析，如图 7 所示，裂纹 Q_0P_0 在尖端 P_0 处扩展路径可以为传统离散元的边界面 $P_0P_1-P_0P_6$ ，也可以为单元的内部面 $P_0Q_1-P_0Q_5$ ，即建立了单元边界和单元内部的双重破裂机制，在裂纹扩展路径的选取上更加精确。

块体内部破裂后，原先的一个单元会分割为 2 个子单元，在计算过程中，相应的拓扑信息需要进行更新。投影到二维平面上的五面体单元破裂前后的信息，如图 8 所示。破裂后，增加了节点 10 和节点 11，原先的单元 $e_i (i=5,6,3,4)$ 均分割为 2 个子单元，同时每个单元所连接的节点作相应的更新。破裂前单元是作为连续体进行计算，破裂后，需要在分割的 2 个子单元间建立接触，用于描述位移的不连续，实现连续到非连续的破裂过程。

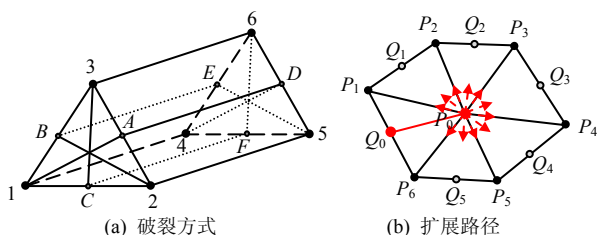


图 7 五面体单元内部破坏示意图

Fig.7 Internal failure modes of pentahedral element

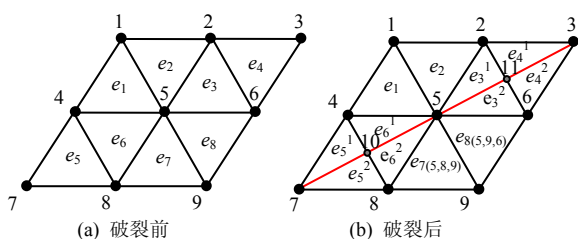


图 8 破裂过程中拓扑信息的更新

Fig.8 Topology information update during fracturing process

4 算 例

本文通过建立块体单元离散弹簧模型来实现块体单元的内部破裂，从而模拟岩石连续到非连续的破裂过程。为了验证该方法的可行性，对平台巴西圆盘劈裂、单轴压缩破裂、三点弯曲梁裂纹扩展等岩石力学上典型的试验进行了模拟。

4.1 平台巴西圆盘劈裂

圆盘试样劈裂试验是岩石力学中常用的确定岩石抗拉强度的方法。在圆盘试样中引进 2 个平台作为加载面，可以有效改善加载的应力状态。文献[18]利用平台巴西圆盘试验，确定了脆性岩石的弹性模量、拉伸强度和断裂韧性。

如图 9 所示的平台巴西圆盘模型，圆盘直径 $D=50\text{ mm}$ ，平台张角 $2\beta=20^\circ$ 。模型材料采用该文献中的大理岩，弹性模量 $E=23\text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ ，抗拉强度 $\sigma_t=8.3\text{ MPa}$ 。模型底面 x 、 y 、 z 向约束，顶面 x 、 z 向约束，前后面 z 向约束，采用常位移速率加载控制方式进行加载。

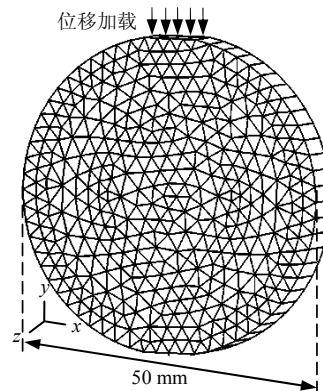


图 9 平台巴西圆盘劈裂模型

Fig.9 Numerical model of split test with flattened Brazilian disk

数值模拟的结果如图 10(a)、10(b)所示，分别为圆盘处于弹性阶段和破裂后的水平向位移场，破裂后的圆盘中心处出现一条主裂纹，与图 10(c)所示的试验结果一致。

4.2 单轴压缩破裂模拟

岩石试样的尺寸为 $50\text{ mm}\times 2.5\text{ mm}\times 100\text{ mm}$ 。材料的力学参数弹性模量 $E=22\text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ ，内摩擦角 $\varphi=30^\circ$ ，黏聚力 $c=24.5\text{ MPa}$ 。模型的底面 x 、 y 、 z 向约束，顶面 x 、 z 向约束，前后面 z 向约束，采用常位移速率加载控制方式进行加载。数值计算的模型及边界条件如图 11 所示。

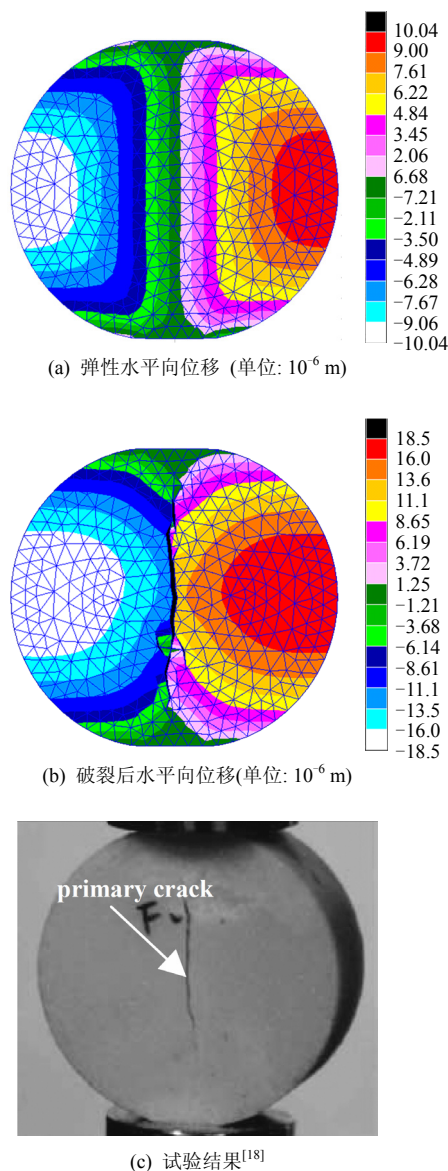


图 10 平台圆盘 x 向位移变化云图及试验结果

Fig.10 Displacement nephogram of split test in x-direction and experimental results

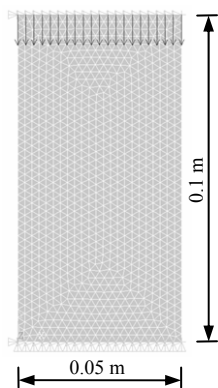


图 11 单轴压缩数值模型

Fig.11 Numerical model of uniaxial compression test

数值计算的结果为图 12 模拟过程中选取的具有代表性的位移变化云图, ϵ 为轴向应变。由图可

以发现, 岩石试样沿着一个斜面发生剪切破坏, 剪切带两侧的岩石发生了明显的错动, 且错动的位移随着加载的进行越来越大, 直至发生整体性的破坏。文献[19]给出了常规单轴压缩试验的岩石破坏模式以及轴向应力-应变曲线, 分别如图 12、13 所示。由数值结果与试验结果的对比可知, 本文的块体单元离散弹簧模型可以较好地模拟单轴压缩问题中岩石由连续到非连续的破裂过程。

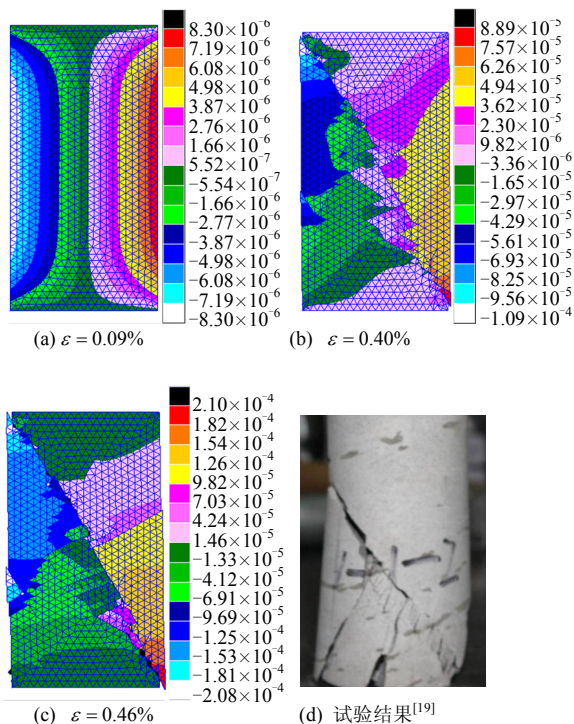


图 12 单轴压缩 x 向位移变化云图及试验结果(单位: m)

Fig.12 Displacement nephogram of uniaxial compression in x-direction and experimental results (unit: m)

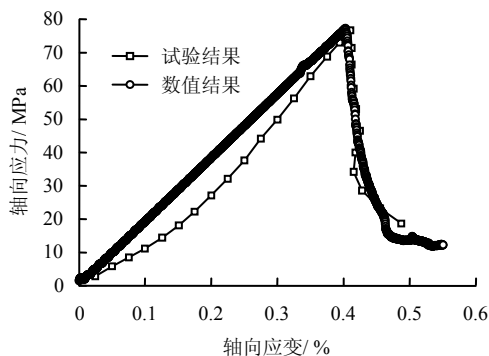


图 13 单轴压缩轴向应力-应变曲线

Fig.13 Axial stress-strain curves of uniaxial compression

4.3 三点弯曲梁模拟

对于图 14 所示的三点弯曲梁^[20], 梁的长度为 $l=0.6$ m, 宽度 $b=0.15$ m, 厚度方向上取一个单元的长度, 无初始裂纹。模型材料参数: 弹性模量 $E=36.5$ GPa, 泊松比 $\nu=0.1$, 抗拉强度 $f_t=4.3$ MPa。

模型底部的两端端点 y 向约束，后后面 z 向约束。在顶部中心处施加 y 向向下的常速率增量位移荷载。

如图 15 所示的为加载过程中三点弯曲梁的裂纹产生及扩展情况， w 为加载点位移，最大拉应力位于梁的底部中心处。传统的离散元在模拟该问题时，裂纹的扩展只能沿着单元的边界，只有网格非常密的情况下才能模拟出较好的结果。本文通过建立块体单元内部和边界的双重破裂机制，裂纹可以沿着单元的内部进行扩展，即便在较少网格情况下

也可以得出与理论或试验相一致的结果。

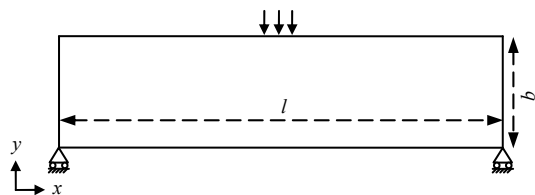


图 14 三点弯曲梁模型

Fig.14 Numerical model of three-point beam

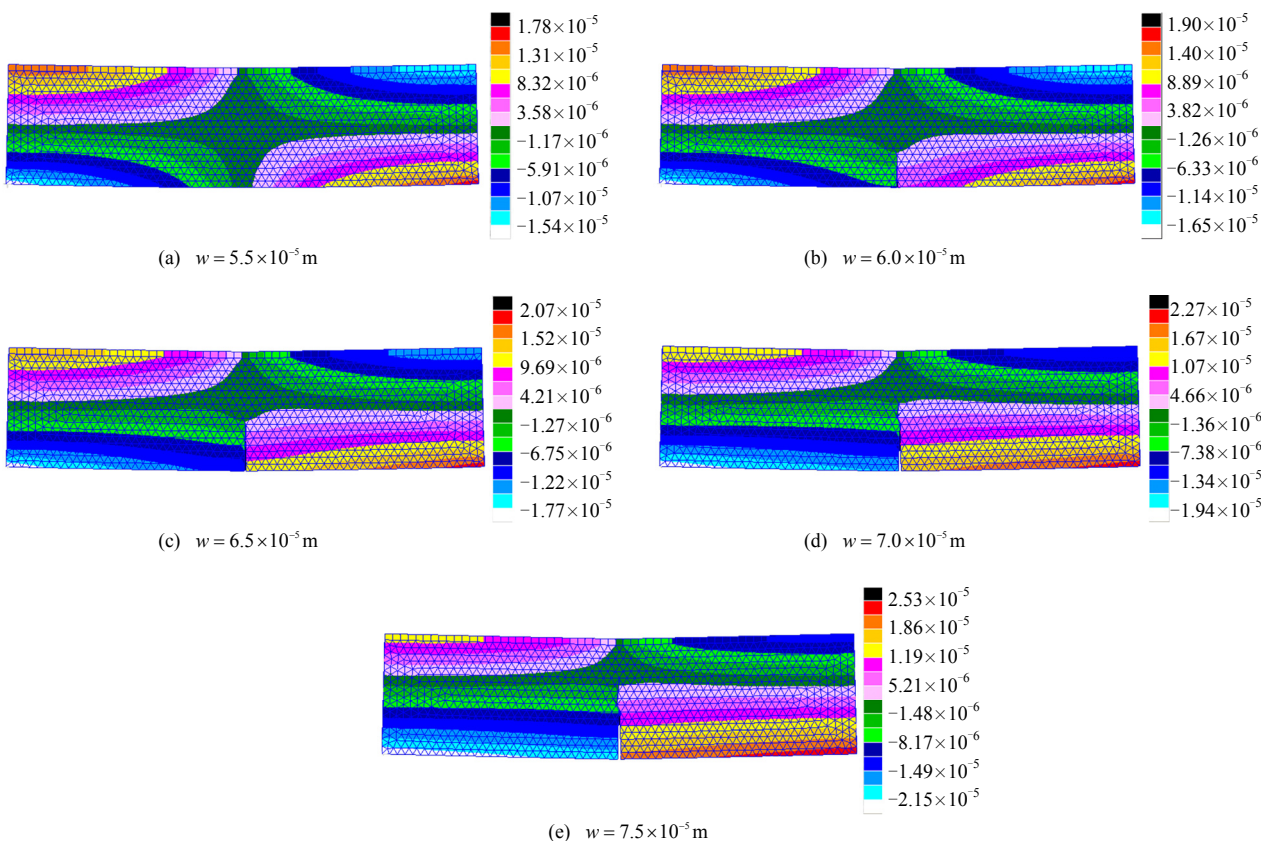


图 15 三点弯曲梁裂纹的形成和扩展过程

Fig.15 Crack initiation and propagation in a three-point beam

5 结 语

(1) 基于连续介质力学理论，建立了块体单元离散弹簧模型，通过弹簧刚度可直接求解单元的变形和应力，与有限元计算结果对比表明该模型弹性计算准确，提高了计算效率。

(2) 将 Mohr-Coulomb 与最大拉应力的复合准则引入五面体离散弹簧模型，判断单元的破坏状态及破裂方向，进而对单元进行切割，显示实现块体的内部破裂。

(3) 对典型的岩石力学试验进行模拟分析，结果表明该方法可较好地解决拉伸、压剪等应力状态下裂纹的形成和扩展，可以模拟岩石介质由连续到

非连续的破裂过程。

参 考 文 献

[1] 潘鹏志, 冯夏庭, 周辉. 脆性岩石破裂演化过程的三维细胞自动机模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1471—1476.
 PAN Peng-zhi, FENG Xia-ting, ZHOU Hui. Failure evolution processes of brittle rocks using 3D cellular automaton method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(5): 1471—1476.

[2] 梁正召, 唐春安, 张永彬, 等. 岩石三维破裂过程的数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(5): 931—936.
 LIANG Zheng-zhao, TANG Chun-an, ZHANG Yong-

- bin, et al. 3D Numerical simulation of failure process of rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(5): 931—936.
- [3] 张楚汉. 论岩石、混凝土离散-接触-断裂分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 217—235.
ZHANG Chu-han. Discrete-contact-fracture analysis of rock and concrete[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(2): 217—235.
- [4] GOODMAN R E, TAYLOR R L, BREKKE T. A model for the mechanics of jointed rock[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1968, 94(3): 637—659.
- [5] GHABOUSSI J, WILSON E L, ISENBERG J. Finite element for rock joints and interfaces[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1973, 99(10): 833—848.
- [6] BELYTSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 45(5): 601—620.
- [7] BELYTSCHKO T, MOEO N, USUI S, et al. Arbitrary discontinuities in finite element[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2001, 50(4): 993—1013.
- [8] 田振农, 李世海, 刘晓宇, 等. 三维块体离散元可变形计算方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 1): 2832—2840.
TIAN Zhen-nong, LI Shi-hai, LIU Xiao-yu, et al. Research on deformable calculation method based on three-dimensional block discrete element[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Supp.1): 2832—2840.
- [9] 魏怀鹏, 易大可, 李世海, 等. 基于连续介质模型的离散元方法中弹簧性质研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1159—1169.
WEI Huai-peng, YI Da-ke, LI Shi-hai, et al. Study of spring properties of continuum-based discrete element method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(6): 1159—1169.
- [10] BEYABANAKI S A R, MIKOLA R G, HATAMI K. Three-dimensional discontinuous deformation analysis (3-D DDA) using a new contact resolution algorithm[J]. **Computer Geotech.**, 2008, 35(3): 346—356
- [11] 焦玉勇, 张秀丽, 刘泉声, 等. 用非连续变形分析方法模拟岩石裂纹扩展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 682—691.
JIAO Yu-yong, ZHANG Xiu-li, LIU Quan-sheng, et al. Simulation of rock crack propagation using discontinuous deformation analysis method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(4): 682—691.
- [12] OWEN D R J, FENG Y T, DE SOUZA NETO E A, et al. The modeling of multi-fracturing solids and particulate media[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2004, 60(1): 317—339.
- [13] MUNJIZA A. The combined finite-discrete element method[M]. New York: John Wiley and Sons, 2004: 277—290.
- [14] 常晓林, 胡超, 马刚, 等. 模拟岩石失效全过程的连续-非连续变形体离散元方法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(10): 2004—2011.
CHANG Xiao-lin, HU Chao, MA Gang, et al. Continuous-discontinuous deformable discrete element method to simulate the whole failure process of rock masses and application[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(10): 2004—2001.
- [15] LI Shi-hai, ZHANG Ya-nan, CHUN Feng. A spring system equivalent to continuum model[C]//The Fifth International Conference on Discrete Element Methods. London: [s. n.], 2010: 75—85.
- [16] 冯春, 李世海, 姚再兴. 基于连续介质力学的块体单元离散弹簧法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 1): 2690—2704.
FENG Chun, LI Shi-hai, YAO Zai-xing. Study of block-discrete-spring method based on continuum mechanics[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(Supp.1): 2690—2704.
- [17] LI S H, ZHAO M H, WANG Y N, et al. A continuum-based discrete element method for continuous deformation and failure process[C]//WCCM VI in Conjunction with APCOM'04. Beijing: [s. n.], 2004.
- [18] 张盛, 王启智. 用 5 种圆盘试件的劈裂试验确定岩石断裂韧度[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 12—18.
ZHANG Sheng, WANG Qi-zhi. Determination of rock fracture toughness by split test using five type of disc specimens[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(1): 12—18.
- [19] 杨艳霜, 周辉, 张传庆, 等. 大理石单轴压缩时滞性破坏的试验研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2714—2720.
YANG Yan-shuang, ZHOU Hui, ZHANG Chuan-qing. Experimental investigation on time-lag failure properties of marble under uniaxial compressive test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(9): 2714—2720.
- [20] MOËS N, BELYTSCHKO T. Extended finite element method for cohesive crack growth[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2002, 69(7): 813—833.