

# 超声速气流中横向射流穿透深度半经验公式的推导与修正

田璐<sup>1</sup>, 李长亮<sup>1</sup>, 陈立红<sup>1</sup>

(1 中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室(筹), 北京海淀区 100190)

**摘要** 本文基于动量交换的基本原理, 通过简化模型研究超声速流场中横向射流的穿透深度, 得到模型半经验公式。再利用模型研究所得的穿透深度形式, 结合横向水射流不同工况下的实验结果, 修正公式系数, 得到横向射流穿透深度的实验半经验公式, 并与模型研究结果进行对比。研究表明, 在冷流条件(室温)下, 液态横向射流的穿透深度与流向距离以及射流与来流的动量比有关; 模型半经验公式在动量比较低时, 与实验所得半经验公式较为接近, 而随着动量比的增大模型结果将明显低于实验结果。

**关键词** 超声速混合, 动量交换, 半经验公式, 穿透深度

## 引言

燃烧室内燃料的喷注与混合一直是超燃冲压发动机研究的技术难点之一。超声速来流通过燃烧室的速度非常快, 滞留时间只有毫秒量级, 因此要在短的时间内完成燃料与来流的混合、点火、并实现整个燃烧室内高效稳定的燃烧难度极大。而实现来流与燃料的有效混合是燃烧室内稳定燃烧的基础。目前常用的燃料喷注方式有横向射流、平行射流以及带角度射流等等。其中, 横向射流虽然会带来较大的总压损失, 但其穿透深度较高, 仍被广为利用。因而, 研究横向射流的穿透深度对于研究超声速燃料混合具有重要意义。

国内外研究人员针对射流的穿透深度进行了一系列的研究, 认为射流的穿透深度与射流与来流的动量比、流向距离、喷口直径(一般作为无量纲参数)、射流角度以及来流马赫数有关, 并给出了有关半经验公式。Lin 等人<sup>[1]</sup>研究了马赫 1.94 的热态超声速来流中水的射流结构, 并通过 PDPA 测量方法获得的数据, 总结得到了液体穿透深度的半经验公式(1),

$$\frac{h}{d_j} = 4.73 \times q^{0.30} \times \left(\frac{\rho}{\rho_j}\right)^{0.30} \quad (1)$$

研究表明, 实验工况和测量方法的不同也会使穿透深度的半经验公式产生一定的差别。

Gruber 和 Leong 等人<sup>[2,3]</sup>也在其各自的文献中总结了类似的半经验公式(2),

$$\frac{h}{d_j} = 3.94 \times q^{0.47} \times \left(\frac{\rho}{\rho_j}\right)^{0.21} \quad (2)$$

Perurena 等人<sup>[4]</sup>在马赫 6 的冷态超声速来流下进行水横向射流实验, 对公式(1)和(2)的系数进行了修正; 此外, S. I. Baranovsky 等人<sup>[5]</sup>研究了马赫 3.0 的超声速冷态来流下带角度液体射流的穿透深度, 并总结出了在相应条件下的穿透深度经验公式。Joshi 等人<sup>[6]</sup>对比了在超声速来流中, 距离喷孔 25 倍直径处, 不同形状的喷孔对穿透深度的影响, 并总结了经验公式, 其与实验结果吻合良好。

上述研究中, 对于超声速来流下, 射流穿透深度的经验公式完全依赖于实验结果的修正, 极少有对穿透深度的建模分析。而对于射流穿透深度的建模, 可以更合理的得出穿透深度的经验公式。然而影响穿透深度的因素很多, 在建模分析中不可能完全考虑。因此, 本文利用动量交换的基本原理, 忽略液滴破碎、雾化等因素的影响, 对横向射流穿透深度的计算建立简单模型, 得到穿透深度的模型半经验公式, 再利用超声速来流下横向水射流的实验结果修正模型公式的系数, 得到实验半经验公式。

最后对比两经验公式的差别，并分析其原因。

## 1 模型研究

### 1.1 模型建立与基本假设

首先，对超声速来流下横向射流的基本问题进行简单建模，并给出两个基本假设。

模型：在本文研究的横向射流问题中，射流边界与超声速来流的边界相比相对较小，且气流没有堵塞现象，因而可以把射流过程近似视为发生在无限大的环境中。超声速气流沿  $x$  方向流动，在  $xz$  平面上有一喷孔，沿  $y$  轴方向喷入射流，示意图如图 1 所示。这里假设射流孔为直径  $d$  的圆孔，来流速度为  $u_0$ ，射流速度为  $u_1$ 。

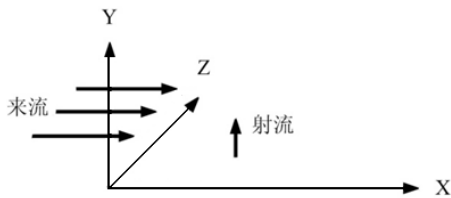


图1 射流环境示意图

假设 1：射流垂直入射，随射流穿透深度的增加（沿  $y$  轴方向）， $x$  和  $z$  方向射流宽度成线性增加。圆形射流薄层原本是弧形面，既有  $x$  方向的弧度，又有  $z$  方向的弧度，但由于假设情况下，射流沿  $y$  方向分为若干微小的薄层，弧度渐小，在每一薄层中忽略不计。假设薄层的动量不变，射流速度由于扩散的作用随薄层面积的扩大而减小，射流的示意图如图 2 所示。

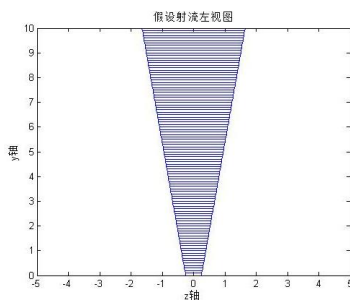


图2 假设1中射流的左视图

假设 2：射流上下薄层在与来流作用瞬间互不影响，可以看作离散的二维薄层射流和二维薄层来流进行动量交换产生速度变化。这里将速度交换简化为，射流薄层与来流薄层进行

动量交换，立即达到共同速度，并且混合在一起，忽略射流与周围的粘性等作用，如图 3 所示。

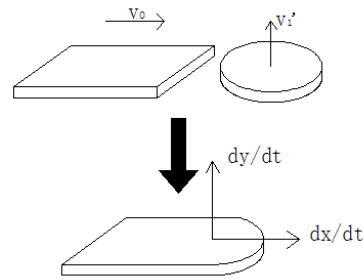


图3 假设2中来流与射流动量交换示意图

### 1.2 横向射流半经验公式推导与修正

由模型和基本假设可以得出，影响穿透深度的是动量的交换作用，忽略粘性和激波等因素，利用动量交换原理，就可以得到穿透深度的表达式。

在高度为  $y$  处，有一来流薄层与射流薄层参与动量交换，保证其为经过同样时间的流体单元，并且只在  $y$  方向上作为无量纲的薄层考虑，示意图如图 4 所示。

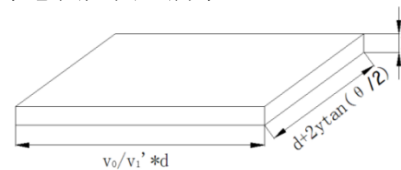


图4 来流单元示意图

可见， $y$  方向来流薄层与射流的厚度均为 1，利用射流等角度扩散的假设可以得出  $y$  高度处射流薄层（速度为  $u_1'$ ）的直径为  $d' = d + 2ytan\frac{\theta}{2}$ ；来流薄层采用同样面积的投影面积近似， $z$  方向长度为  $d + 2ytan\frac{\theta}{2}$ ， $x$  方向长度为  $\frac{u_0}{u_1'} a$ （乘以  $a$  恢复为有量纲量）。

高度  $y$  处，射流薄层的速度  $u_1'$  可利用假设 1 得到，而来流薄层和射流薄层分别在  $x$  和  $y$  方向上具有动量，利用假设 2 分别在  $x$ 、 $y$  方向上利用动量守恒，得到式(3)和式(4)，

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\rho_0 \frac{u_0^2}{u_1'} \frac{(d + 2ytan\frac{\theta}{2})^3}{d}}{(\rho_0 \frac{u_0}{u_1'} \frac{(d + 2ytan\frac{\theta}{2})^3}{d} + \rho_1 \frac{\pi}{4} (d + 2ytan\frac{\theta}{2})^2)} \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{1}{4}\pi d^2 v_1 \rho_1}{\left(\rho_0 \frac{v_0}{v_1} \frac{(d + 2y \tan \frac{\theta}{2})^3}{d} + \rho_1 \frac{\pi}{4} (d + 2y \tan \frac{\theta}{2})^2\right)} \quad (4)$$

联立(3)和(4)得到式(5),

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1}{4}\pi d^2 v_1 \rho_1}{\rho_0 \frac{v_0^2}{v_1} \frac{(d + 2y \tan \frac{\theta}{2})^3}{d}} \quad (5)$$

积分(5)式可得穿透深度  $y$  与流向距离  $x$  的关系式(6) (其中动量  $q = \rho v^2$ , 射流与来流动量分别用  $q_1$ 、 $q_0$  表示, 坐标原点在喷孔中心, 即  $x(0) = y(0) = 0$ ),

$$\left(\frac{y}{d}\right)^4 + 2\left(\frac{y}{d}\right)^3 \frac{1}{\tan \frac{\theta}{2}} + \frac{3}{2}\left(\frac{y}{d}\right)^2 \frac{1}{\tan^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{d}\right) \frac{1}{\tan^3 \frac{\theta}{2}} - \frac{\pi}{8} \left(\frac{x}{d}\right) \left(\frac{q_1}{q_0}\right) \frac{1}{\tan^3 \frac{\theta}{2}} = 0 \quad (6)$$

结合实验实际情况可知, 在  $x$  较小时,  $y$  已经迅速增大。当  $y/d$  的值慢慢变大的时候, 四次项、三次项将远远大于一次项和二次项的值。因此可以简化(6)式, 略去  $y$  的一、二次项, 并在四次项上乘以一个修正系数。

而扩散角  $\theta$  是一经验参数, 本文分别假设其为  $10^\circ$  和  $30^\circ$  进行分析讨论。下面首先假设  $\theta = 10^\circ$ , 则(6)式可简化为,

$$\left(\frac{y}{d}\right)^4 + 22.86\left(\frac{y}{d}\right)^3 - 586.41\left(\frac{x}{d}\right)\left(\frac{q_1}{q_0}\right) = 0 \quad (7)$$

横向射流实验中穿透深度的量级一般在 20mm 左右, 而喷孔直径为 0.5mm, 因此修正(7)式中的四次项时考虑  $y/d$  在 0 到 50 范围之内曲线的相符程度即可, 对比图如图 5 所示。

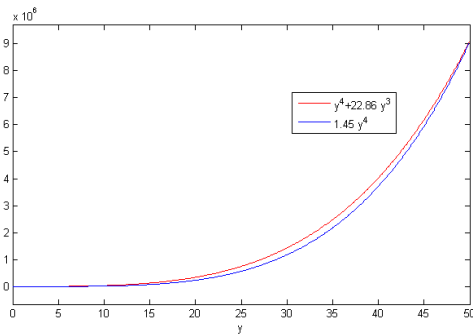


图 5 修正四次项系数( $\theta = 10^\circ$ )

因此, 式(7)可进一步近似简化为,

$$1.45\left(\frac{y}{d}\right)^4 - 586.41\left(\frac{x}{d}\right)\left(\frac{q_1}{q_0}\right) = 0 \quad (8)$$

最终得到解,

$$\frac{y}{d} = 4.4845\left(\frac{x}{d}\right)^{0.25}\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{0.25} \quad (9)$$

假设  $\theta = 30^\circ$ , 可以得到与式(9)形式类似的结果式(10)。

$$\frac{y}{d} = 2.0309\left(\frac{x}{d}\right)^{0.25}\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{0.25} \quad (10)$$

对于简化模型得出的结果式(9)和式(10), 可以得出以下四点结论:

- 1) 穿透深度和流向距离均采用喷孔直径无量纲化, 并成正比关系;
- 2) 液态横向射流的穿透深度与射流与来流的动量比、流向距离成幂指数关系;
- 3) 由于模型采用了一系列简化, 无量纲流向距离与动量比的指数不一定相同, 可推测其指数可能较为接近;
- 4) 半经验公式系数的差异与假设的扩散角的取值有关, 其合理性有待与实验数据相对比。

## 2 实验修正结果及分析

### 2.1 实验数据修正的半经验公式

由模型研究的结果可知, 射流的穿透深度与流向距离和动量比有关, 可写为如下形式,

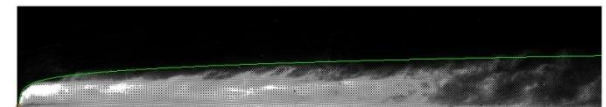
$$\frac{y}{d} = a_1\left(\frac{x}{d}\right)^{b_1}\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{c_1} \quad (11)$$

为验证模型半经验公式的准确性, 现利用马赫 2.5 冷态超声速来流中不同动量比 (射流动量/来流动量) 下水横向射流的实验结果对式(11)中的三个参数  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$  进行修正。

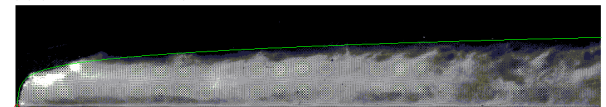
结合超声速气流中水横向射流的散射图像, 进行曲线拟合, 可得到实验修正半经验公式(12),

$$\frac{y}{d} = 5.36\left(\frac{x}{d}\right)^{0.2}\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{0.38} \quad (12)$$

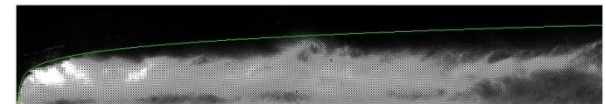
下面将实验修正的半经验公式(12)与不同动量比)下的实验图像进行对比, 图 6 显示了散射图像与实验半经验公式的吻合程度。



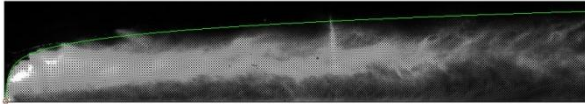
(a)(动量比: 2.94)



(b)(动量比: 6.40)



(c)(动量比: 9.75)



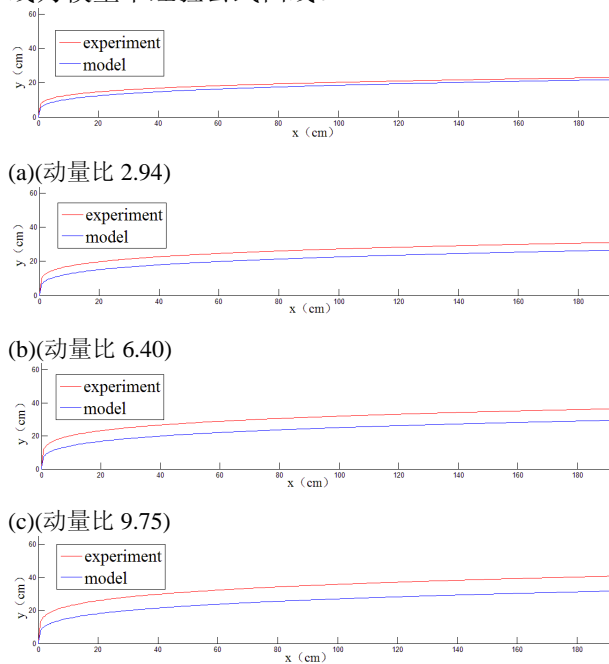
(d)(动量比: 13.12)

图6 实验散射图像与实验半经验公式曲线对比

可以看出,在不同动量比下,公式(12)所模拟的穿透深度在很长距离上都与实验结果吻合良好。因此,模型研究所得穿透深度关系式在形式上具有合理性,但相应项的参数与实验修正结果存在一定差异。

## 2.2 模型与实验半经验公式的对比

为进一步考察模型研究的适用性,下面将不同动量比(2.94、6.40、9.75、13.12)下模型半经验公式(9)和实验半经验公式(12)的曲线图像进行对比。如图7所示,其中红线为实验半经验公式曲线,即为图6中所示的绿线,而蓝线为模型半经验公式曲线。



(d)(动量比 13.12)

图7 不同动量比下模型与实验半经验公式的对比

由图7可以看出,模型半经验公式(9)在动量比较小时,与实验修正半经验公式(12)较为接近。动量比增大,模型研究所得的半经验公式低于实验数据修正的半经验公式。由式(10)的形式可以推断,模型公式(10)将与实验修正

的式(12)存在更大的偏差。

这是因为,随着射流与来流的动量比增大,射流的扩散作用将会更加明显,实际射流的发展将不能采用模型研究的相应近似;同理,扩散角越大代表扩散作用越明显,模型假设不再能反应实际问题,因而式(10)存在更大的偏差。此外,可以在实验散射图6中看到,动量比较高时,射流将会明显抬离壁面,使得其穿透深度高于模型预测值。

## 3 结论

本文对横向射流穿透深度的计算建立简单模型,并通过简化假设得到模型半经验公式;利用模型半经验公式的形式,结合超声速气流中水横向射流散射图像,得到实验修正的半经验公式,并与模型半经验公式进行对比,可以得到如下结论:

1) 对超声速来流下横向射流进行简化建模,可以推导出射流穿透深度的半经验公式。采用喷孔直径作为无量纲参数,发现无量纲穿透深度与无量纲流向距离以及射流与来流的动量比成正比;

2) 根据模型研究所得半经验公式的形式,可以通过实验进一步修正公式系数,从而得到与实验结果吻合较好的实验半经验公式;

3) 对模型和实验的半经验公式的曲线分析表明:在低动量比下两者较为接近,而随着动量比的增大,模型半经验公式的结果低于实验结果,这是由于模型近似忽略了射流的破碎雾化等现象,而这些因素随着动量比的增大而变得更加明显。

## 参考文献

- 1 Lin KC. Structures of water jets in a mach 1.94 supersonic crossflow. AIAA 2004-971-348.
- 2 Gruber MR, Nejad AS, Chen TH, et al. Transverse injection from circular and elliptic nozzles into a supersonic crossflow. J Propul Power 16(3): 449-457.
- 3 Leong MY, McDonnell VG, Samuels en GS. Effect of ambient pressure on an airblast spray injected into a crossflow. J Propul Power 17(5):1076-1084.
- 4 Perurena JB, Asma CO, Theunisseu R, et al. Experimental investigation of liquid jet injection into Mach 6 hypersonic crossflow. Exp Fluids, 2009, 46:403-417.

5 S.I. Baranovsky, and J.A. Schetz. Effect of Injection Angle on Liquid Injection in Supersonic Flow. AIAA 1979-383-368.

6 Joshi PB, Schetz JA. Effect of Injector Shape on Penetration height and Spread of Liquid Jets. AIAA 1975-60518-692

## DERIVATION AND CORRECTION OF SEMI-EMPIRICAL EQUATION FOR PENETRATION HEIGHT OF TRANSVERSE JET IN SUPERSONIC FLOW

Tian Lu<sup>1</sup>, Li Changliang<sup>1</sup>, Chen Lihong<sup>1</sup>

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

**Abstract** This paper used simplified model to investigate the penetration height of transverse jet in supersonic flow based on the basic principle of momentum exchange. According to the form of semi-empirical equation gained by the model study, coefficients were corrected by the experiment of transverse water jet in different conditions. Then comparison between these two semi-empirical equations was conducted. The results showed that the penetration height of transverse liquid jet was related to the distance from the injector and the momentum-flux in room temperature. Besides the semi-empirical equation gained by the model study is close to the experimental one in low momentum flux. However, with the increasing of the momentum-flux, the model result would be much lower.

**Key words** supersonic mixing, momentum exchange, semi-empirical equation, penetration height