

超声速平板绕流激波与边界层相互作用研究

李晓鹏¹, 李帅辉¹

(1 中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室(筹), 北京海淀区 100190)

摘要 本文采用直接数值模拟(DNS)的方法, 在等温壁和绝热壁两种典型的边界条件下, 分析了超声速平板绕流的激波层结构, 对两种边界条件下激波层的差异做出了物理解释。此外, 发现了等温壁边界条件下, 流场内存在一条最大温度线, 其位置基本不随来流马赫数的变化而变化。而且, 在这条最大温度线上, 流场量出现令人惊奇的震荡和跳跃。最后, 在等温壁边界条件下, 考察了壁面温度对激波层结构的影响, 特别是对最大温度线的影响, 并由此揭示等温壁边界条件和绝热壁边界二者的本质联系。

关键词 直接数值模拟; 超声速平板绕流; 等温壁; 绝热壁

引言

自 1904 年德国空气动力学家普朗特提出边界层概念以来, 无论是在对物理现象的研究分析上还是在工程应用上, 边界层概念都发挥了很大的作用。而对边界层理论的研究也一直在进行。其中, 比较经典的一个问题是, 零攻角

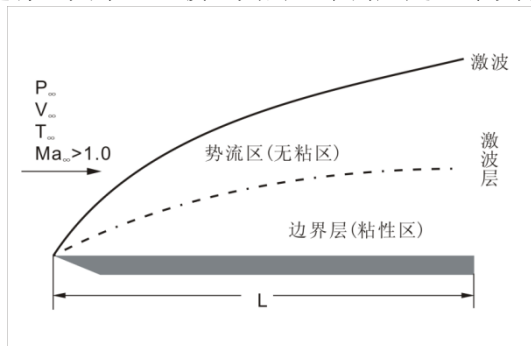


图 1 超声速平板绕流示意图

下流过平板的二维粘性超声速流动——超声速平板绕流问题。虽然其几何条件简单, 但却没有解析解。在做出一些限制性假设, 如不可压、定常流动、无粘等, 布拉休斯给出的解在一定程度上可以满足工程应用的需要。但随着来流马赫数的增大, 来流在平板前缘激起强烈的激波, 这时候在壁面附近有激波和边界层的相互作用, 使整个流场结构变得复杂起来, 随之而来的是比较激烈的气动加热效应。对于做超声速飞行的飞行器, 不仅要考虑激波带来的阻力, 还要考虑飞行器蒙皮所能承受的最高温度。因此, 通过数值模拟直接求解二维 NS 方

程, 理清激波和边界层的相互作用也具有实际意义。

1 数值方法

本文的控制方程为二维 NS 方程组, 粘性系数采用 Sutherland 公式, 热传导采用傅里叶定理, 并假定普朗特数为常数, 令 $Pr=0.71$ 。在数值计算中, 采用比较适合计算双曲型控制方程的 MacCormack 格式, 在空间和时间上, 全流场达到二阶精度。平板长度设为 1mm, 网格规模 70×70 , x 方向和 y 方向的网格大小分别为 $1.45 \times 10^{-7} \text{ m}$ 和 $1.19 \times 10^{-7} \text{ m}$ 。此外, 根据 CFL 稳定性条件, 时间推进步长为:

$$\begin{cases} v'_{i,j} = \max\left[\frac{4}{3} \frac{(\gamma \mu_{i,j} / p_r)}{\rho_{i,j}}\right] \\ \Delta t = \min[K(\Delta t_{CFL})_{i,j}] \end{cases}$$

其中, $a_{i,j}$ 为当地声速, 单位是 m/s

$$(\Delta t_{CFL})_{i,j} = \left[\frac{|u_{i,j}|}{\Delta x} + \frac{|v_{i,j}|}{\Delta y} + a_{i,j} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}} + 2v_{i,j} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1}$$

2 边界条件

在边界条件处理上, 前缘点和物理平面的左边界及上边界采用超声速自由来流条件, 其中自由来流的声速、压力、温度为海平面值, 分别为 340.28 m/s, 101325.0 Pa, 288.16K, 右

边界采用超声速出流条件，壁面在速度上采用无滑移条件，温度上分别考虑等温壁和绝热壁两种边界条件。

3 计算结果及分析

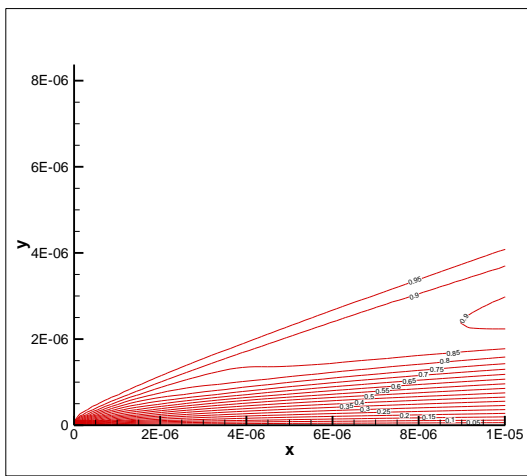
3.1 自由来流 Ma 为 4.0

给定程序终止的条件是，在一个时间步后，如果所有网格点上的密度变化都不超过 1.0×10^{-8} 时，即认为解已经收敛。首先给出在自由来流马赫数为 4.0 时，等温壁边界条件（壁面温度 T_w 为 300K）和绝热壁边界下超声速平板绕流激波层的结构及分析。

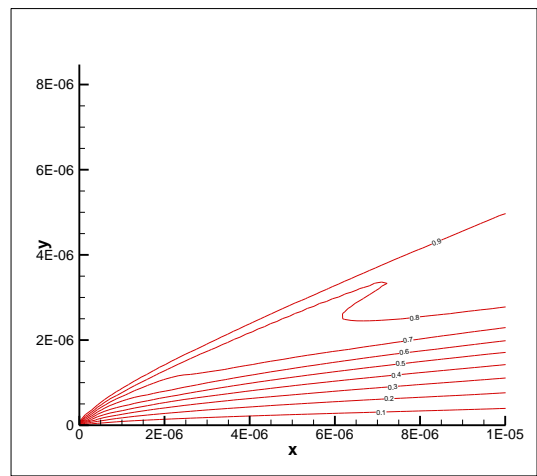
度、更大的压力，同时也意味着有更低的密度分布。

这可以从物理上解释。在实际流动中，绝热壁与等温壁相比，边界层内温度升高。绝热壁的壁面温度通常比等温壁高很多，从而导致较低的密度分布和更厚的边界层。因此，产生了更强的前缘激波。更强的激波反过来引起激波层内压力增大。此外，激波层内流体温度升高也使得压力增大。

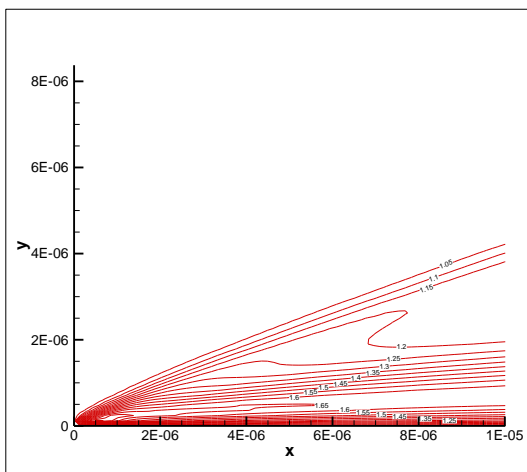
同样地，从细节上考虑，由图 3 可以看出，在平板后缘，绝热壁有增大激波层内压力的趋势。绝热壁时，过激波的压力跳跃比等温



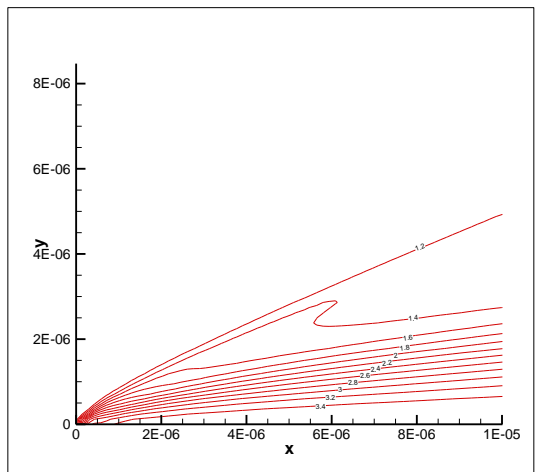
(a) Mach Number of Isothermal Wall



(b) Mach Number of Adiabatic Wall



(c) Temperature of Isothermal Wall



(d) Temperature of Adiabatic Wall

从图 2 可以看出，与等温壁相比，绝热壁有更厚的激波层，而且激波层内有更高的温

壁高约 35%，表明来流穿过了一个更强的激波；而且，绝热壁发生压力跳跃的位置也高于

图 2 自由来流的声速、压力、温度及马赫数分别为 340.28 m/s, 101325.0 N/m², 288.16K, 4.0 时，全流场的马赫数分布

等温壁，这从另一个角度说明绝热壁时激波层的厚度更大，激波更强烈。

此外，从图 2 和图 3 可以看出，不管是在等温壁边界条件下还是在绝热壁边界条件下，

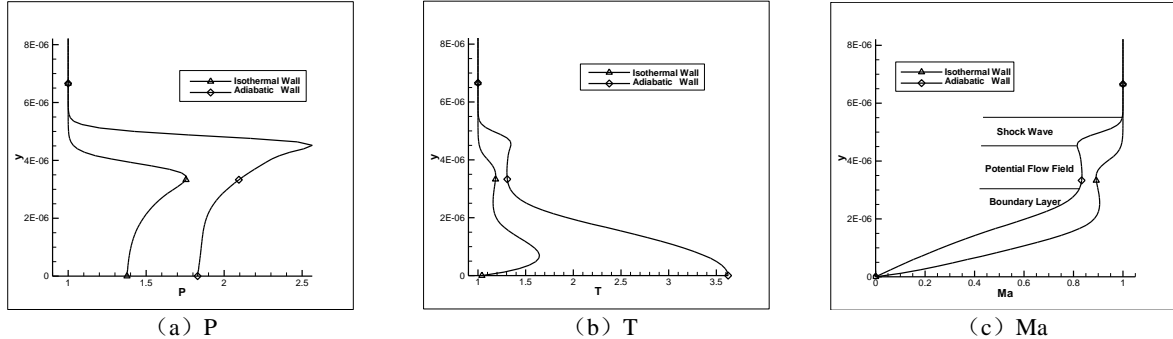


图 3 自由来流的声速、压力、温度及马赫数分别为 340.28 m/s, 101325.0 N/m², 288.16K, 4.0 时，平板后缘的压力 P、温度 T 及马赫数 Ma 分布

激波层由三部分组成（图 3 (c) 所示）：激波、势流区和边界层。在自由来流马赫数为 4.0 的情况下，三者之间的区分也比较明显。

此时，如果按照传统的边界层定义（即某个 y 处的速度达到层外自由流速的 99% 时，这一点到物体表面的距离称为边界层在该点的厚度，记为 δ ），不仅不能得到正确的边界层厚度，还会忽略激波层内复杂的流场结构和热效应。此外，同时也可以看出，通常使用的边界层内压力梯度为零的假设也是有问题的。

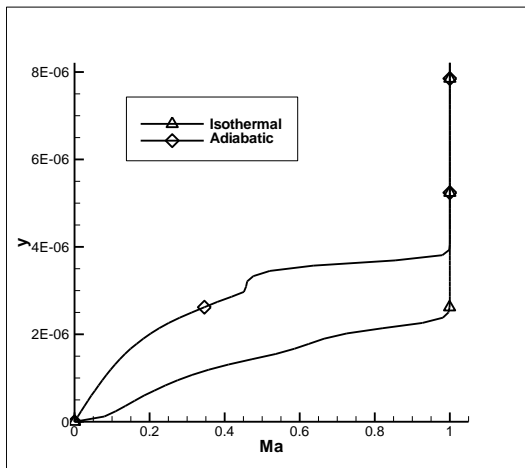


图 4 自由来流的马赫数为 14.0 时，平板后缘的马赫数 Ma 分布

图 4 给出了来流 Ma=14.0 时平板后缘的马赫数分布。与马赫数为 4.0 相比，马赫数分布有着明显的不同。此时激波层内几乎全是粘性流动，这是高马赫数和低雷诺数共同产生的效应。

3.2 等温壁温度效应

图 5 给出了在等温壁边界条件下，壁面温度为 300K，来流马赫数从 4.0 到 24.0 变化时，平板后缘的温度分布变化情况。从中很容易看

出，平板后缘最大温度所处的位置不随来流马赫数而变化，而是几乎固定在同一位置上。这是一个令人感兴趣的位置。我们把每一个截面最大温度所在的位置用线连接起来，暂且称其为最大温度线。

在我们的计算区域内，从前缘点开始，激波层随着水平坐标的增长逐渐变厚，由此预期，每一个截面上最大温度所处的位置——即最大温度线，也应该以某种方式随着激波层厚度的增加而变化。

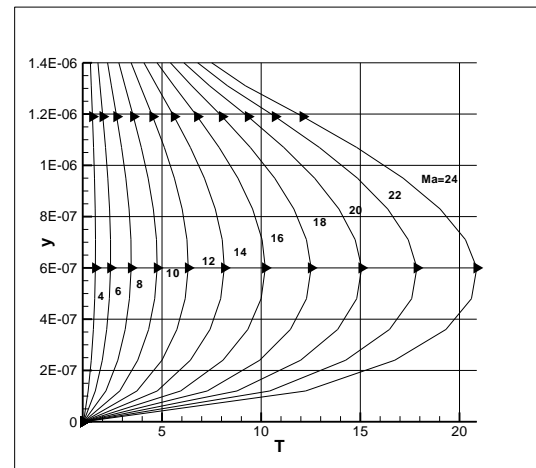


图 5 等温壁边界条件下，壁面温度 T_w 为 300K 时，平板后缘温度分布随来流马赫数的变化

图 6 给出了来流马赫数为 4.0 时的最大温度线，以及最大温度线上物理量的变化情况。让人惊讶的是，最大温度线竟然以台阶的方式向前延伸，并且每一级台阶有变长的趋势（最

后一级台阶的长度小于倒数第二级，这可能受到所选择计算区域大小的限制)。在最大温度线上，各个流场参量，如压力 P 、温度 T 、马赫数 Ma 等，都随着台阶做着跳跃和振动。

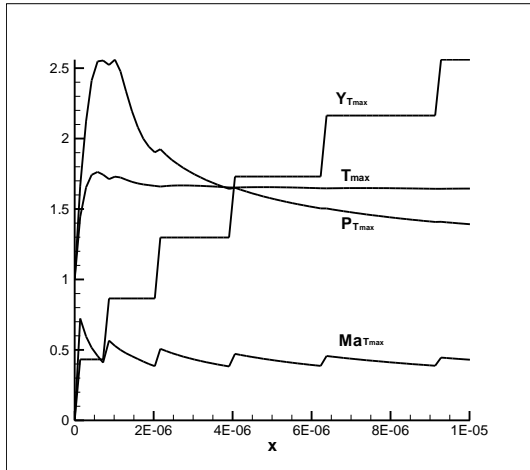


图6 自由来流马赫数为 4.0, T_w 为 300K 时的最大温度线及其上物理量分布

由于前缘激起的强烈激波的作用，在前缘后 4、5 个网格点的位置（这个位置可能是流过激波后首个网格点的位置，可以通过壁面压力

的最大值所处位置验证，这里不再给出 P 沿壁面的分布图），温度迅速上升到最大值。稍后，由于流动和热传导，最大温度值稍有下降。后面，由于流体的粘性摩擦加热作用，最大温度的值基本不随水平坐标变化。至于马赫数 Ma 和压力 P 发生的剧烈的有节奏振动的具体原因，还需进一步的研究。

至此，还没有给出最大温度线的解释。下面对其做出说明。

图 7 给出了壁面温度 $T_w=300K$ ，自由来流马赫数分别为 4.0、12.0、20.0 时平板后缘的温度 T 、压力 P 和马赫数 Ma 的分布情况。从中可以看出，随着来流马赫数的增加，边界层的厚度基本不变，激波层变薄主要是由于势流层变薄造成的。此外，也发现，最大温度出现在边界层中心附近位置。

图 8 给出了壁面温度为 $T_w=300K$ 时，最大温度线随来流马赫数的变化情况。可以看出，最大温度线的结构基本和马赫数为 4.0 时相同，且在全流场坐标中，在 y 方向上，最大温

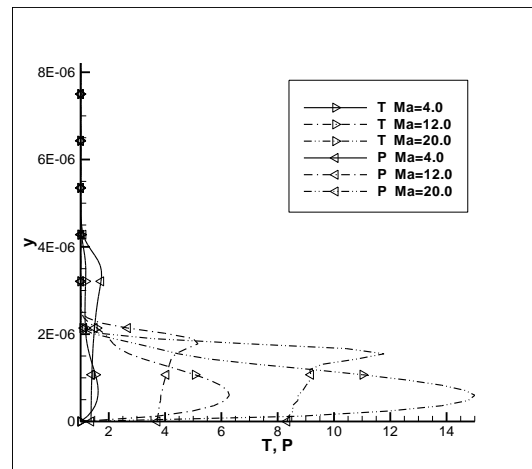
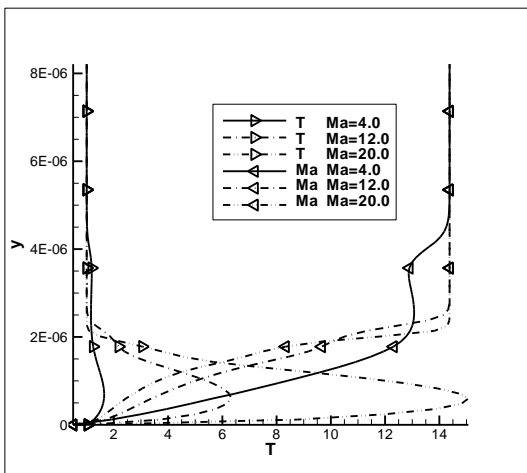
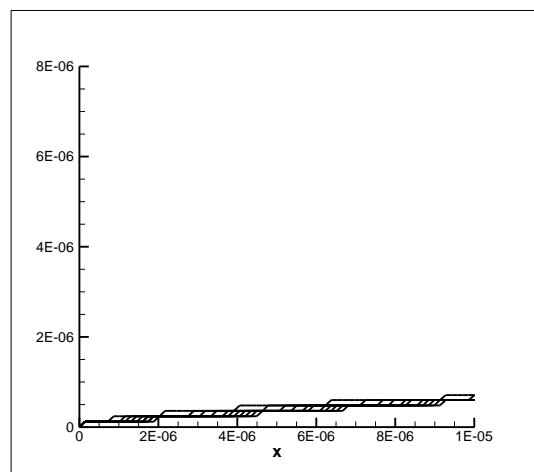
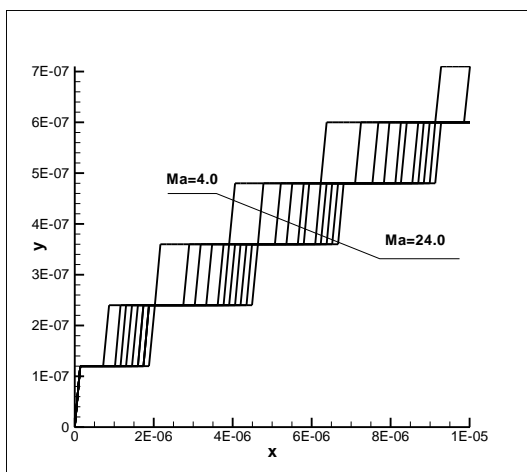


图7 T_w 为 300K，自由来流马赫数分别为 4.0、12.0、20.0 时平板后缘的物理量分布



(a) 局部放大坐标

(b) 全流场坐标

图8 T_w 为 300K 时，最大温度线随来流马赫数的变化

度线分布在一个比较狭窄的范围内。这从另一个角度验证了前面的观点,即随着来流马赫数的增加,边界层厚度基本不变,而最大温度线大致分布在边界层的中心附近。

3.3 壁面温度对等温壁边界的影响

图 9 给出了等温壁边界条件下壁面温度 T_w 分别为 300K、500K、800K, 自由来流马赫数 Ma 从 4.0 到 24.0 变化时, 相关流场物理量的变

生的前缘激波也更加强烈。图 11 给出了 T_w 对最大温度线的影响, 壁面温度的升高使得最大温度线向壁面靠近, 而且台阶的长度变得更长。让人感兴趣的是, 如果继续增大壁面温度会产生怎样的结果。

图 12 给出了壁面温度为 1000K, 自由来流马赫数为 4.0 时全流场的温度分布。与图 2 比较发现, 其结构与 T_w 为 300K 的等温壁边界条

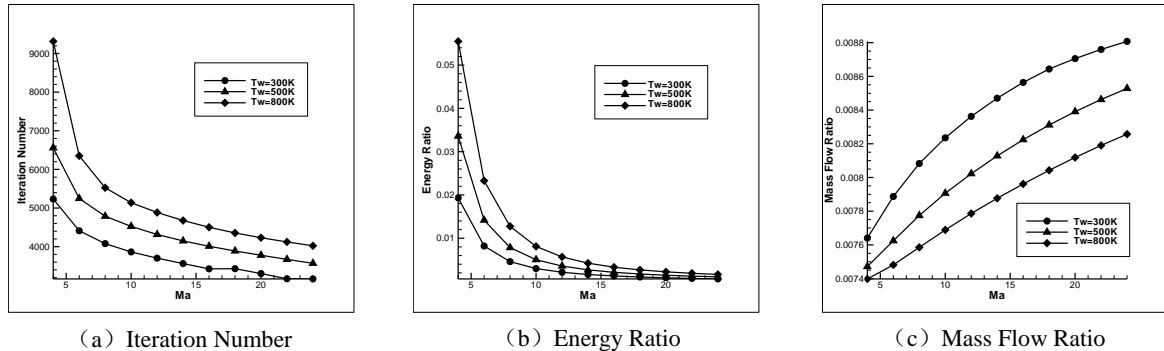


图 9 等温壁面温度 T_w 的影响

化情况。从中可以看出, 温度越高, 需要越大的迭代次数, 即流场达到定常流动需要更长的时间。此外, T_w 从 300K 变为 800K, 出口和入口处的质量流量的变化率变小 (均小于 1%, 说明数值结果是有效的), 但能量变化率

件时有较大差别, 反而与绝热壁边界条件下的温度分布图类似。这种类似不仅仅表现在流场结构上, 在最大值等方面也是相同的。

从细节上来考虑, 图 13 显示了自由来流马赫数为 4.0 时, 绝热壁边界条件与壁面温度 T_w

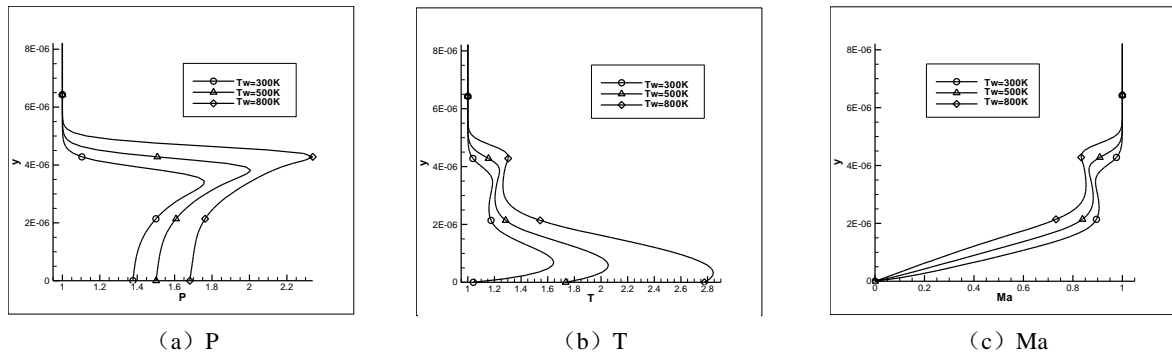


图 10 等温壁面温度 T_w 的影响: 自由来流马赫数 $Ma=4.0$ 时平板后缘的流场量

却变大, 这可能是由于在较高的壁面温度影响下, 流场内部发生了更加剧烈的动能交换和热传递, 同时也伴随着更大的能量损失。

图 10 显示, 在自由来流马赫数为 4.0 时, 增大壁面温度, 使得激波层和边界层变厚, 产

为 1000.0 的等温壁边界条件后缘流场参量分布。从中可以看出, 二者的流场结构是如此的相似, 以至于平板后缘的马赫数分布几乎完全一致。

出现这种情况不难理解。绝热壁边界条件下，由于壁面显著的加热效应，在 y 方向上，最大温度发生在壁面。如果对与某一特定的自由来流马赫数，给定等温壁边界条件时，指定的壁面温度恰好是该来流马赫数下绝热壁的壁面温度（此温度比等温壁最高温度高很多，见图 3），这时候，在等温壁边界条件下发生的

热壁边界条件之间本来是没有实际意义上的差异性的，对二者的区分只不过是计算为了方便，当给定合适的条件后，我们完全可以用一种边界条件来模拟另外一种边界条件的结果。

表 1 给出了自由来流马赫数从 4.0 变化到 14.0 时，在平板后缘无量纲最大温度的值。在实际的应用中，在绝热壁边界条件下，壁面温

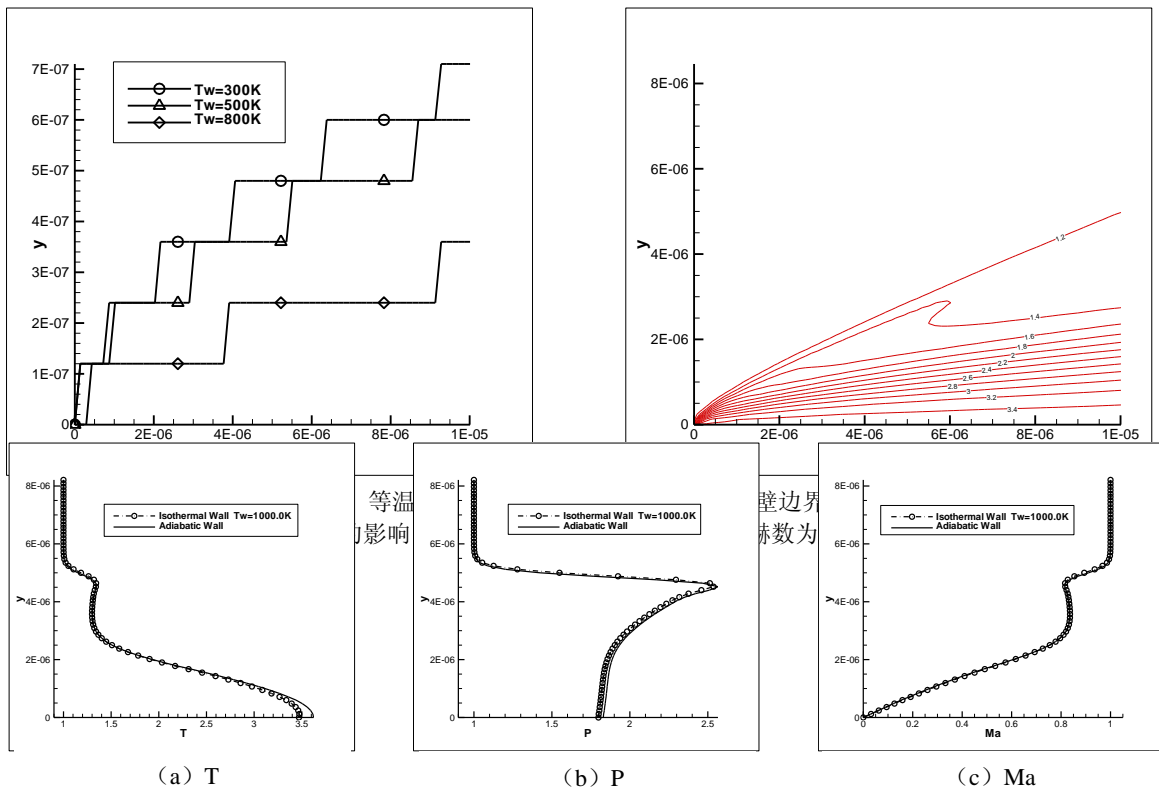


图 13 自由来流马赫数为 4.0 时，绝热壁边界条件与壁面温度 T_w 为 1000K 的等温壁边界条件后缘流场参量比较

热传导差不多是从壁面向外部传导的（从高温区向低温区传导），这和绝热壁边界条件是一致的，在其他边界条件相同的情况下，此时在等温壁边界条件下所得的结果必然和绝热壁边界条件是一致的。

在本例的计算中，给定的等温壁壁面温度 1000K 非常接近绝热壁的壁面温度，因此使得二者有比较相似的流场结构和流场量分布。

这也启发我们，其实等温壁边界条件和绝

度是沿 x 方向变化着的，因此，如果仅仅按照表 1 给定等温壁壁面温度来模拟绝热壁边界下的流动是不恰当的，特别是在来流马赫数比较大的时候，前缘点附近区域存在着一个快速的升温过程，如果直接使其达到很高的温度，会造成数值计算的不稳定，以致得不到正确的解。

图 14 给出了在等温壁边界条件下，平板后缘最大温度随来流马赫数的变化情况。可以看

表 1 平板后缘最高温度随来流马赫数 Ma 的变化：绝热壁边界条件和壁面温度为 300K 的等温壁边界条件

Ma		4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0
T_{max}	Adiabatic Wall	3.62	6.84	11.32	17.09	24.14	32.46
T_{max}	Isothermal Wall	1.65	2.40	3.44	4.75	6.32	8.14

出,在不同的壁面温度下, $T(Ma)$ 曲线的形状基本保持一致,只是随着壁面温度的升高,做了向 y 方向的平移。

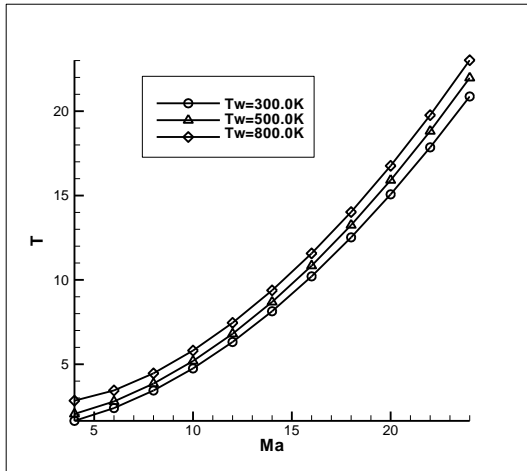


图 14 等温壁边界条件下,平板后缘最大温度随来流马赫数的变化的分布情况

3.4 绝热壁

而对于绝热壁,在壁面强烈的气动加热作用下,结合前缘激波的升温效果,在每一个流场截面,最大温度出现在平板壁面(即 $y=0$ 的位置)。此外,在壁面附近,有较大的温度梯度,而且温度分布曲线的切线与物面垂直,然后沿 y 快速递减。图 15 给出了绝热壁边界条件下平板后缘的温度分布,仅作对比。

需要注意的是,在飞行器的设计过程中,必需考虑蒙皮所能承受的最高温度。一般说来,飞行器蒙皮不是绝热或等温的,因此必需结合经验和参考数值计算结果,选择合适的材料作为蒙皮。

4 结论

本本文详细讨论了等温壁、绝热壁两种边界条件下超声速平板绕流激波层结构的差异,并给出了物理解释。

在等温壁边界条件下,探讨了流场内最大温度线的存在性,对其位置和上面流场参量的变化情况做了分析。

此外,还讨论了壁面温度 T_w 对等温壁边界条件下的激波结构的影响,发现壁面温度的升高使得最大温度线向壁面靠近,并使得流场结构趋向于绝热壁。由此可知,当给定合适的条件后,如壁面温度分布,等温壁和绝热壁两种边界条件可以相互模拟。同时,不同的壁面

温度也影响流场内最大温度值的大小,而这种影响是有规律可循的。

在最后,简单介绍了不同来流马赫数下绝

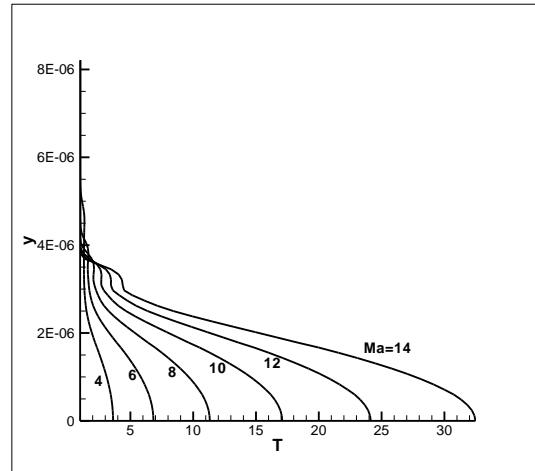


图 15 绝热壁边界条件下,平板后缘的温度分布随自由来流马赫数的变化

热壁的后缘温度分布曲线。对飞行器蒙皮所能承受的最大温度的数值计算中,由于等温壁和绝热壁边界条件上本质上的统一,可以结合飞行器的具体参数,如飞行高度、飞行马赫数以及预期飞行器表面所能达到的最高温度等,选取适当的温度边界条件进行核算。

参考文献

- 1 MacCormack R W. Numerical Solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer. Lecture notes in Physics, 1971, 8:151-163.
- 2 吴望一. 流体力学[M]. 北京大学出版社, 1982.
- 3 钱翼稷. 空气动力学[M]. 北京航空航天大学出版社, 2004.
- 4 张涵信, 沈孟育. 计算流体力学——差分方法的原理和应用[M]. 国防工业出版社, 2003.
- 5 约翰 D. 安德森 (John D. Anderson) 著. 吴颂平、刘赵淼译. 计算流体力学基础及其应用[M]. 机械工业出版社, 2007.
- 6 闫超. 计算流体力学方法及应用[M]. 北京航空航天大学出版社, 2006.

Numerical Simulations of Interaction Between the Boundary Layer and the Oblique Shock Wave on Supersonic Flow over a Flat Plate

LI Xiaopeng¹ LI Shuaihui¹

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

Abstract The flow field of supersonic flow over a flat plate develops to be complicated because of the intersections between the bow shock grow from the flat plate front and the boundary layer, resulting in the problem very interesting. Physical interpretation in terms of the differences of the shock layer as a result of two different kinds of boundary conditions is given in the paper. What's more, the theory of the maximum temperature line has been developed as a positive attempt to explain the shock layer under the isothermal wall boundary conditions. Then, the influence of the temperature in the flat plate on the shock layer has been checked, by which the relations between the isothermal wall boundary conditions and the adiabatic wall boundary conditions in nature are found out.

Key words DNS; supersonic flow over a flat plate; isothermal wall; adiabatic wall