

计算网格对高超声速流动模拟的影响

朱辉玉¹，孙泉华¹，樊菁¹

(1 中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室(筹)，北京海淀区 100190)

摘要 本文从高超声速流动中的层流流动模拟出发，分析了计算网格对气动力/热精确计算的影响。首先对 $25^\circ/55^\circ$ Double cone 算例进行网格独立性分析，得到了网格对流场结构的影响，然后对前台阶流动进行网格独立性分析，得到网格尺寸对前台阶流动的气动力/热的影响规律。结合其他算例的网格独立性分析，得到了高超声速流动精确计算所要求的网格独立性参数（网格雷诺数）的大小范围。另外并得到了网格放大比例的影响。通过反问题分析方法，人为的给定一个一维流场，通过分析，解释了计算网格如何影响高超声速流动气动力/热。同时也得到了网格放大比例的影响原因，在一定程度上提高了高超声速流动模拟的认识。

关键词 高超声速，气动力，气动热，网格独立性

引言

对于导弹、飞船返回舱、航天飞机，空天飞机等高超声速飞行器，由于长时间在大气中高速飞行，气动加热及热防护是整个飞行器成功与否的关键难题之一。同时，飞行器在近空间飞行时的雷诺数较近地飞行时小，摩擦阻力占总阻力的比例增大。因此准确预测飞行器的摩擦阻力也是个重要议题。然而目前大部分 CFD 计算都能较准确预测流场及飞行器表面压力即波阻，而对于表面热流和摩阻的预测存在很大困难。但是，大量实验和数值模拟表明，气动热以及壁面摩阻的预测目前仍存在很大的困难，预测准确度难以达到 10% 以内。Bertin 和 Cummings 就把高超声速流动气动热的精确预测列为计算流体力学 (CFD) 最具挑战性的难题之一^[1]。

高超声速流动的气动力/热数值模拟的本质在于通过数值模拟来预测真实飞行条件下飞行器所处的环境。然而大多数数值模拟通过求解离散的控制方程来获取相关流动的速度、温度场，从而得到飞行器的气动力/热参数，所获取的这些流动信息与实际环境有着密切的联系，但有时它们不尽相同。首先，数值模拟所依赖的物理或数学模型必须能够反映真实的飞行环境。对一个真实环境进行数理建模，不可避免的会或多或少的忽略某些物理细节，但这

些近似不能对所关心的问题产生明显的影响。其次，在物理模型或控制方程确定后，求解过程中的空间和时间离散对数值解也有明显的影响。一个比较明显的事实是，气动热的计算结果与所采用的计算网格密切相关^[2,3]。再次，数值过程中的时间空间离散总是有限的，在同一离散条件下，计算结果还与数值格式有关。有些格式对网格的依赖性小，计算结果的误差往往比较小^[3-8]。最后，气动力/热的计算还与几何外形（如表面粗糙结构等）的精确建模密切相关。实际飞行中还可能受到环境大气的波动影响，再加上其它一些未知的因素，要精确预测高超声速飞行气动力/热环境显然是十分困难的。

基于湍流模拟的困难性，本文主要从层流方面研究计算网格对高超声速流动的气动力/热精确计算的影响，寻找其影响规律。

1 计算方法

计算采用有限体积法求解层流 Navier-Stokes 方程。空间离散采用 MUSCL (Monotone Upstream Schemes of Conservation Laws) 格式，时间离散采用全隐式 LU-SGS 方法。粘性通量采用中心差分格式，采用通量限制器来达到高阶精度。

有限体积法求解的是积分形式的 NS 方程，即

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{Q} dv + \int_V \nabla \cdot \mathbf{F}_c dv = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F}_v dv$$

其中其中 \mathbf{Q} 为守恒向量, \mathbf{F}_x 、 \mathbf{F}_y 和 \mathbf{F}_z 分别为 x 、 y 和 z 方向的对流通量, \mathbf{F}_{vx} 、 \mathbf{F}_{vy} 和 \mathbf{F}_{vz} 分别为 x 、 y 和 z 方向的粘性通量。 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$, $\mathbf{F}_c = (\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z)$, $\mathbf{F}_v = (\mathbf{F}_{vx}, \mathbf{F}_{vy}, \mathbf{F}_{vz})$, V 为积分体积, dv 为体积微元。

气体状态方程采用理想气体状态方程

$$p = \rho RT$$

其中 p 为压力, ρ 为密度, R 为气体常数, T 为温度。

2 影响分析

高超声速流动的气动力/热的准确预测的基础是流场结构的准确计算, 如激波形状、位置、分离区的大小等。流场结构的准确计算是飞行器气动力/热准确计算的前提条件。

2.1 网格对流场结构的影响

计算网格对流场结构的影响很大, 不同网格尺寸下, 计算所得的流场结构相差很大。本文选取 $25^\circ/55^\circ$ Double cone 算例, 分析网格尺寸对其的影响。该算例是由 Holden M. S. 等人为了程序验证, 进行的一系列不同条件的实验并给出了实验结果^[9,10], 本文采用其 Run28 的实验条件进行计算。计算格式选取为熵修正为 0.05 的 Roe 格式, 其来流条件为: $Ma=9.59$, 来流雷诺数为 $Re = 130.9e3/m$, 来流密度

$$\rho = 0.6545e - 3 kg/m^3。$$

如图 1 中所示, 由于第一个 cone 产生了个附体激波, 第二个 cone 的角度更大, 产生了一个脱体弓形激波, 两个激波相互作用产生一个桥激波, 打在第二个 cone 上, 由于 cone 的结合以及桥激波, 产生了逆压梯度, 形成了大区域的分离流从而产生了分离激波, 分离激波与斜激波的相互作用, 又改变了斜激波与脱体弓形激波的相互作用, 反过来又影响着分离区的大小。桥激波打在第二个 cone 上面产生了很高的表面压力和热流。因此分离区的大小是评价流场结构是否计算准确的一个重要指标。

图 1 给出的是不同网格分布下, 计算所得的压力云图和回流区的涡结构, 从图中可以看

出, 不同网格设计下, 计算所得的激波的位置、回流区的大小, 以及回流区中的涡结构也差异很大, 其主要原因是在回流区中, 物理量梯度很大, 需要较多的网格才能准确计算出准确的涡结构。

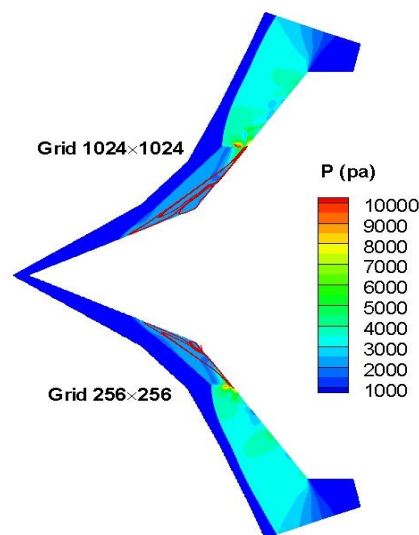


图 1 不同网格分布下的压力云图及涡结构

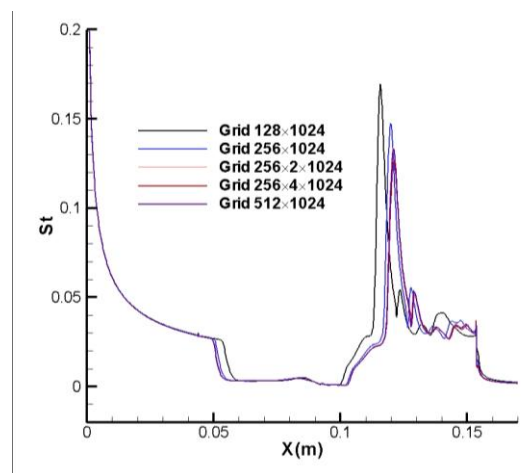


图 2 不同网格设计下的壁面热流

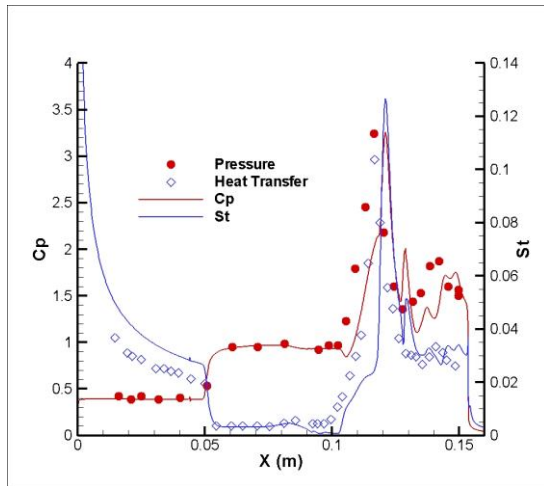


图3 网格独立性解与实验结果的对比

流场结构的不同直接导致壁面量的差异:

图2表示的是不同网格分布下, 计算所得的壁面热流 ($St = qw / \left(\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^3 \right)$), 从图中可以看出, 不同网格下, 计算所得到的分离区的大小相差很大, 从而导致不同的热流分布。随着网格的加密, 最后分离区的大小不再改变, 将网格独立性解与实验条件相比较, 如图3, 从图中可以看出计算所得的分离区偏大, 但是与Candler的计算结果几乎相同^[11], 这也从侧面上证明了计算的准确性。

2.2 网格对壁面量的影响

为了分析网格对壁面量的影响, 选取了一些外形简单即流场结构简单的算例。

选取前台阶流动为例子, 其相对简单的外形允许采用较密的网格, 便于分析网格的影响。为了简化物理问题, 计算选取单原子气体氩气, 台阶高度为10mm (2h, 采用对称边界条件, 台阶半高为h), 流动的努森数(Kn)为0.001(特征长度取为台阶高度)。来流马赫数 $Ma_{\infty}=10$, 来流温度 $T_{\infty}=200K$, 壁面温度 $T_w=1000K$, 来流雷诺数Re约为13000。计算采用无滑移、等温壁条件。

图4显示的是不同网格分布下前壁面上的压力系数分布。分析比较发现, 计算网格对壁面压力的影响很小。即使在很稀疏的网格下的计算误差也只有2%左右。因此只需要很少的网格就能把压力场计算准确。图5为半台阶中间处的压力系数随网格大小的变化。只是在网格较少时的压力预测稍有下降。但这种影响是很弱的。

图6显示的是不同网格计算下的前壁面摩擦系数的分布。可以清楚的发现, 壁面剪切力的计算对网格的依赖性很大, 不同网格计算得来的结果相差明显; 但随着网格的加密, 剪切力的计算逐渐独立于网格的尺度, 即达到了网格独立性要求。图7是半台阶中间处不同网格计算所得的摩擦系数。这里壁面剪切力的计算采用 $\tau_w = \mu_w (v_1 - v_w) / (x_w - x_1)$, 即线性近似。计算结果发现, 随着网格的加密, 剪切力逐渐增大, 在 $h/dx = 80$ 时接近于参考值; 但随着网格的进一步加密, 剪切力超过了参考值。实际上, 如果继续加密网格, 计算值趋向于一个固定值, 也就是网格独立性能够达到。

图8显示的是不同网格计算得到的前壁面的热流分布。可以清楚的发现计算所得的壁面热流值与计算网格尺寸的关系密切。但随着壁面附近网格的不断加密, 热流值逐渐独立于网格尺寸, 得到网格收敛解。图9清楚地显示了这种计算结果随网格尺寸的影响。可以发现, 热流随网格尺寸变化的规律与剪切力的规律类似, 只是热流超过参考值的幅度更大些。

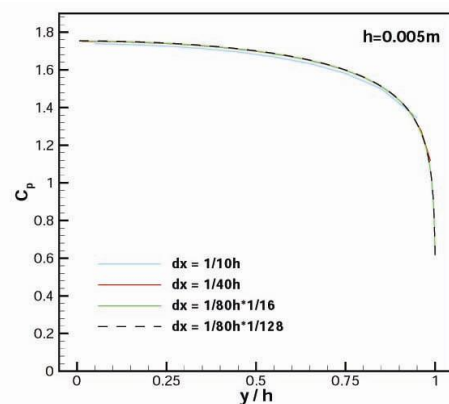


图4 不同网格下的前壁面的压力系数分布

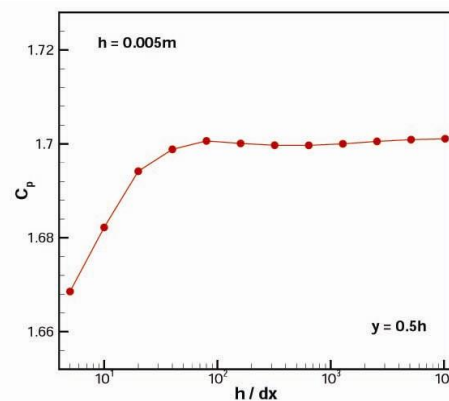


图 5 $y=0.5h$ 处计算网格对压力系数的影响

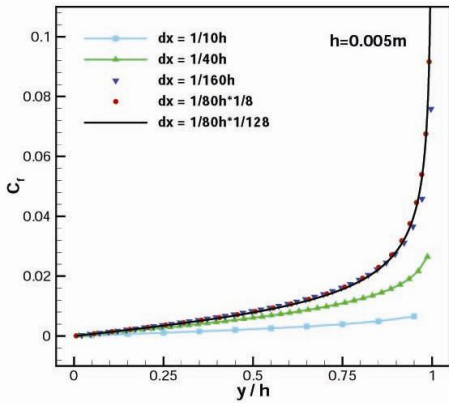


图 6 不同网格下的前壁面的摩擦系数分布

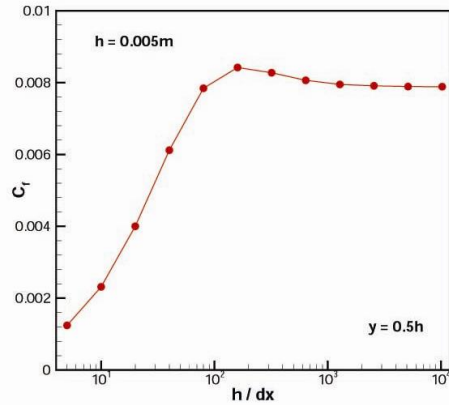


图 7 $y=0.5h$ 处不同网格分布的摩擦系数

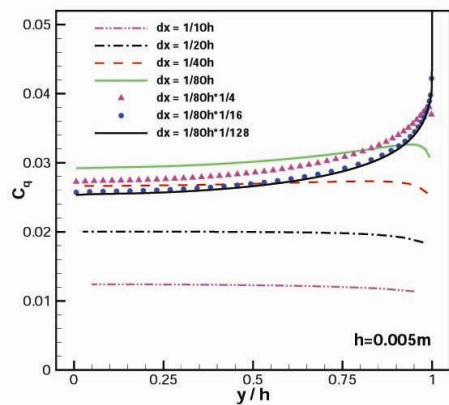


图 8 不同网格下的前壁面的热流分布

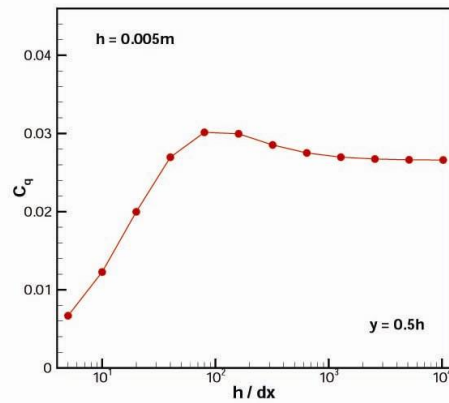


图 9 $y=0.5h$ 处不同网格分布的热流率系数

从前台阶流动例子得到了网格尺寸对气动力/热的影响规律，这种影响规律也适合于许多高超声速流动。图 10 为一些不同雷诺数条件下的前台阶、圆柱、圆球绕流问题中网格对气动热预测的影响结果，来流条件在表 1 中列出。其中网格的大小以近壁网格的法向尺寸计算的雷诺数来表示， $Re_{c-w} = \rho_w a_w \Delta y / \mu_w$ 。从图 10 可以看出，在壁面网格雷诺数小于 5 时，气动热的计算基本是正确的。这与文献中关于网格尺寸的要求是基本一致的^[2,3,12-15]。

表 1 来流参数表

外形	来流 Re 数	来流 Ma 数	壁面温度(K)	气体
Cylinder	1000	6	300	air
Cylinder	5000	6	300	air
Cylinder	10,000	6	300	air
Fore step	10,200	5.5	1000	air
Fore step	13,000	10	1000	Ar
Fore step	130,000	10	1000	Ar
Fore step	130,000	10	6000	Ar
Cylinder	30,000	4	500	air
Cylinder	52,500	7	500	air
Cylinder	666,000	4	500	air
Sphere	200,000	5.5	500	air

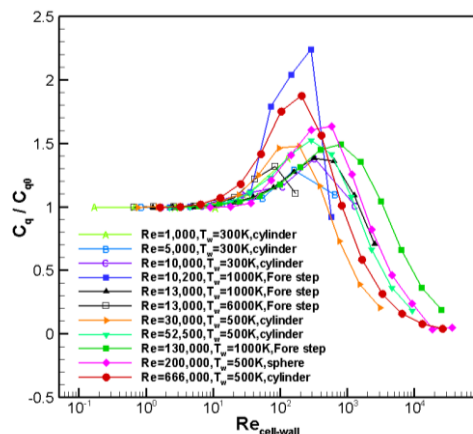


图 10 网格雷诺数对气动热预测的影响

由于准确计算气动力/热参数需要要求网格雷诺数很小，即需要很密的网格，如果计算域采用均匀网格的话，计算量则极大，为了减小计算量，人们一般在壁面附近等物理量梯度较大区域进行局部加密，从而带了网格非均匀性影响问题。网格的非均匀性对计算结果影响很大，大的相邻网格比例可能带来完全错误的计算结果。如对前台阶流动中保证壁面网格高度不变，网格雷诺数小于 5，采用不同的网格放大比例，计算所得壁面热流差异极大，如图 11 所示。因此仅仅用网格雷诺数来确定网格的设计是不够的，还需要考虑相邻网格的放大比例。

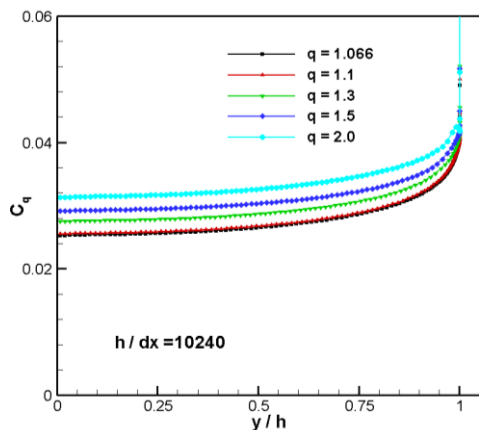


图 11 网格放大比例对气动热预测的影响

2.3 反问题分析

从之前内容可知，高超声速气动力/热的计算严重依赖于计算网格，要准确计算飞行器的气动力/热需要在壁面附近采用很密的网格，但是为什么需要这么密的网格的内在原因

还不清楚。众所周知，采用有限体积法求解 Navier-Stokes 方程来准确计算高超声速飞行器的气动力/热数据，其核心在于准确求解各个网格面上通量。但是计算中有着很多的影响因素影响通量的准确计算，如计算格式，计算网格等因素。作者设想，提供一个准确的流场，然后就能逆向分析各种影响因素如何影响通量的计算。由于多维流场的复杂性，本文给定一个一维流场，再分析各种因素在通量计算中影响。

采用温度壁面函数公式^[16,17]来给定温度剖面：

$$T(y) = T_w (cy + 1)^{\frac{1}{\omega+1}}$$

速度场由一个三次函数给定：

$$v(y) = ay + by^2 + cy^3$$

假设压力为常数：

$$p(y) = const$$

流场密度由状态方程给出：

$$\rho(y) = \frac{p(y)}{RT(y)}$$

其中：

$\omega = 0.7$ $y_c = 1, T_c = 4000K, T_w = 1000K$,
 $a = 0.5, b = 2, c = 1.5$ 。其温度、速度、压力的具体值的设定是根据前台阶流动中半台阶高度处 ($y=0.5h$) 壁面附近的真实流场分布给定的。其原因在于高超声速气动力/热的核心在于边界层的求解。

对于一维流动，粘性通量就退化为：

$$moment\ flux = \tau_{yy} \cdot 1 = \frac{4}{3} \mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$energy\ flux = v \cdot \tau_{yy} + k \frac{\partial T}{\partial y}$$

图 12-13 表示的不同网格尺寸下，计算所得的粘性动量和能量通量，可以看出网格尺寸对粘性通量计算的影响很大，当网格尺寸偏大时，计算所得的粘性动量通量偏小，计算所得的能量通量偏大。

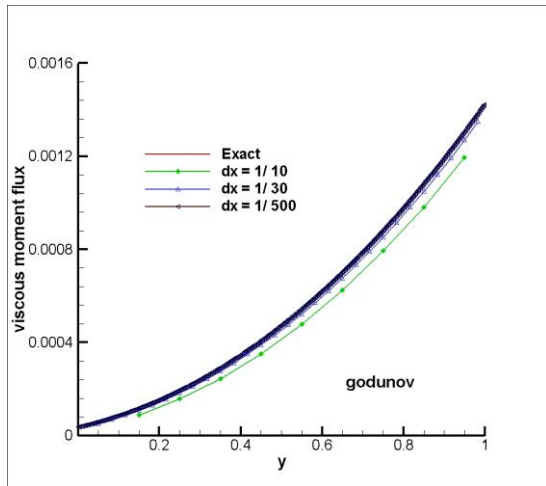


图 12 均匀网格下网格尺寸对粘性动量通量的影响

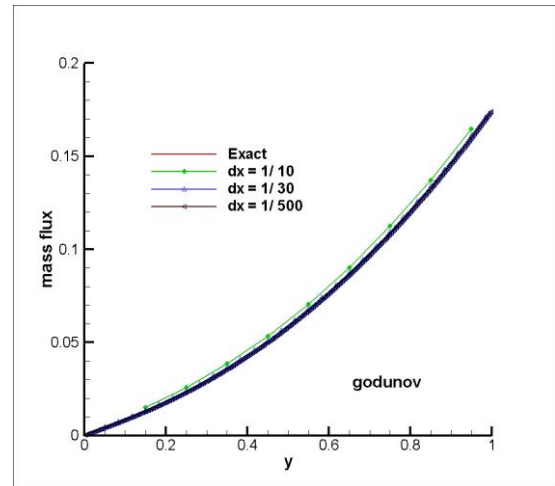


图 14 均匀网格下网格尺寸对质量通量的影响

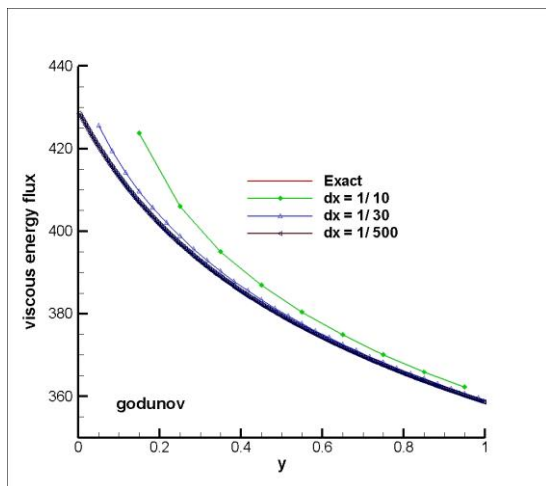


图 13 均匀网格下网格尺寸对粘性能量通量的影响

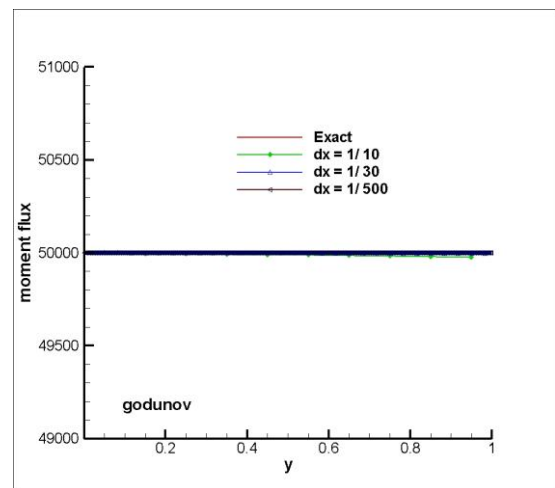


图 15 均匀网格下网格尺寸对动量通量的影响

一维流动的无粘通量可以表示为：

$$mass\ flux = \rho \cdot v$$

$$moment\ flux = \rho \cdot v^2 + p$$

$$energy\ flux = (\rho \cdot e + p) \cdot v$$

为了消除计算格式的差异所带来的误差，无粘通量的计算是采用精确 Riemann 解计算所得的，计算精度为一阶迎风。图 14-16 表示的是不同网格尺寸下计算所得质量通量、动量、能量通量。从图中可以看出，不同网格尺寸主要影响的是质量通量的计算，网格尺寸越大，计算所得的质量通量越大，而由于动量通量和能量通量中压力占主导地位，而压力在边界层内变化很小，因此网格尺寸对它们的影响很小。

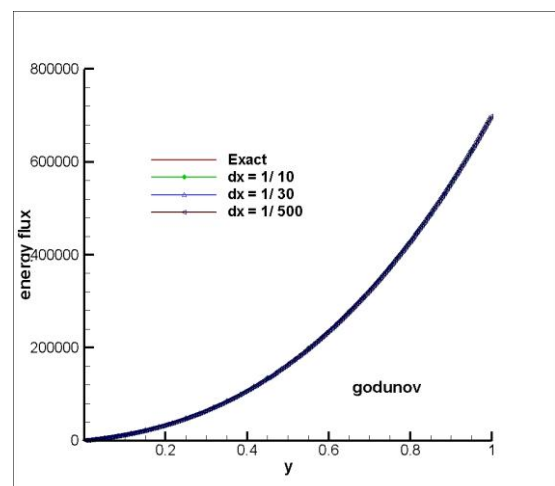


图 16 均匀网格下网格尺寸对能量通量的影响

通过上面的分析可以知道，由于高超声速边界层内物理量的变化剧烈，网格尺寸的大小不仅影响着粘性通量的计算，也影响着无粘通

量的计算, 从而影响着最后气动力/热的计算结果。比较无粘通量和粘性通量的数值, 可以看出, 无粘通量远大于粘性通量, 因此可以认为高超声速边界层的核心在于无粘通量的求解。

相邻网格放大比例是如何影响气动力/热的计算结果呢? 采用逆向分析, 比较不同网格放大比例下, 计算所得的无粘通量和粘性通量。如图 17-20 所示, 其中最小网格尺寸为 $1/30$, 无粘通量采用 Godunov 格式计算。如下图所示: 网格放大比例不仅影响着无粘通量的

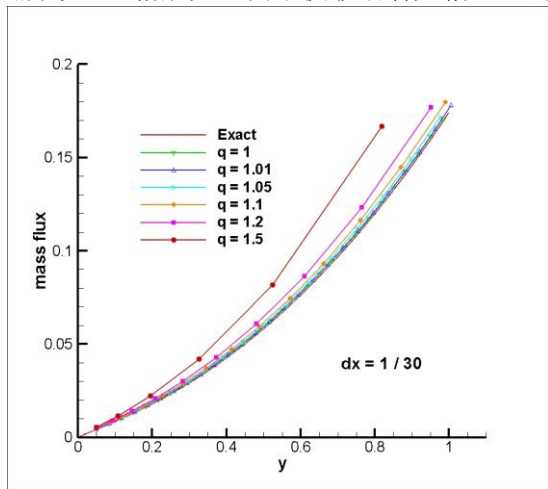


图 17 网格放大比例对质量通量的影响

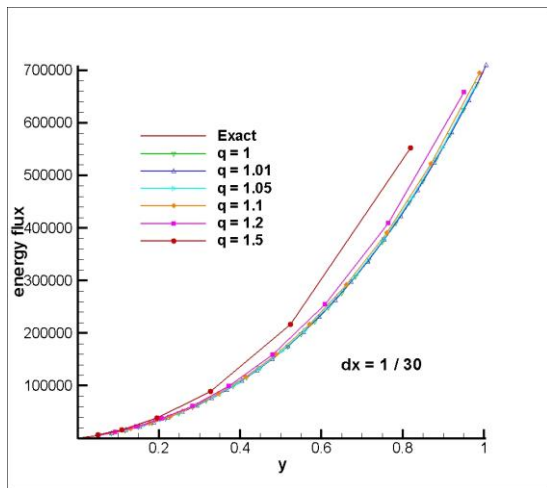


图 18 网格放大比例对无粘能量通量的影响

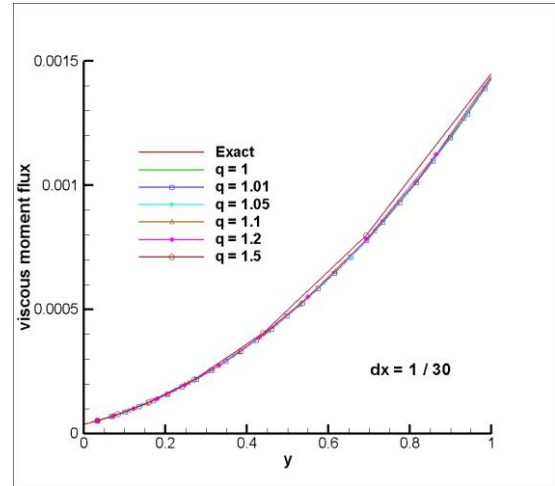


图 19 网格放大比例对粘性动量通量的影响

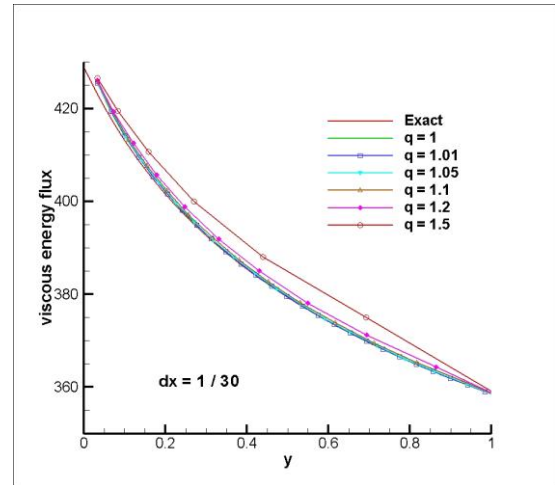


图 20 网格放大比例对粘性能量通量的影响

计算, 还影响着粘性通量的计算, 网格放大比例越大, 计算所得的无粘通量和粘性通量都偏大, 其主要原因是因为由于放大比例导致外部网格过大, 使得计算所得的网格面左右两边物理量差别很大, 导致无粘通量计算的误差, 同时, 网格尺寸过大时, 会使得计算所得的温度速度梯度偏大, 从而使得粘性通量偏大。

3 结 论

通过详细的网格设计, 分析到了网格对高超声速流动气动力/热数值计算的影响:

- 1、网格尺寸对流场结构有巨大影响, 流场结构的准确计算式气动力/热准确计算的基础;
- 2、通过网格加密是可以得到具有网格独立性的气动力/热结果;

- 3、网格尺寸对壁面热流和摩阻的影响规律是一致的: 随着网格尺寸的减小, 计算所得的壁面热流和摩擦力不断增加, 当网格尺寸减小到一定程度时, 计算所得的壁面热流和摩擦力达到峰值, 继续减小网格尺寸, 其值却不断减小, 最后达到收敛值即准确值;
- 4、通过逆向分析思路, 采用一维分析方法研究网格的影响: 网格尺寸不仅影响粘性通量的计算, 也影响着无粘通量的计算, 但是求解高超声速边界层的核心在于无粘通量的准确计算;
- 5、一般采用网格雷诺数来衡量壁面网格高度, 通过一系列算例的分析, 可以认为当网格雷诺数小于 5 时, 基本达到网格独立性解;
- 6、在实际网格设计时, 一般会在壁面附近进行局部加密, 从而出现相邻网格的非均匀性, 其也会影响气动力/热的计算结果。通过逆向分析方法, 发现当网格放大比例大于一定值时, 会使得计算所得的粘性通量和无粘通量都偏大;

参考文献

- [1] Bertin J. J., Cummings R. M., Critical hypersonic aerothermodynamic phenomena, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2006, 38: 129-157.
- [2] Hoffmann K. A., Difficulties associated with the heat flux computations of high speed flows by the Navier-Stokes equations, *AIAA-1991-467*, 1991.
- [3] Periklis Papadopoulos Ethiraj Venkatapathy, Dinesh Prabhu, Mark P. Loomis, Dave Olynick, Current grid-generation strategies and future requirements in hypersonic vehicle design, analysis and testing, *Applied Mathematical Modelling*, 1999, 23(9): 705-735.
- [4] Lee J. H., Rho O. H., Accuracy of AUSM+ scheme in hypersonic blunt body flow calculations, *AIAA - 1998-1538*, 1998.
- [5] Zhang X.D., Trepanier J.-Y., Reggio M., Benmeddour A, Camarero R, Grid influence on upwind schemes for the Euler and Navier-Stokes equations, *AIAA J*, 1996, 34(4): 717-727.
- [6] David R. O., Henline W. D., Numerical benchmarks for Navier-Stokes heating calculations on access to space vehicles, *AIAA-1995-2078*, 1995.
- [7] Hoffmann K. A., Papadakis M., Suzen Y. B., Aeroheating and skin friction computations for a blunt body at high speeds, *AIAA-1994-0455*, 1994.
- [8] Siddiqui M. S., Hoffmann K. A., Chiang S. A., Rutledge W.H, A comparative study of the Navier-Stokes solvers with Emphasis on heat transfer computations of high speed flows, *AIAA-92-0835*, 1992.
- [9] Holden M.S., Harvey J. K., Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layers and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow, Part A: Experimental Measurements, *AIAA 2001-1031*, 2001.
- [10] Harvey J. K., Holden M. S., Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layers and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow, Part B: Comparison with Navier-Stokes and DSMC Solutions, *AIAA 2001-1031*, 2001.
- [11] Candler G.V., Ioannis Nompelis, Marie-Claude Druguet, Navier-Stokes Predictions of Hypersonic Double-Cone and Cylinder-Flare Flow Fields, *AIAA 2001-1024*, 2001.
- [12] Hollis Brian R., Perkins John N., High-Enthalpy Aerothermodynamics of a Mars Entry Vehicle Part 2: Computational Results, *Journal of spacecraft and rockets*, 1997, 34(4): 457-463.

- [13] Francis A.G., Gregory M.B., William A.W., Measured and computed hypersonic aerodynamic/aeroheating characteristics for an elliptically blunted flared cylinder, AIAA-2001-0562, 2001.
- [14] Klopfer G. H., Yee H. C., Viscous hypersonic shock-on-shock interaction on blunt cowl lips, AIAA-1988-0233, 1988.
- [15] Weilmuenster K. James, Gnoffo Peter A., Solution strategy for Three-Dimensional Configurations at hypersonic speeds, Journal of spacecraft and rockets, 1993, 30(4): 385-394.
- [16] Quanhua Sun, Huiyu Zhu, Gang Wang, Jing Fan, Effects of mesh resolution on hypersonic heating prediction, Theoretical & Applied Mechanics Letters 1, 022001, 2001.
- [17] 孙泉华, 朱辉玉, 胡远, 王刚, 樊菁, 高超声速前台阶绕流的计算分析, 第二届高超声速科技学术会议, 2009, CSTAM 2009-0050.

Effects of mesh resolution on hypersonic flow prediction

Zhu Huiyu¹ Sun Quanhua¹ Fan Jing¹

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

Abstract Aero prediction is a challenging and critical problem for the design and optimization of hypersonic vehicles. One challenge is that the solution of the Navier-Stokes equations strongly depends on the computational mesh. In this letter, the effect of mesh resolution on heat flux prediction is studied. It is found that mesh-independent solutions can be obtained using fine mesh,. It is analyzed that mesh-induced numerical error comes mainly from the flux calculation in the boundary layer. Using inverse analysis method, we get the reason that how the computational mesh affect the Aero prediction.

Key words hypersonic flow, aeroheating, CFD, mesh resolution