

# 岩体非均质性的力学效应 及岩体力学参数的空间变异性分析

胡小荣<sup>1,2</sup>

唐春安<sup>1,3</sup>

(<sup>1</sup> 中科院力学所非线性连续介质力学开放实验室 北京 100080)

(<sup>2</sup> 本溪冶金高等专科学校 辽宁本溪 117022)

(<sup>3</sup> 东北大学 辽宁沈阳 110006)

**摘要** 岩体非均质性具有明显的力学效应,在岩石力学分析中考虑岩体的非均质性能更全面、更真实地反映岩体的力学特性和受力后的力学行为。广泛应用于岩土工程力学分析的有限元方法在考虑岩体的非均质性时是通过对各单元体赋予相应的力学参数值来实现的。然而,如何依据工程岩体的实际情况对单元体进行力学参数赋值目前尚无明确有效的方法。本文基于地质统计学的理论对这一问题进行了分析探讨。

**关键词** 岩体非均质性 空间变异性 地质统计学

## 1 概述

岩体作为一种天然地质体,受赋存环境、岩石组分、岩石结构以及在历次地质构造运动中受到变形和破坏的影响,因此岩体是一种具有不连续性、非均质性和各向异性等复杂特性的力学介质。一种岩石力学的分析方法能否成功地解决实际岩土工程问题将在很大程度上取决于它如何真实地反映出工程岩体所具有的这些特性。在岩石力学的分析计算方法中,有限元方法具有较强的实用性,它可以通过引入“节理单元”等来考虑岩体中存在的不连续性,通过给各单元体赋予相应的力学参数值来考虑岩体中存在的非均质性,通过上述两者的结合来反映岩体的各向异性。近年来,关于岩体中存在的不连续性及其对岩体力学特性和力学行为的影响研究得较多也较深入<sup>[1]</sup>,而有关岩体的非均质性及其对岩体力学特性和力学行为的影响则研究得相对较少,属岩石力学研究中的一个薄弱环节。我们通过有限元分析发现,岩体非均质性的力学效应不仅很显著,而且通过考虑岩体的非均质性能更全面更真实地反映岩体的力学特性和力学行为。

## 2 岩体非均质性的力学效应

为了揭示岩体非均质性对岩体力学性质和力学行为的影响,本文采用有限元方法对一个存在三个弱区的非均质岩体试块在单轴压缩载荷作用下所呈现的力学特性、破坏过程、声发射规律等进行了二维模拟分析。尽管这个非均质岩体试块尚不能全面表达各种实际工程

岩体所具有的复杂非均质性,但仍能较好地揭示问题的本质。

由于岩体试块具有非均质性,所以在用有限元方法将岩体试块划分成许多个单元体后,各单元体的力学参数值是不同的,作为代表,图1是该岩体试块各单元体的强度值分布图,为直观起见,各单元体根据其强度大小分别用不同颜色加以显示,颜色越浅表明单元体的强度值越大。图2、图3、图4是我们用东北大学岩石破裂与失稳研究中心研究开发的RFPA<sup>2D</sup>软件对该岩体试块在单轴压缩载荷作用下的力学特性和力学行为进行数值模拟分析所得的结果。图2表示的是岩体试块在单轴压缩载荷作用下随载荷不断增大所发生的破坏过程,由图2可知,在载荷较小时,岩体试块内的破坏呈无序均匀状态,随着载荷的不断增大,破坏将集中发生在岩体试块的较弱部位并逐渐形成明显的破裂带,这一模拟结果与实验事实是相符的。图3表示的是岩体试块在破坏过程中的各声发射点位置及声发射能量,其中小黑圆圈和小白圆圈分别表示的是以前和当前载荷作用下的声发射点位置,圆圈的大小表示的是各声发射点声发射的能量,从图中可以看出,随着载荷的不断增大,各声发射点声发射的能量越来越大,而且声发射点的位置通常也集中于破裂带附近。图4表示的是岩体试块在单轴压缩载荷作用下的应力、声发射个数以及声发射能量与应变之间的关系,由图4可知,岩体破坏的剧烈程度(由声发射个数可知)具有间断性,当岩体破坏比较剧烈时(声发射个数骤然增加),岩体内部会产生一定的应力降,声发射的能量也会突然增大,不过,在应力未达到峰值强度之前,应力降并不很明显,声发射所释放的能量也相对较弱,然而,在应力达到峰值强度之后的短时间内,应力降则明显增大,声发射所释放的能量也急剧增加。由此可见,岩体非均质性的力学效应不仅很明显,同时也具有重要的工程意义。考虑岩体的非均质性并结合有限元分析,不仅能够很好地模拟再现岩体的破坏过程,而且还能够较真实地反映岩体在受力和破坏过程中的许多力学特性,对这些特性的了解将有助于解决诸如岩土工程稳定性分析、岩爆机理、地震机制等实际岩石力学问题。

图1表示的是岩体试块在单轴压缩载荷作用下随载荷不断增大所发生的破坏过程,由图2可知,在载荷较小时,岩体试块内的破坏呈无序均匀状态,随着载荷的不断增大,破坏将集中发生在岩体试块的较弱部位并逐渐形成明显的破裂带,这一模拟结果与实验事实是相符的。图3表示的是岩体试块在破坏过程中的各声发射点位置及声发射能量,其中小黑圆圈和小白圆圈分别表示的是以前和当前载荷作用下的声发射点位置,圆圈的大小表示的是各声发射点声发射的能量,从图中可以看出,随着载荷的不断增大,各声发射点声发射的能量越来越大,而且声发射点的位置通常也集中于破裂带附近。图4表示的是岩体试块在单轴压缩载荷作用下的应力、声发射个数以及声发射能量与应变之间的关系,由图4可知,岩体破坏的剧烈程度(由声发射个数可知)具有间断性,当岩体破坏比较剧烈时(声发射个数骤然增加),岩体内部会产生一定的应力降,声发射的能量也会突然增大,不过,在应力未达到峰值强度之前,应力降并不很明显,声发射所释放的能量也相对较弱,然而,在应力达到峰值强度之后的短时间内,应力降则明显增大,声发射所释放的能量也急剧增加。由此可见,岩体非均质性的力学效应不仅很明显,同时也具有重要的工程意义。考虑岩体的非均质性并结合有限元分析,不仅能够很好地模拟再现岩体的破坏过程,而且还能够较真实地反映岩体在受力和破坏过程中的许多力学特性,对这些特性的了解将有助于解决诸如岩土工程稳定性分析、岩爆机理、地震机制等实际岩石力学问题。

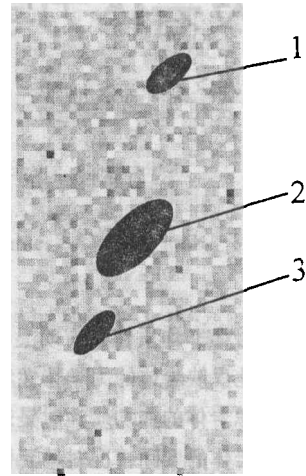


图1 存在三个弱区的非均质岩体试块强度分布

广泛应用于岩土工程力学分析和计算的有限元方法在考虑岩体的非均质性时是通过对各单元体赋予相应的力学参数值来实现的。然而,如何解决单元体的力学参数赋值问题目前尚无明确有效的方法,但有一点已得到共识,这就是非均质岩体其力学参数具有空间变异性<sup>[2,3]</sup>。因此,岩体力学参数的空间变异性分析以及在其基础上如何对单元体进行力学参数赋值是应用有限元方法分析非均质岩体力学效应的基础。

### 3 岩体力学参数的空间变异性特点

在对岩土工程进行有限元分析时,有必要引入“节理单元”加以描述的不连续面只能是极个别。对于为数众多的微小不连续面来说,逐一应用“节理单元”进行模拟显然既不适宜又

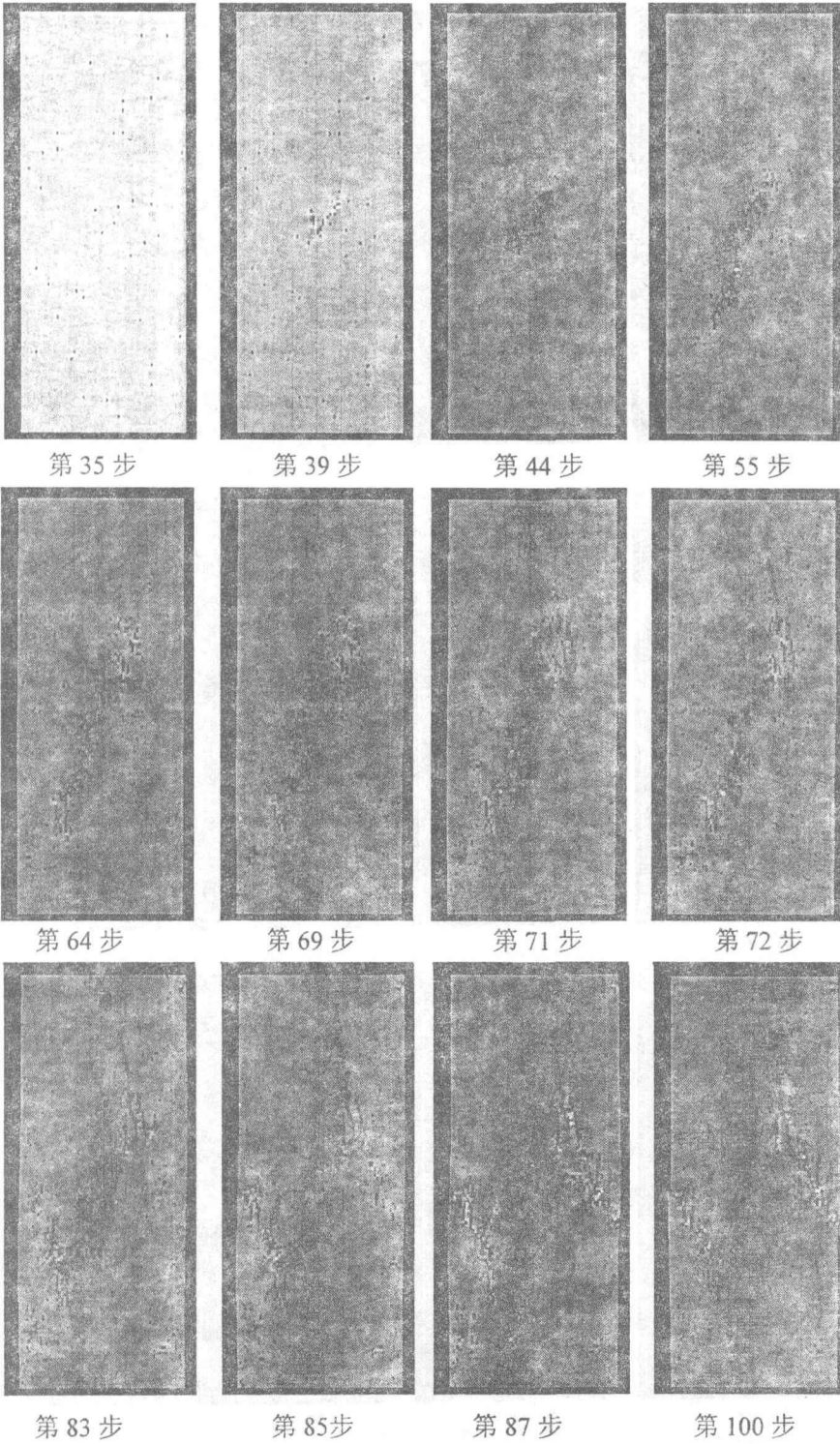


图 2 岩体试块破裂过程图

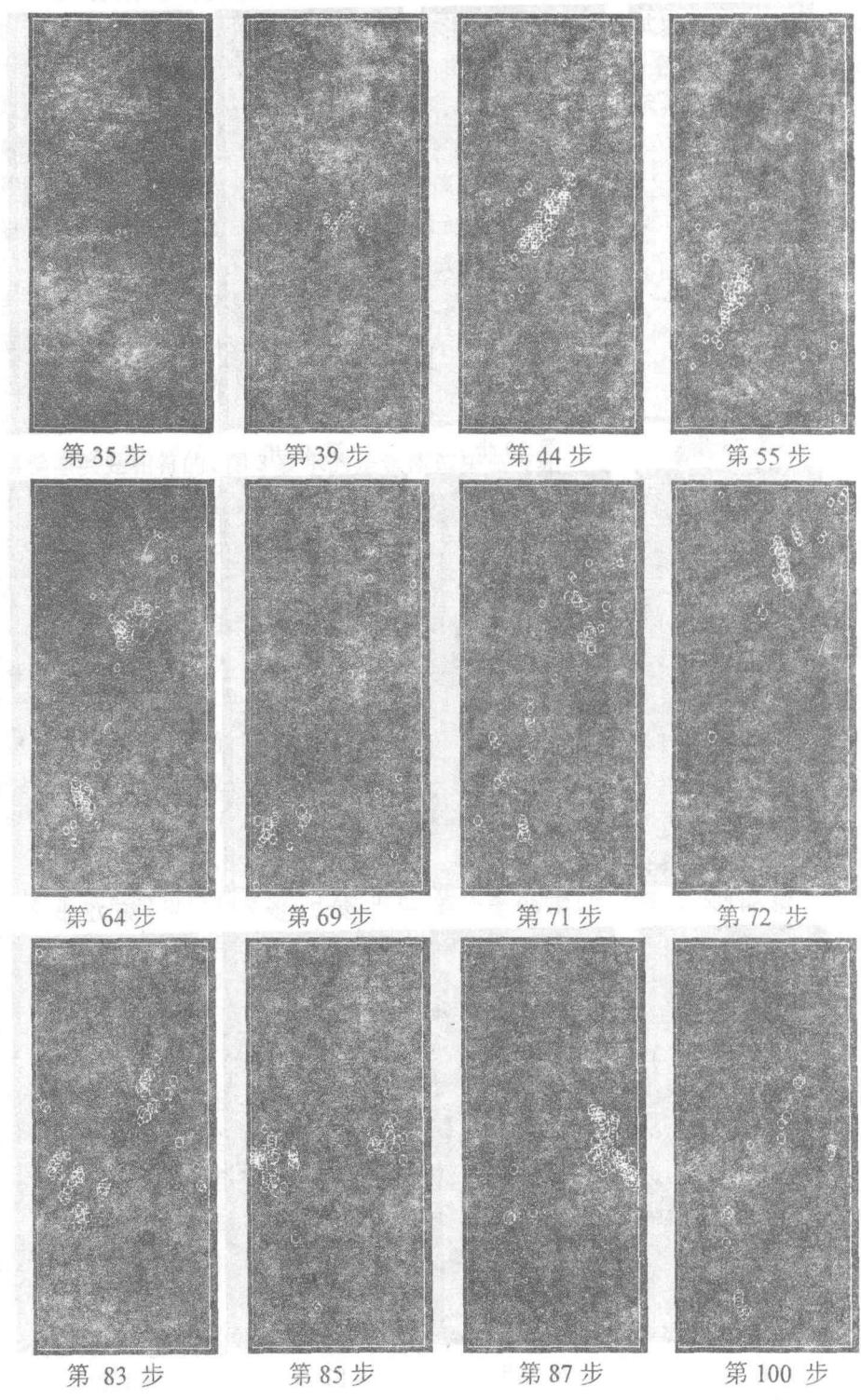


图3 岩体试块在破裂过程中声发射点位置及其声发射强度图

不可能,一种可行的方法是按照宏观损伤力学的观点将其看成是岩体中存在的内损伤,从而仍将只含有内损伤的部分岩体继续纳入连续力学介质的范畴<sup>[4]</sup>。因此,岩体的非均质性不仅与岩体的岩石组分、岩石结构等因素有关,还包括内损伤这一因素,岩体非均质性就是上述诸因素的总和在岩体中所呈现的分布不均匀性,这种不均匀性使得岩体力学参数具有空间变异性。不过,与其它地质变量不同,岩体力学参数的空间变异性分析必须建立在一定支撑(几何尺寸)基础之上。

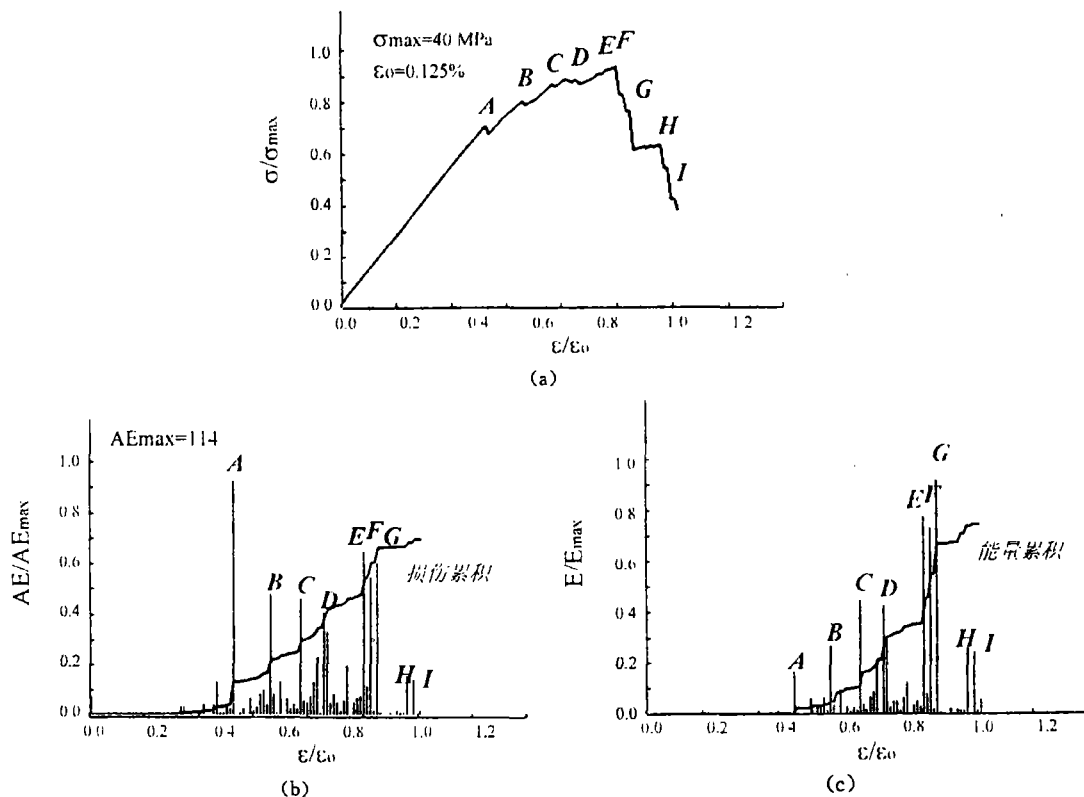


图4 岩体试块应力、声发射数、声发射能量与应变关系曲线  
 a-应力应变关系曲线;b-声发射数与应变关系曲线;c-声发射能量与应变关系曲线

通常岩体力学参数的空间变异性比较复杂,具有局部的随机性和整体的结构性双重特征<sup>[2,3]</sup>,这就给岩体力学参数的空间变异性分析以及单元体力学参数的赋值带来了困难。目前,在处理这类问题时多被采用的传统概率统计方法通常是先得出岩体力学参数的概率统计分布函数,然后用 Monte-Carlo 法对单元体力学参数进行随机赋值<sup>[5]</sup>。然而,该方法在处理具有二重性特征的空间变异性问题时存在很大缺点:①只考虑到随机性而没有考虑到空间结构性;②仅用概率统计分布函数来表示一个复杂的空间变异现象;③不能给出赋值精度,因而也就无法对赋值的准确性进行评价。地质统计学方法则较好地克服了传统概率统计方法所具有的上述缺点,能更好地反映岩体力学参数的空间变异二重性特征以及能较精确地对单元体进行力学参数赋值,同时又能给出赋值精度。

## 4 地质统计学的基本原理及其在岩土工程有限元分析中的应用

地质统计学方法<sup>[6]</sup>是近三十年创立并发展起来的一门学科,由法国著名学者马特隆于1962年提出。它以区域化变量理论为基础,以变异函数为工具来研究那些具有空间变异二重性特点的自然现象。目前,地质统计学方法已在一些领域得到应用<sup>[7]</sup>。鉴于岩体力学参数的空间变异性特点以及岩土工程对有限元分析计算精度的需要,将地质统计学方法的一些基本原理与方法与岩土工程实际相结合是一条可行的途径。

### 4.1 地质统计学的基本原理

地质统计学的理论基础是区域化变量理论,区域化变量理论将具有空间变异二重性特征的空间实函数看成是区域化变量并随机化处理成一个空间随机函数  $Z(X)$  ( $X \in R^3$  或  $R^2$ )。但在分析处理上并不采用传统的概率统计方法,而是通过对样品数据进行结构分析并借助变异函数这一工具来反映区域化变量  $Z(X)$  所具有的二重性。变异函数定义为:

$$2\gamma(X_1, X_2) = \text{Var}[Z(X_1) - Z(X_2)]$$

如果  $Z(X)$  满足二阶平稳条件或内蕴条件,则有

$$2\gamma(h) = \text{Var}[Z(X+h) - Z(X)]$$

变异函数可反映区域化变量的许多特征如变异性、连续性、各向异性、变异影响范围等。

针对区域化变量所具有的不同空间变异性特点,地质统计学还提出了一系列能给出估值精度的估值方法用于对研究对象进行估值,其中最优无偏线性估值方法和条件模拟赋值方法最具实用性。

#### 4.1.1 最优无偏线性估值方法

最优无偏线性估值方法也称克立格法。设在所研究的空间变异几何域  $\Omega$  内有  $n$  个支撑为  $v$ 、中心点位置分别为  $X_\alpha$  ( $\alpha=1, 2, \dots, n$ ) 的样品,经测试得到这  $n$  个样品的信息值分别为  $Z(X_\alpha)$  ( $\alpha=1, 2, \dots, n$ )。若要对支撑同为  $v$ 、中心点位置为  $X \in \Omega$ 、真值为  $Z(X)$  的块段进行估值,则  $Z(X)$  的估计值  $Z^*(X)$  为:

$$Z^*(X) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha Z(X_\alpha) \quad (1)$$

估值误差为:

$$\begin{aligned} \sigma^2(X) = \text{Var}[Z(X) - Z^*(X)] &= 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha \gamma(X_\alpha, X) - \gamma(X, X) \\ &\quad - \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_\alpha \lambda_\beta \gamma(X_\alpha, X_\beta) \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $\lambda_\alpha$  为估值权系数,  $\alpha=1, 2, \dots, n$ ;  $\gamma(\cdot, \cdot)$  为两点间的变异函数值。要求出  $Z(X)$  的最优无偏线性估计值  $Z^*(X)$ , 就必须根据下列条件求出(1)中的权系数  $\lambda_\alpha$ :

①最优性条件:

$$\min \sigma^2(X) = 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha \gamma(X_\alpha, X) - \gamma(X, X) - \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_\alpha \lambda_\beta \gamma(X_\alpha, X_\beta) \quad (3)$$

②无偏条件:

$$E[Z(X) - Z^*(X)] = 0 \quad (4)$$

若  $Z(X)$  在  $\Omega$  内满足二阶平稳条件或内蕴条件, (3)(4) 就转化成求解下列普通克立格方程组:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \gamma(X_{\alpha}, X_{\beta}) + \mu = \gamma(X_{\alpha}, X_{\beta}) & (\alpha = 1, 2, \dots, n) \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} = 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\mu$  为拉格朗日系数。

若  $Z(X)$  在  $\Omega$  内非平稳, 则  $Z(X)$  可写成  $Z(X) = m(X) + R(X)$ , 其中  $m(X)$  为  $Z(X)$  在  $\Omega$  内的漂移, 通常  $m(X)$  可用下式表达:

$$m(X) = \sum_{l=0}^k a_l f_l(X)$$

式中:  $a_l$  为漂移多项式系数;  $f_l(X)$  为漂移多项式;  $k$  为漂移阶数,  $k$  一般取 1 或 2。  $R(X)$  为  $Z(X)$  在  $\Omega$  内的涨落。这时 (3)(4) 就转化成求解下列泛克立格方程组:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \gamma(X_{\alpha}, X_{\beta}) + \sum_{l=0}^k \mu_l f_l(X_{\alpha}) = \gamma(X_{\alpha}, X) & (\alpha = 1, 2, \dots, n) \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} f_l(X_{\beta}) = f_l(X) & (l = 0, 1, \dots, k) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\mu_l$  为拉格朗日系数,  $l = 0, 1, \dots, k$ 。

此外, 还可根据  $Z(X)$  在  $\Omega$  内的其它空间变异性特征以及是否应用多元信息进行估值等得出其它形式的克立格方程组。但 (5)、(6) 最常用的克立格方程组。

#### 4.1.2 条件模拟赋值方法

如果要想使  $Z(X)$  的估值更真实地再现其空间离散性, 就可以考虑采用条件模拟赋值方法。条件模拟赋值方法较之传统的 Monte-Carlo 随机模拟赋值方法具有以下优点: ① 条件模拟赋值方法既考虑到区域化变量的随机性, 又考虑到了其结构性, 所得模拟赋值数据可保持区域化变量所固有的空间变异特性; ② 用条件模拟赋值方法在任何取样点位置所得模拟值均与样品测试信息值相同; ③ 可实现三维空间模拟赋值。

条件模拟赋值方法很多, 如转向带法、LU 分解法、谱方法、模拟退火法等。

#### 4.2 地质统计学方法在岩土工程有限元分析中的应用前景

从地质统计学的观点来看, 具有空间变异二重性特征的岩体力学各参数都可看成是区域化变量。地质统计学方法与岩土工程有限元分析相结合有着很好的应用前景。

(1) 通过对岩体力学参数的空间变异性进行结构分析并借助变函数  $\gamma(h)$ , 就能较准确地掌握岩体力学参数的空间变异性特点以及岩体非均质性的程度。

(2) 可利用地质统计学中的各种克立格估值方法或条件模拟赋值方法对单元体力学参数进行赋值。由于地质统计学的赋值方法是建立在对所研究工程岩体进行力学参数空间变异性分析基础之上, 所以单元体所赋力学参数值能较真实地反映岩体所固有的非均质性, 采用克立格法赋值同时还能给出估值精度从而便于进行岩土工程可靠性分析。设某个待研究工程岩体  $\Omega$  划分出了  $m$  个支撑分别为  $V_i (i = 1, 2, \dots, m)$  的单元体, 则可根据以下步骤对各单元体进行力学参数赋值:

①将单元体  $V_i (i=1, 2, \dots, m)$  离散出  $P_i$  个中心位置分别为  $X_j (j=1, 2, \dots, P_i) (X_j \in V_i)$ 、支撑与取样支撑  $v$  相同的子块:

②用克立格法或条件模拟赋值方法对  $V_i$  内各离散子块的力学参数进行估值得出  $Z^*(X_j) (j=1, 2, \dots, P_i)$ ;

③根据局部平均的思想<sup>[2]</sup>求出单元体  $V_i$  的力学参数估计值  $Z^*(V_i)$  为:

$$Z^*(V_i) = \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{P_i} Z^*(X_j) \quad (7)$$

(3)有助于单元体网格的科学划分以及有限元计算精度的提高。目前,采用有限元方法进行岩土工程力学分析时,单元体网格的划分主要是依据形状规则程度以及应力应变变化大小来进行,在岩体形状比较复杂以及应力应变变化较大的区域采用较密网格,其它地方则采用较稀疏网格,单元体一经划定,其力学参数则为某个定值。但上述方法并没有考虑到岩体非均质性对单元体网格划分和有限元计算精度的影响。用地质统计学方法对单元体赋值则为解决这一问题提供了一种手段,单元体网格划分是否充分反映了岩体的非均质性可通过计算单元体力学参数估计值的离散方差来衡量,单元体  $V_i (i=1, 2, \dots, m)$  力学参数估计值的离散方差为:

$$\sigma^2(V_i) = \frac{1}{P_i} \sum_{j=1}^{P_i} [Z^*(X_j) - Z^*(V_i)]^2 \quad (8)$$

## 5 结论

岩体非均质性对岩体力学性质和力学行为有重大影响,其力学效应很显著。要更好地解决一个实际岩土工程力学分析问题,加强对岩体非均质性的研究有重要意义。岩体非均质性说明岩体的力学参数具有空间变异性且这种空间变异性通常具有局部随机性和整个结构性双重特点。在有关岩体力学参数空间变异性分析以及有限元单元体力学参数赋值等方面,地质统计学方法较之传统概率统计方法更切合实际。

## 参 考 文 献

- 1 孙广忠. 岩体结构力学. 科学出版社, 1988
- 2 王家臣, 骆中洲. 基于岩体性质空间变异性的边坡可靠性分析. 化工矿山技术, 1996(3): 1—4
- 3 张征等. 岩体参数的空间变异性分析原理与最优估计模型. 岩土工程学报, 1996(4): 42—47
- 4 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变. 煤炭工业出版社, 1991
- 5 唐春安. 岩石声发射规律数值模拟初探. 岩石力学与工程学报, 1997(4): 358—374
- 6 Journel A G and Huijbregts Ch J. Mining Geostatistics. Academic Press, 1978
- 7 侯景儒. 中国地质统计学(空间信息统计学)发展的回顾与前景. 地质与勘探, 1997(1): 56—58



# MECHANICAL EFFECTS OF THE ROCK HETEROGENEITY AND THE METHOD TO ANALYSE THE SPATIAL VARIABILITY OF THE ROCK MECHANICAL PARAMETERS

Hu Xiaorong<sup>1,2</sup>    Tang Chun 'an<sup>1,3</sup>

(<sup>1</sup>*LMN, Mechanics Institute, Science Academy Beijing 100080*)

(<sup>2</sup>*Benxi College of Metallurgy Benxi 117022*)

(<sup>3</sup>*The Northeastern University Shenyang 110006*)

## Abstract

The effects of the rock heterogeneity are much more significant, so taking the rock heterogeneity into consideration will make the study of the rock mechanical characteristics and actions much more comprehensive. In the Finite Element Method, the rock heterogeneity is reflected by giving the different elements different values of the mechanical parameters. But until now there is not an effective way to combine this thought with the practical rock engineering problems. In this paper, the question is researched by means of the Geostatistics.

**Key words** heterogeneity of the rock · spatial variability    Geostatistics