

利用重叠非结构网格法模拟具有运动边界的流动问题*

倪赛珍 张 星 何国威

中国科学院力学研究所 LNM 国家重点实验室, 北京, 100190

摘 要 本文发展了重叠非结构网格方法模拟具有运动边界的流动问题, 采用“挖洞”技术确定重叠区内边界, 利用相邻单元搜索算法寻找内边界点在另一套网格中的宿主单元。在数值方法上, 采用有限体积法对积分形式的 Navier-Stokes 方程组进行空间离散, 对流项采用二阶迎风格式离散, 时间离散则采用 Crank-Nicholson 半隐式格式。速度与压力的耦合由 SIMPLEC 压力修正算法实现。控制方程在惯性系中求解, 引入网格速度来处理运动网格。为了验证程序的有效性, 先对振动圆柱绕流进行了模拟。然后模拟了竖直振动的椭圆翼型诱导的水平运动, 分析了不同的长短轴比以及密度比对水平运动的影响, 发现细长的、密度越大的翼型水平速度更容易达到同向的周期状态。

关键词 重叠网格, 非结构网格, 运动边界, N-S 方程, SIMPLEC 算法

1. 引言

具有运动边界的流动问题在工程实际中有非常重要的应用, 如涡轮机械, 机翼颤振, 鱼的游动, 鸟类的扑翼飞行等等。由于运动物体与流体之间的相互作用, 使得流动的非定常效应显著, 流场性质相当复杂, 对此类问题的研究一直以来都是流体力学的研究热点。

随着计算机技术的发展与数值方法的进步, 采用数值模拟方法研究流体力学问题越来越受到人们的重视, 它与传统的实验方法相互补充, 成为研究流体力学问题的一种新的方法, 但是在如何处理运动边界方面仍然面临着挑战。

具有运动边界的流动问题的数值模拟研究, 关键在于如何处理运动而且复杂的边界。目前, 处理运动边界问题的方法大致可以分为以下几类: 1. 基于贴体网格的任意拉格朗日欧拉方法(ALE); 2. 基于直角坐标网格的浸入边界法; 3. 重叠网格方法。任意拉格朗日欧拉方法因为每计算一步都要重新生成一次网格, 计算量较大; 而浸入边界法虽然网格生成容易, 但是边界上的求解精度不高, 特别是对于非定常力的计算容易产生振荡。在网格技术方面, 结构网格与非结构网格技术已经相当成熟, 而且非结构网格在处理复杂边界方面有很大优势, 能够很容易对不规则区域进行网格划分。综合考虑计算效率与求解精度, 本文选择重叠非结构网格法来研究具有运动边界的流动问题。

昆虫在竖直方向扑动翅膀能够沿水平方向飞行, 人们从这个现象联想到竖直振动的

* 基金项目: 国家自然科学基金(Nos.10325211, 10628206 与 10732090)资助项目。

地址: 北京市海淀区北四环西路 15 号中科院力学所 LNM 国家重点实验室 E-mail:nisaizhen@126.com

TEL: 010-82543927

作者简介: 倪赛珍(1982-), 男, 中国科学院力学研究所, 硕士研究生, 主要从事计算流体力学研究。

翼型可能产生水平力。Vandenberghé 和 Zhang 等^[1]通过实验发现中心铰固定的叶片竖直振动时会在水平面上发生旋转, 并指出其原因是因为流动发生对称破缺, 使叶片受到力矩的作用而发生旋转。Alben 和 Shelley^[2]通过数值模拟的方法研究了竖直振动的椭圆翼型诱发的水平运动, 分析了不同 Re 数和不同密度比(翼型与流体的密度之比)对运动方式的影响。本文利用重叠非结构网格法首先计算了圆柱以不同频率振动的绕流问题, 结果与其他研究者

数值结果符合的很好, 验证了程序的有效性。然后对竖直振动翼型诱导的水平运动进行模拟, 分析不同形状和不同密度的翼型所产生水平运动的特点。

2. 重叠非结构网格

重叠非结构网格法是将计算区域分解为若干个相互有重叠区的子区域, 然后在每个子区域独立生成非结构网格。它与传统的重叠结构网格一样, 需要在不同的子区域之间进行信息传递, 来耦合不同子区域上的结果。为此, 在计算流场之前需要完成以下两项准备工作:

(1) 确定重叠区内边界: 按照一定的准则将一些单元挖去, 形成洞, 洞边界作为重叠区的内边界。此过程中必须保证不同子网格之间存在重叠网格, 这样才能互相传递信息。

(2) 确定内边界点与宿主单元之间的对应关系: 在流动计算过程中, 内部边界点的信息是要通过其他网格中包围它的单元上的物理量插值得到, 该单元就被称为此内边界点的宿主单元。本文采用相邻单元搜索算法^[3]来建立内边界点与其宿主单元之间的对应关系。

当物体在流体中的运动范围很大时, 需要采用“挖洞”的方法确定重叠区内边界, 物体运动到不同位置时, 重叠区内边界也是不一样的。下面以计算振动圆柱绕流问题时所使用的网格为实例说明如何实现重叠内边界的确定和宿主单元的搜索。

2.1 重叠区内边界的确定

如图 1, 其中(a)为背景网格, 在计算过程中始终保持静止, (b)为圆柱周围的运动网格, 外圆周即为该子网格在重叠区的内边界。为了确定背景网格中的内边界, 则以圆柱的圆心为中心在背景网格中挖去一个圆, 此圆的半径应该小于运动网格外圆周的半径, 这样剩下的背景网格就与运动网格有一个环形的重叠区, 如图 1(c), 背景网格的内边界也就随之确定。至于重叠区的大小, 本文一般保持重叠区有四个网格的宽度。该方法

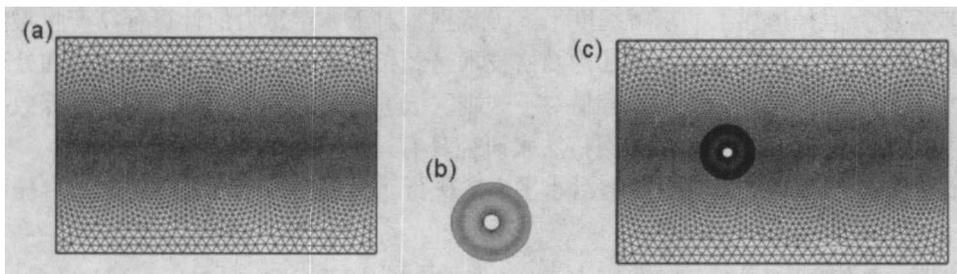


图 1 振动圆柱绕流计算网格

在流体中只有单个物体运动时非常有效,当存在多个物体相对运动时,Nakahashi 等提出了一种把网格节点分为活动节点与非活动节点的方法来确定重叠区内部边界,详细的介绍可以参考文献[3]。

2.2 搜索算法

重叠区内部边界确定之后,内部边界点也随之产生。为了建立内部边界点与其宿主单元之间的对应关系,需要构造合理的搜索算法。相邻单元搜索算法已被证明是行之有效的,下面以三角形网格为例介绍该方法的具体实现步骤。

如图 2(a),设为了搜索目标点 T 在网格 1 中的宿主单元,我们采用如下方法进行搜索:

(1) 确定出发单元:出发单元的选取对于提高搜索效率有很重要的意义,本文中取网格 1 中与内边界相邻的其中一个单元 C_0 为出发单元。

(2) 确定下一个单元:假设单元 C_0 的三个顶点已经按图 2(b)中 A, B, C 的逆时针顺序排列,然后利用公式(1)分别计算三角形 BAT, ACT 和 CBT 的面积。如果 $S_{\Delta BAT}$, $S_{\Delta ACT}$, $S_{\Delta CBT}$ 均小于零,则 T 就在单元 C_0 内, C_0 即为目标点 T 的宿主单元。否则我们关注 $S_{\Delta BAT}$, $S_{\Delta ACT}$, $S_{\Delta CBT}$ 值最大的那个三角形,比如在图 2(b)中 $S_{\Delta ACT}$ 最大,那么取与边 AC 相邻的单元 C_3 作为下一单元,其他情况,则以此类推。

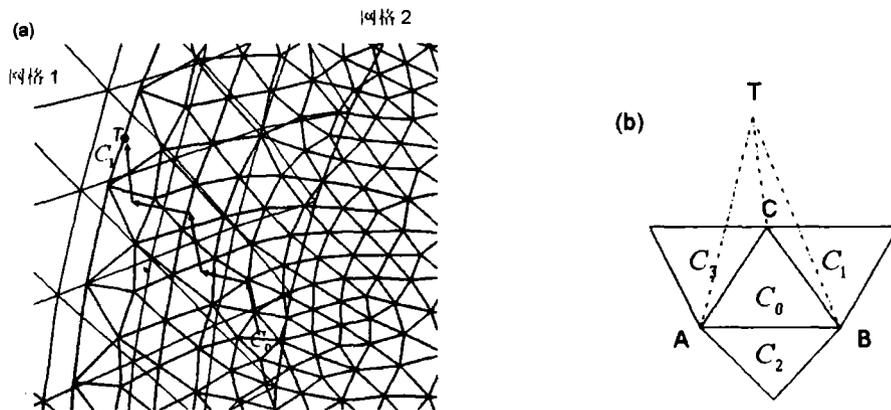


图 2 搜索算法示意图

$$S_{\Delta abc} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_a & y_a \\ 1 & x_b & y_b \\ 1 & x_c & y_c \end{vmatrix} \quad (1)$$

(3) 以步骤(2)中确定的下一个单元为新的开始单元,重复进行(2)操作,直到搜索出目标点的宿主单元为止。

通过执行上述算法可以得到如图 2(a)中箭头所示的搜索路径,可知这个路径是一维的,搜索效率很高,而且也很容易推广到三维网格。

3. 控制方程及离散

本文中流体的控制方程为不可压黏性 N-S 方程组, 由于采用有限体积法进行空间离散, 而且引入了网格速度处理运动网格, 因此将连续性方程和动量方程写成如下的积分形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_{\partial S} \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} dV + \int_{\partial S} [\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \cdot \mathbf{n} - \mu \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial n} \right)] dS = - \int_{\partial S} p \mathbf{n} dS \quad (3)$$

其中 t 是时间, ρ 是流体密度, \mathbf{v} 是速度矢量, p 是压力以及 μ 是动力黏性。 dS 和 dV 分别表示表面面积和控制体积。 \mathbf{n} 表示控制体表面的单位外法线矢量。 \mathbf{v}_g 是网格运动速度矢量, 它与网格体积的变化应该满足空间守恒律(space conservation law):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV - \int_{\partial S} \mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (4)$$

本文采用二阶迎风格式离散对流项。由于使用的是同位网格, 为了避免不合理振荡压力场的出现, 要将计算点与它的相邻点之间的压力差引入动量方程的求解过程, 因此界面流速由动量插值方法(也被称为 rhie-chow 插值)^[4]得到。扩散项离散时考虑了界面上的法向扩散和交叉扩散, 其中交叉扩散是对网格非正交性影响的修正。压力梯度项作为表面源项来处理。时间离散则采用 Crank-Nicholson 格式, 该隐式格式在时间上具有二阶精度, 而且格式稳定。N-S 方程求解的关键在于如何实现压力与速度的耦合, 本文利用 SIMPLEC 压力修正算法^[5]来实现它们的耦合。

动量方程和压力修正方程离散后均得到线性代数方程组, 对于动量方程本文采用广义共轭余量法(GCR)迭代求解, 压力修正方程则采用共轭梯度法(CG)求解。本文数值算法的详细描述可以参考文献[6]。

4. 数值结果与分析

首先, 为了验证程序的有效性, 模拟了振动圆柱绕流问题, 然后研究了竖直振动的椭圆翼型诱导的水平运动。数值模拟的结果如下:

4.1 振动圆柱绕流

圆柱在均匀来流中发生横向强迫振动时, 振动频率对流动结构, 升阻力系数的变化等都有很大的影响。首先我们计算了 $Re = 185$ 的静止圆柱绕流, 得到圆柱固有的涡脱落频率 $f_0 = 0.195$, 其中 $Re = \rho U_\infty D / \mu$, U_∞ 为来流速度, D 为圆柱直径。入口给定速度, 出口为对流边界条件, 上下壁面为远场边界条件, 圆柱表面采用无滑移无穿透边界条件。然后指定圆柱横向强迫振动的规律为: $y(t) = A_e \sin(2\pi f_e t)$, 其中 A_e 为振幅, f_e 为振动频率。本文计算了 $Re = 185$, $A_e = 0.2D$ 时 $f_e / f_0 = 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.12, 1.2$ 六种情况下的流场, 图 3 为不同振动频率下平均阻力系数与其他研究者^[7, 8]的数值结果进行比较, 可以看出符合的较好。

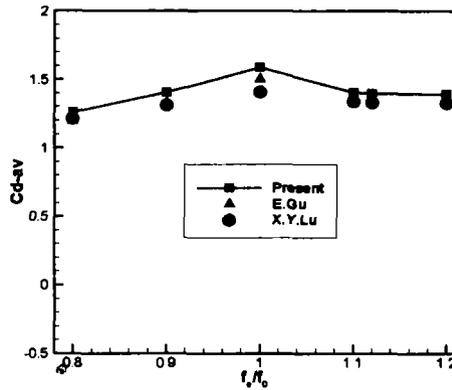


图3 不同振动频率下的平均阻力系数

4.2 竖直振动翼型诱导的水平运动

竖直振动的椭圆翼型由于流场在水平方向上失去对称性会产生水平力,使翼型发生水平方向上的运动。本文翼型竖直方向上的运动给定: $y_b = 0.8 \sin(t)$, 水平方向的运动由牛顿方程(5)决定,其中 F_x 为流体对物体在水平方向上的作用力(包括压力与黏性力), M 为翼型的质量。

$$M \frac{du_b}{dt} = F_x \quad (5)$$

竖直振动翼型诱导的水平运动特性主要由 Re 数、长短轴之比 $\frac{L}{W}$ 和密度比 $\frac{\rho_b}{\rho_f}$ 决定^[2]。本文主要考虑不同形状对此类水平运动的影响,计算了长短轴比分别为 $\frac{L}{W} = \frac{1}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{1}$, 长轴长均为 1, 密度比均为 $\frac{\rho_b}{\rho_f} = 4$, $Re \approx 25.67$ 的情况。计算时先约束水平方向的运动,让椭圆竖直振动一个周期,然后再放开水平运动。图 4 为所得到的不同长短轴比下的水平速度变化曲线,可以看出 $\frac{L}{W} = 1$ 时速度最小,几乎为零,说明振动圆形周围的流场最不容易失稳,基本不产生水平运动。而 $\frac{L}{W} = 3$ 时水平速度既有正又有负,来回运动。 $\frac{L}{W} = 5$ 时翼型一直沿着一个方向运动。此外,本文在 $\frac{L}{W} = 5$ 的情况下将 $\frac{\rho_b}{\rho_f} = 4$ 改为 $\frac{\rho_b}{\rho_f} = 32$ 进行计算,图 5 为这两种情况下翼型水平速度的变化曲线,可以发现密度比越大,水平速度稳定到周期状态时的振动幅度越小,有更稳定的趋势,表明物体的惯性有利于维持自身的运动状态。

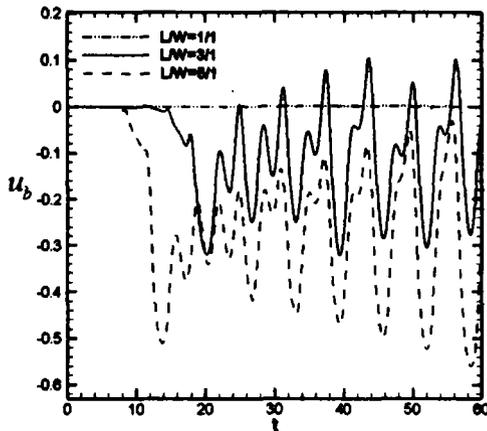


图4 不同 $\frac{L}{W}$ 下物体运动的水平速度

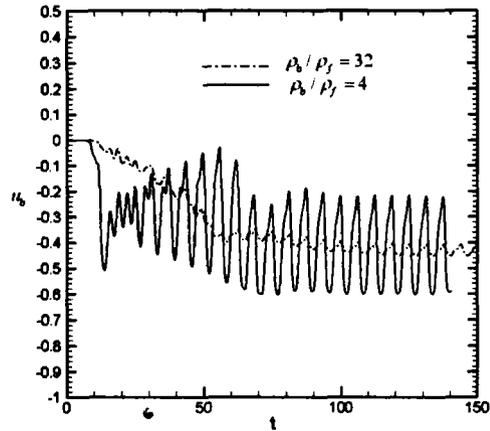


图5 不同密度比下水平速度变化曲线

5. 结论

本文的重叠非结构网格方法能够有效地模拟具有运动边界的流动问题。该方法结合了重叠网格与非结构网格的优点，可以模拟物体在流体中的大幅度运动，而且很容易对复杂外形区域进行网格划分。通过对竖直振动翼型诱导的水平运动的模拟，分析了不同长短轴比和密度比对水平运动的影响，发现细长的、密度大的翼型水平速度更容易达到同向的周期状态。

参考文献

- [1] N. Vandenberghe, J. Zhang, S. Childress. Symmetry breaking leads to forward flapping flight. *J. Fluid Mech*, 2004, 506: 147-155.
- [2] S. Alben, M. Shelley. Coherent locomotion as an attracting state for a free flapping body. *PNAS*, 2005, 102: 11163-11166.
- [3] K. Nakahashi, F. Togashi, F. D. Sharov. Inter-grid boundary definition methods for overset unstructured grid approach. *AIAA Journal*, 2000, 38(11): 2077-2084.
- [4] C. M. Rhie, W. L. Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 1983, 21(11): 1525-1532.
- [5] J. P. Van Doornal, G. D. Raithby. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numer Heat Transfer*, 1984, 7: 147-163.
- [6] X. Zhang, S. Z. Ni, G. W. He. A pressure-correction method and its applications on an unstructured Chimera grid. *Comput Fluids*, 2007, (In Press).
- [7] W. Gu, C. Chyu, D. Rockwell. Timing of vortex formation from an oscillating cylinder. *Phys Fluids*, 1994, 6: 3677-3682.
- [8] X. Y. Lu, C. Dalton. Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder. *J. Fluids Struct*, 1996, 10: 527-541.

Simulation of Flows with Moving Boundaries Using Unstructured Chimera Grid Method

Ni Saizhen, Zhang Xing, He Guowei

LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190

Abstract In this paper, an unstructured Chimera grid method is developed to simulate flows with moving boundaries. A 'hole-cutting' method is used to determine the inter-grid boundary and a neighbor-to-neighbor algorithm is deployed to search the donor cell for each interior boundary point. The finite volume method (FVM) is used to discretize the governing equations. A second-order upwind scheme is used for the discretization of convective term and the Crank-Nicholson scheme is used for the temporal discretization. The SIMPLEC algorithm is used to couple the pressure with the velocity. A moving-mesh method is used to deal with the moving boundaries in an inertial frame of reference. First, flow past an oscillating cylinder is simulated and the results are in good agreement with other computational data in literatures. It demonstrates the capability of our method in handling moving boundaries. Then the horizontal locomotion for a vertical oscillating elliptic foil is also simulated, and we find that the slim and weight foil is easy to get a unidirectional locomotion.

Keywords Chimera grid, unstructured grid, moving boundary, N-S equations, SIMPLEC algorithm