

# 微重力下圆柱形不对称内角的毛细流动研究

刘玲<sup>\*,1)</sup>, 李永强<sup>+</sup>, 段俐<sup>+</sup>, 康琦<sup>+</sup>, 芮伟<sup>\*</sup>, 张晨辉<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> (东北大学理学院应用力学研究所, 沈阳 110819) <sup>+</sup> (中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘要:** 微重力环境下流体的毛细流动问题是空间流体管理应用技术中重要的基础性研究课题。为了保证空间流体管理装置的安全高效运行, 就必须深刻理解微重力环境下流体的毛细流动特征。基于此目的, 研究了微重力环境下圆柱形不对称内角附近毛细流动的有关问题, 进行了相应的数值模拟和理论分析。首先用 Surface Evolver 软件研究了微重力环境下圆柱形不对称内角的毛细流动, 计算了容器中心角对不对称内角流动的影响规律, 然后结合理论分析, 得到虚拟内角和液面高度的变化规律, 为下一步求解该问题的解析解提供了一定的理论基础。在空间流体管理时, 可以根据本文的工作进行容器设计和选择适合的溶液。

**关键词:** 圆柱形不对称内角, 毛细流动, Surface Evolver 软件, 虚拟内角, 液面高度

## 引言

微重力环境下重力水平极低甚至达到可以忽略的地步, 界面张力成了主导流体行为的因素, 流体行为与界面或容器的形状密切相关, 而内角是影响界面或容器形状的重要因素。在微重力环境下, 液体会沿容器的内角流动, 进行重新的分布(相对于在地面上), 这种流动就称作微重力环境下内角处的毛细流动。目前, 毛细流动问题受到了广泛研究, 因为在微重力环境下内角相当于为液体提供了流动的“管道”, 并且这种流动是自发的, 所以这种内角结构在航天工程中经常被用来进行流体管理。

目前关于内角毛细流动的研究大都集中在 V 字型结构进行的, 并且内角角度值沿容器轴线固定不变。随着卫星技术的进步和在轨服务的要求, 叶片式表面张力贮箱的应用越来越广泛, 其工作原理就是利用内角进行毛细驱动流动, 图 1 为其部分结构示意图<sup>[1]</sup>, 图中内外侧叶片都固定在贮箱中间的固定杆上且外侧叶片与贮箱壁相连。内侧叶片形成的装置为推进剂管理装置(PMD), 相邻内侧叶片形成的内角角度值沿贮箱 z 轴保持不变, 但由于贮箱外壳通常为球形或胶囊形状, 这时外侧叶片和贮箱壁面形成的内角为不对称结构并且沿贮箱轴线 z 其对应的虚拟内角角度值是变化的。

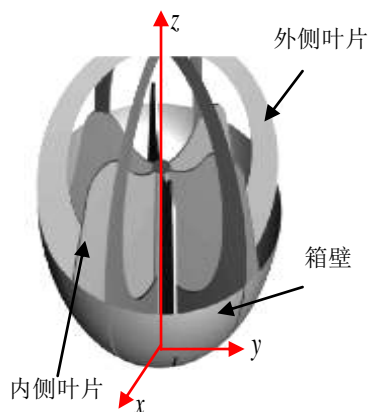


图1 叶片式表面张力贮箱结构示意图

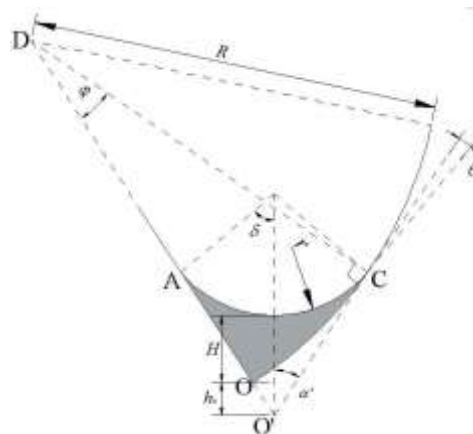


图2 虚拟内角示意图

Fig.1 The structure diagram of vanes surface tension tank Fig.2 The schematic diagram of dummy corner angle

为研究这种复杂内角, 早在上个世纪中叶人们开始发展以落塔实验和飞机抛物线飞行为主的地基微重力环境模拟实验, 但这种实验准备周期长、费用昂贵、观测困难, 因此有必要对微重力环境下的毛细流动先进行理论研究和数值模拟。李京浩和陈小前等人<sup>[1,2]</sup>用VOF方法对球形表面张力贮箱内推进剂的重定位过程进行了仿真计算, 验证了贮箱及PMD的推进剂管理性能。用解析计算方法分析了这种由直边和曲边构成的内角毛细流动, 提出了虚拟内角和等效内角的概念, 其流动截面示意图如图2所示。图中灰色部分表示液体, OA是内角的直边, OC是内角的曲边, A点是液体弯月面和内角直边的交点, C是弯月面和曲边的交点。过C点做曲边的切线, 并和OA的延长线相交于O'点, 这样就得到由两个直线段构成的尖角 $\angle AO'C$ , 其角度

值的一半为 $\alpha'$ ， $\alpha'$ 定义为虚拟内角，由虚拟内角 $\alpha'$ 可求出弯月面的曲率半径 $r$ ，再由 $r/H=\sin\alpha/(\cos\theta-\sin\alpha)$ 关系式即可求出等效内角 $\alpha$ ，这样就将这种不对称内角模型转化为由直边构成且角度值不变的尖角模型，按尖角模型的控制方程即可对这种不对称内角的毛细流动进行求解。但是截面上的 $C$ 点是随横截面在容器轴线上位置而变化的，那么该截面上的虚拟内角 $\alpha'$ 并不是固定值，而随轴向坐标 $z$ 而改变，其对应的等效内角 $\alpha$ 也不是固定值，所以不能按尖角为固定值时的毛细流动控制方程计算该种内角的流动。对于这种由线段和圆弧构成的内角称其为圆柱形不对称内角，对于这种不对称内角的毛细流动需要做进一步研究。

本文主要利用 Surface Evolver 软件对微重力下圆柱形不对称内角的毛细流动进行模拟，研究容器中心角、液体接触角等参数对不对称内角流动的影响，并得到虚拟内角和液面高度的变化规律，为下一步求解该问题的解析解提供了一定的理论基础。

## 1 软件的介绍

Surface Evolver<sup>[3]</sup>是常用的计算气液平衡界面的计算程序，它是美国 University of Minnesota 国家科学和几何结构计算与可视化研究中心 K. A. Brakke 教授研究开发的一个有限元模拟软件。它是基于最小能量原理和有限元数值分析方法，针对表面成形演变过程分析的一种交互式软件工具，软件本身不具备处理特定问题的能力，但它提供了灵活的函数定义方法和能量及约束条件的描述方法。Surface Evolver (SE) 作为三维气液平衡界面计算程序，已经被广泛地应用于工程和生物领域，包括液桥断裂<sup>[4,5]</sup>、焊接<sup>[6]</sup>、细胞膜泡<sup>[7,8]</sup>、弹性表面和空间飞行器贮箱<sup>[9,10]</sup>等，并且得到了很好的验证。Collicott 等人<sup>[11-13]</sup>将 SE 程序的计算结果与经典的毛细稳定理论以及他们的实验结果进行对比，显示了 SE 程序的一致性和准确性。此软件提供的只是具有最小能量的静态液面的信息，而不涉及动态过程。SE 软件是利用动网格，而不是自适应的网格来决定自由面，这个自由面是由三角形面元来逼近的。在应用时，用户需要定义一个初始文件，然后程序就在给定的限制条件下，根据梯度下降法朝向能量最小的自由面变化。限制条件可以是对自由面积分的量，或者是一个给定的常数总和（例如体积），或者是几何约束条件，例如自由面不能越过某个固壁。能量可以是表面能、重力势能或用户自定义的曲面积分等的各种组合。每当自由面和固壁有接触时，需要加入接触角参数。在 SE 软件的初始文件中输入的量可以是有量纲的，也可以是无量纲的。本文利用 Surface Evolver 软件确定容器中的平衡界面。由于 Surface Evolver 中没有 N-S 方程，里面的时间只是物理时间，与实际的时间无关，只能得到最终的稳定液面，但是 Surface Evolver 计算速度很快，所以本文主要用 SE 来做定性分析，为下一步的理论分析提供一定的理论基础。

## 2 模型建立

地球上的一切物体都受到重力的影响。重力是个体积力，宏观液体的流动必定受到重力的影响。随着液体表面积的增加，表面张力的作用越来越明显。通常用 Bond 数来衡量重力和表面张力的比<sup>[13]</sup>

$$Bo = \frac{\rho g H^2}{\sigma} \quad (1)$$

式中 $\rho$ 为密度， $g$ 为重力加速度， $H$ 为液体厚度或者液滴直径。当 $Bo>1$ 时认为重力占主要作用，当 $Bo<1$ 时认为表面张力占主导作用。当 $Bo\ll 1$ 时，重力就可以忽略不计了。对于给定的液体， $\rho$ 和 $\sigma$ 保持不变， $g$ 和 $H$ 的减小都可以使 $Bo\ll 1$ 。比如地面上的微尺度系统和空间的微重力环境。然而，微重力环境中表面张力可以在大尺度范围仍起支配作用。本文用SE模拟时，忽略重力的影响。

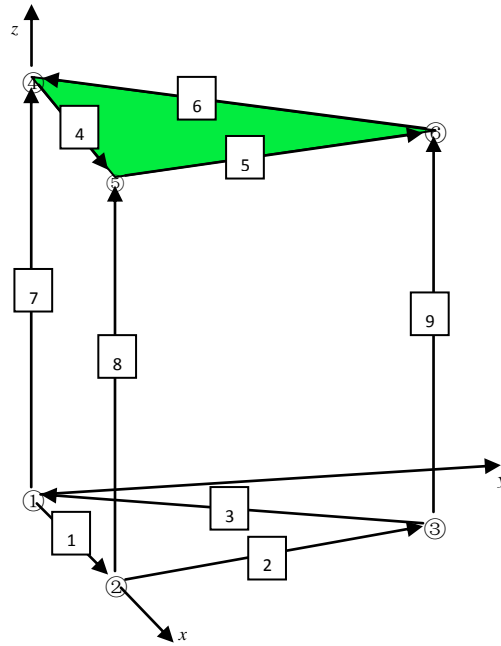


图 3 容器的骨架和初始液面形状

Fig.3 The frame of vessel and the shape of initial liquid surface

作为算例，研究中心角为60°的扇形截面的圆柱形容器，假设柱形容器无限高，容器的骨架和初始液面形状如图3所示。容器由6个点，9条棱，5个面组成。在给限制条件和运行迭代后，容器里的液体会朝着使系统能量最小值时的自由液面形状进化。下面我们考虑各个面的能量限制条件，以棱2, 9, -5, -8组成的圆柱面为例。系统的总能量包括液体的重力势能和系统所有表面的表面自由能，表示如下：

$$E = -\rho \iiint g dV + (\sigma \iint dS + \sigma \iint \vec{k} d\vec{S}^*) \quad (2)$$

$V$ 代表液体体积， $S$ 为自由面的面积， $S^*$ 为润湿的表面面积。对于右边第一项，重力为0，在SE计算中不予考虑；对于右边第二项，自由液面离散后，每个单元的能量个顶点所受到的力都可以看成是顶点位置的函数，由SE自动计算；对于右边第三项，可以用Stokes公式将其化为线积分。棱2, 9, -5, -8组成的面，转化为线性积分为：

$$\iint_{S^*} \vec{k} \cdot d\vec{S}^* = \oint_{\partial S} \vec{w} \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

其中， $\partial S$ 是接触线， $\vec{k}$ 是固体表面的单位法向量，且 $\vec{k} = \nabla \times \vec{w}$ ， $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{w}) = 0$ 。

圆柱面的约束方程为：

$$\sqrt{x^2 + y^2} = R \quad (4)$$

由以上可得：

$$\vec{w} = -\frac{Ryz}{x^2+y^2} \vec{i} + \frac{Rxz}{x^2+y^2} \vec{j} \quad (5)$$

式(5)即为由棱2, 9, -5, -8组成的圆柱面所受到的能量限制条件。

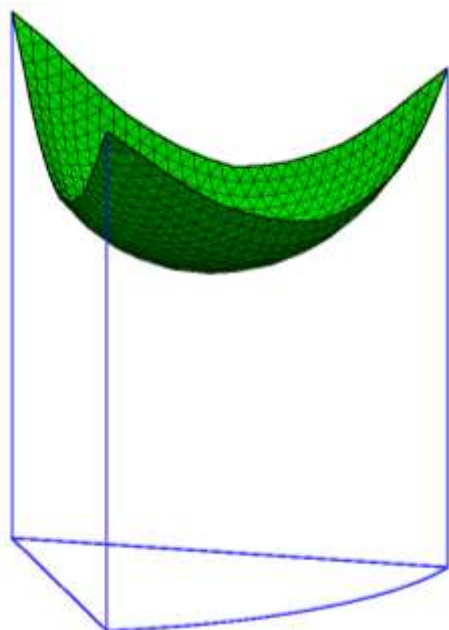


图4 中心角为 60 时的自由面

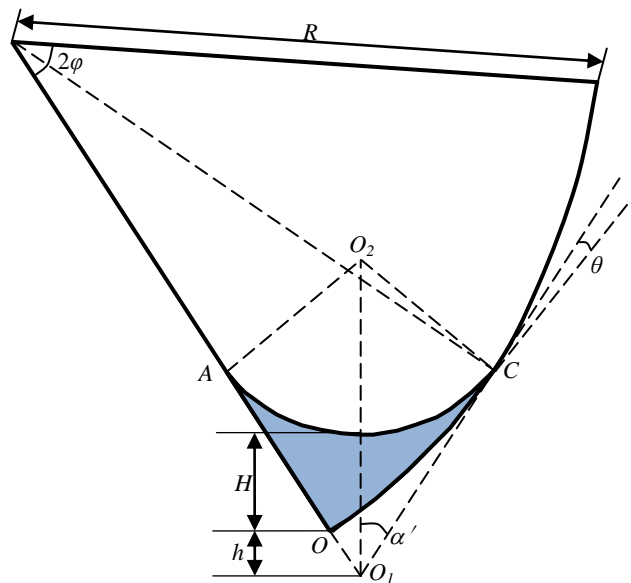


图5 虚拟内角和液面高度图

Fig.4 The free surface at central angle is 60° Fig.5 The sketch of dummy corner angle and meniscus height

通过计算可以得到了不同中心角下的自由面。根据文献 21 可知，对于内角均小于 180° 的容器，容器越接近于正多边形，SE 数值结果越精确。图 4 为中心角为 60° 时的自由面。迭代计算后提取自由面上节点的数据文件，用 Fortran 编程计算相应迭代步数下的前缘位置、虚拟内角和液面高度。圆弧处不对称内角的虚拟内角和液面高度如图 5 所示，图中  $H$  为液面高度， $\alpha'$  为所求虚拟内角， $2\varphi$  为中心角， $\theta$  为接触角。

### 3 结果分析

下面以如图 3 所示的扇形截面的圆柱形容器为例，利用 SE 软件计算了接触角为 10° 时，中心角为 30°，40°，50°，60° 的容器内的圆柱形不对称内角毛细流动，提取了由圆弧边和直边构成的圆弧处不对称内角处的前缘位置、内角和液面高度。图 6 给出了不同中心角时，前缘位置随迭代次数变化的关系曲线图。图 7 为虚拟内角随着液体高度和迭代次数变化曲线，图 8 为无量纲化后的液面高度  $H'$  ( $H'=H/r$ ) 随无量纲化后的  $z'$  ( $z'=z/r$ ) 和迭代次数的变化曲线。

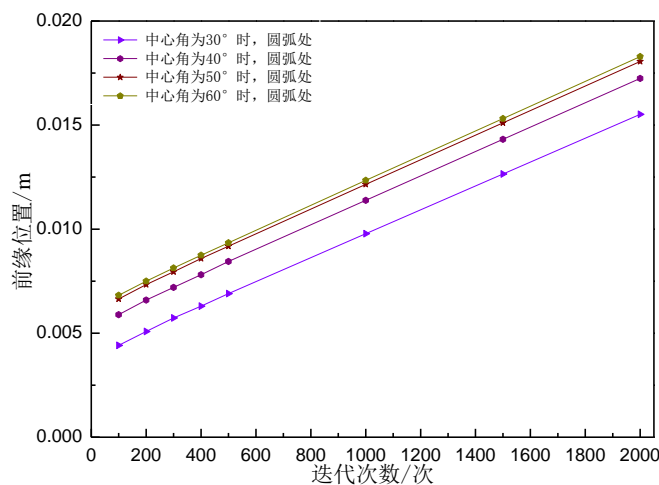


图 6 不同中心角时，前缘位置随迭代次数变化的关系曲线图

Fig.6 The change of the front position with iteration times at different central angles

由图 6 可知，随着迭代次数的增加，圆弧处的前缘位置随着中心角的增大而增大。规律符合 C-F 条件，即当  $\theta + \alpha < 90^\circ$  (称为 Concus-Finn 条件) 时，在无重力条件下，平衡界面的解将不存在，即如果内角处的棱

是无限长的话，液体将会沿着内角的棱铺展，而不能达到平衡。随着中心角增大，中心角大小对圆弧处前缘位置的影响很小。说明在设计贮箱时，导流板的数量不会对贮箱内毛细爬升的前缘高度以及速度产生影响，这与文献[14]中的实验结果一致。

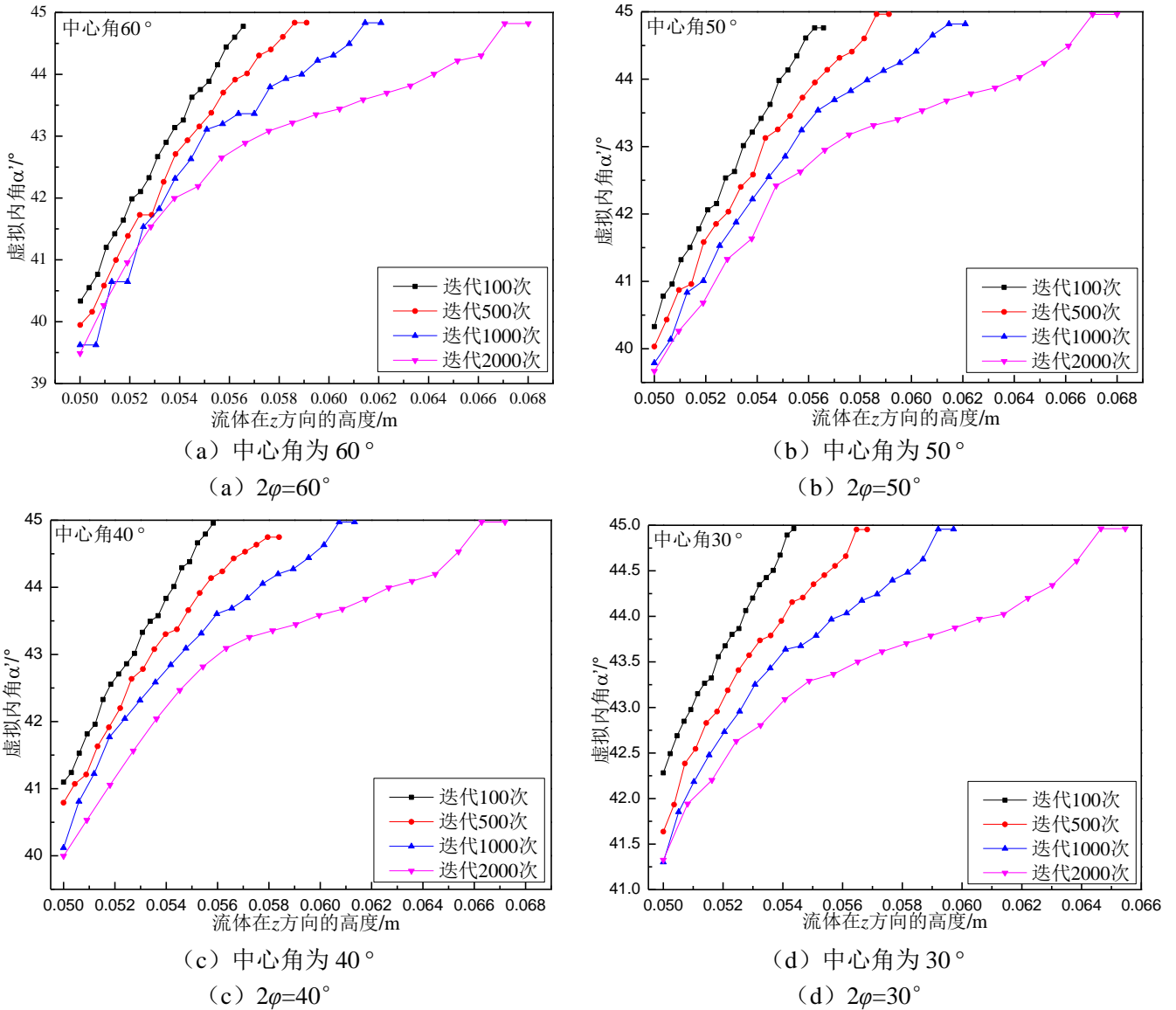


图 7 不同中心角时，虚拟内角随着液体高度和迭代次数的变化关系图

Fig.7 The change of the dummy corner angle with meniscus height and iteration times at different central angles

由图 7 可知，接触角为  $10^\circ$ ；不同中心角时，流体爬升的越高，虚拟内角越大；在前缘位置，虚拟内角均接近于  $45^\circ$ ；这与定性分析一致。

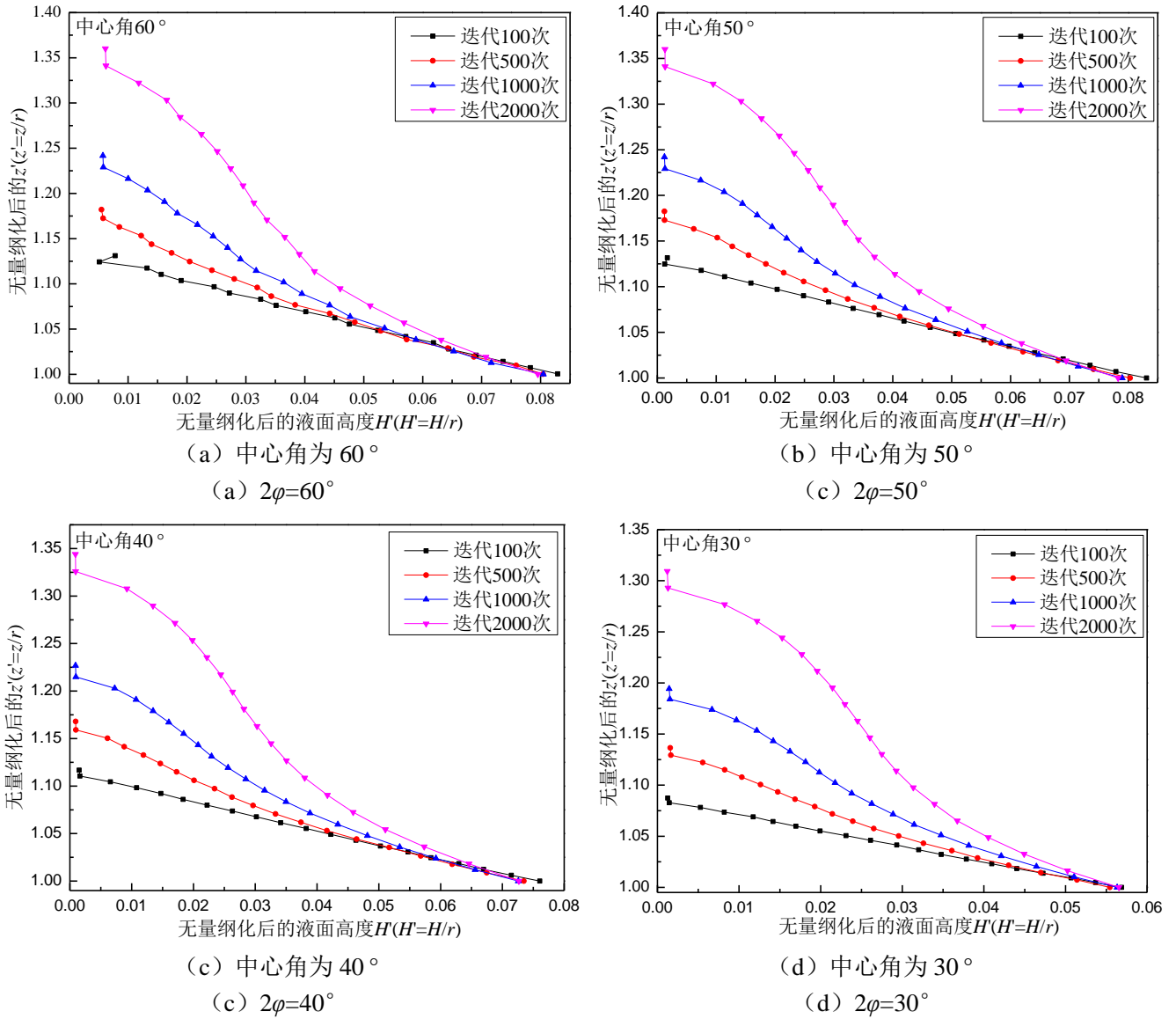


图 8 不同中心角时，无量纲化后的液面高度  $H'$  ( $H'=H/r$ ) 随无量纲化后的  $z'$  ( $z'=z/r$ ) 和迭代次数的变化关系图

Fig.8 The change of the dimensionless meniscus height  $H'$  ( $H'=H/r$ ) with dimensionless  $z'$  ( $z'=z/r$ ) and iteration times at different central angles

由图 8 可知，接触角为  $10^\circ$ ，不同中心角时，随着迭代次数增加，液面高度增大；且存在一个液面高度范围不随迭代次数的变化而变化，这个不变的液面高度即为初始液面高度<sup>[15]</sup>，这与落塔实验结果一致。此结果说明圆柱形不对称内角处毛细流动与常内角处毛细流动一样，均存在初始液面高度，这为圆柱形不对称内角毛细流动的理论研究提供了一个重要的参数。

#### 4 结论

针对微重力环境下圆柱形不对称内角毛细流动的问题，利用 SE 软件对微重力环境下圆柱形不对称内角毛细流动进行数值模拟，定性分析了前缘位置、虚拟内角和液面高度的变化规律。数值模拟得到的规律与理论分析和落塔实验结果吻合，说明 SE 可以很好的定性分析微重力环境下内角毛细流动问题。从本文得到的结果可知，中心角大小对圆弧处前缘位置的影响很小，在液体前缘位置的虚拟内角接近于  $45^\circ$  以及圆柱形不对称内角处的毛细流动也存在初始液面高度，这为今后研究微重力环境下圆柱形不对称内角毛细流动的问题的解析解提供了一定的参考价值。另外，也可以根据本文的工作对进行容器设计和选择适合的溶液。

## 参考文献

1. 李京浩, 陈小前, 黄奕勇. 基于内角流动的板式表面张力贮箱内推进剂流动过程研究. 国防科技大学学报, 2012, 34(4): 18-21(Li Jinghao, Chen Xiaoqian, Huang Yiyong. A study of propellant flow in the vane-type surface tension tank based on interior corner flow. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(4):18-21 (in Chinese))
2. 李京浩, 陈小前, 黄奕勇, 等. 微重力环境下的不对称内角流动研究. 中国科学: 技术科学, 2012, 42(8): 957-962(Li Jinghao, Chen Xiaoqian, Huang Yiyong, et al. Study on asymmetric interior corner flow in microgravity condition. Sci China Tech Sci, 2012, 55: 2332-2337(in Chinese))
3. K. A. Brakke. The surface evolver's manual. Home page: <http://www.susqu.edu/brakke/evolver/evolver.html>, 2011.
4. 于洋, 王学卫, 吴群. 基于 Surface Evolver 模拟液桥断裂距离. 医用生物力学, 2011, 26(5): 436-440(Yu Yang, Wang Xuwei, Wu Qun. Rupture distance of liquid bridge based on Surface Evolver simulation. Journal of Medical Biomechanics, 2011, 26(5): 436-440(in Chinese))王学卫, 于洋. 重力影响下板间液桥断裂距离研究. 实验力学, 2012, 27(1): 70-76(Wang Xuwei, Yu Yang. Study of Gravitation Effect on Rupture Distance of Liquid Bridge between Two Flat Substrates. Journal of Experimental Mechanics, 2012, 27(1): 70-76(in Chinese))
5. 王玉鹏, 周洋. 模板对倒装焊焊点形态的影响及其可靠性研究. 中国集成电路, 2009, 2: 42-48(Wang Yupeng, Zhou Xiang. Impact of Stencil for Flip-Chip Shape and Their Reliability Study. China Integrated Circuit, 2009, 18(2): 42-48(in Chinese))
6. 周晓华, 张劲光. 球形拓扑中复杂形状生物膜泡的获得及其稳定性分析. 物理学报, 2006, 55(10): 5568-5574 (Zhou Xiaohua, Zhang Shaoguang. Obtaining and stability analysis of spherical topological vesicles with complex configurations. Acta Phys Sin, 2006, 55(10): 5568-5574 (in Chinese))
7. 王大艳, 戴会利, 胡开福, 等. 球形拓扑下对 budding 和 multi-budding 生物膜泡形状的研究. 现代生物医学进展, 2008, 8(1): 172-173(Wang Dayan, Dai Huili, Hu Kaifu, et al. Research of budding and Multi-budding Vesicles in Spherical Topology. Progress In Modern Biomedicine, 2008, 8(1): 172-173 (in Chinese))
8. 王毅, 常小庆. 微重力环境下推进剂贮箱中三维气液平衡界面的数值模拟. 火箭推进, 2007, 3: 31-35(Wang Yi, Chang Xiaoqing. Numerical simulation of three-dimensional gas-liquid equilibrium interfaces in the propellant tank under microgravity condition. Journal of Rocket Propulsion, 2007,33(3):31-35 (in Chinese))
9. 徐升华, 王林伟, 孙祉伟, 等. 容器内角处流体界面特性与 Surface Evolver 程序适用性的研究. 物理学报, 2012, 61(16): 166801(Xu Shenghua, Wang Linwei, Sun Zhiwei, et al. The study on the mechanism of liquid surface in interior corner and the applicability of Surface Evolver. Acta Phys Sin, 2012, 61(16): 166801(in Chinese))
10. Collicott S H, Bayt R L, Courtney S D. Ullage bubble stability in the Gravity Probe-B helium tank[C], In 30th AIAA Joint Propulsion Conference, Indianapolis, 1994.
11. Collicott S H, Weislogel M M. Corner radius effects on capillary instability in tank geometries[C]. In 37th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference, Salt Lake City, UT, 2001, AIAA-2001-3824.
12. Collicott S H, Weislogel M M. Computing Existence and Stability of Capillary Surfaces Using Surface Evolver[J], AIAA Journal, 42, 289(2004)
13. Langbein D. Capillary Surfaces: Shape, Stability, Dynamics, in Particular under Weightlessness[C]. Berlin: Springer, 2002
14. 张晨辉. 微重力下板式表面张力贮箱内流体管理的研究.[硕士论文]. 沈阳: 东北大学, 2013(Zhang Chenhui. Research on the Liquid Management in the Plate Surface Tension Tank under Microgravity.[Thesis].Shenyang: Northeastern University, 2013 (in Chinese))
15. Mark M. Weislogel. Capillary Flow in Containers of Polygonal Section[J],AIAA Journal, 2001, 39(12):2320-2326.

# Study of capillary flow in cylindrical asymmetric interior corner under microgravity

Liu Ling<sup>\*,1)</sup>, Li Yongqiang<sup>\*</sup>, Duan Li<sup>+</sup>, Kang Qi<sup>+</sup>, Rui Wei<sup>\*</sup>, Zhang Chenhui<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>(*Institute of Applied Mechanics, College of Science, Northeastern University, Shenyang 110819, China*)

<sup>+</sup>(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

**Abstract:** The capillary-driven flow in microgravity is an important basic research in the space fluid management technology. In order to ensure the safety and efficiency of the fluid management devices, it is necessary to deeply understand the characteristics of capillary-driven flow in microgravity. For this purpose, we investigate the capillary driven flow in asymmetric interior corner under microgravity environment, and study the numerical simulation and theoretical analysis. Using Surface Evolver to study central angle influence on asymmetric interior corner flow and obtaining the change law of dummy corner angle and meniscus height based on theoretical analysis, the results provide a certain theoretical basis for next study on Analytical solutions. The conclusions of this thesis can be applied in designing tanks and choosing suitable solution in the space fluid management.

**Key words:** cylindrical asymmetric interior corner, capillary flow, Surface Evolver, dummy corner angle, meniscus height

---

1) E-mail: lingling.jing@163.com