

化学非平衡流激波脱体距离的解析研究

高云亮¹, 董三强¹, 余文力¹, 王涛¹, 姜宗林²

(1. 第二炮兵工程大学, 西安 710025; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要: 针对考虑化学非平衡效应的超高速流动激波脱体距离问题, 对 Wen 给出的脱体激波后滞止流线上密度变化的线性密度剖面进行了修正, 建立了指数密度剖面, 确定了化学非平衡流动激波脱体距离的解析求解方法, 并对该方法进行了分析。通过与已有解析方法及 Wen 实验数据的比较, 发现此方法得到的激波脱体距离与实验数据吻合得更好。

关键词: 化学非平衡; 激波; 脱体距离

中图分类号: V211.3 **文献标识码:** A

0 引言

激波脱体距离是超高速流动中一个很重要的参数。这是因为激波位置和激波形状直接决定了钝体表面的压力分布, 从而决定了飞行器的气动力特性。同时, 它对绕流气体发生的热化学现象非常敏感, 而且也是一个比较直观、容易测量、便于研究的物理量^[1]。由于超高速流动实验模拟设备研制的困难, 其理论与数值研究早于实验研究。1958年, Freeman^[2]用非平衡的理想离解气体模型研究了非平衡离解对激波脱体距离的影响, 建立了激波脱体距离与等效 Damkohler 数 $\Lambda (=2aC\rho_0/u)$ 的解析关系式。60年代, Hall 等人^[3]得出: 在低密度的高海拔区域, 双体反应支配着超高速钝体绕流流场特征。在此基础上, Gibson 和 Marrone^[4]进一步给出两个来流速度、温度和成分相同的非平衡流动流场相似的条件是双尺度律参数 $\rho_\infty a$ 相同。1972年, Hornung^[5]通过实验和数值计算证明: 超高速非平衡离解氮流的激波脱体距离和钝体前部的流动模式可

以与单一的化学反应速率参数 $\Omega (= \frac{a}{u_\infty} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_{sh})$ 关

联起来, 实验和计算结果都散落在一条曲线上。1994年, Wen^[6]在 Hornung 研究的基础上, 引入一个新的化学速率参数 $\tilde{\Omega}$, 用沿滞止流线上近似的线性密度剖面建立了非平衡离解流激波脱体距离的解析关系式, 预测数据与得到的实验结果合理的一致。2000年, Houwing 等^[7]将 Wen 的方法应用到只有振动非平衡的情况, 得到激波脱体距离的解析关系式, 预测结果与弹道靶实验数据一致。

但 Wen^[9]在求解激波脱体距离的解析关系式中, 假设在激波与物体间的密度服从线性分布, 即: 密度按照线性规律从激波后的冻结值增加到物面处的密度值; 当反应速率足够大、能在激波与物面间达到平衡时, 假设密度首先由冻结值线性增加到平衡值, 然后从该点到物面保持不变。计算结果显示低估了无量纲激波脱体距离, 本文用指数密度剖面代替 Wen 的线性密度剖面, 建立了化学非平衡流的激波脱体距离解析预测方法, 并对该预测方法进行

作者简介: 高云亮 (1970-), 男, 山东广饶, 副教授, 研究方向: 激波、爆轰、战斗部 E-mail: gaoylsd@yahoo.com.cn

了分析研究。

1 钝头体激波脱体距离的近似关系

对于绕球或圆柱等钝头体的超高速流动，选取如图 1 所示的激波与物体间的控制体：

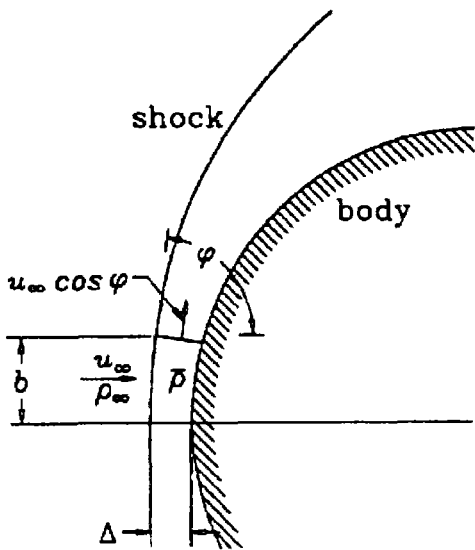


图 1 激波脱体绕流控制体示意图

Fig. 1 Schematics of the control volume for shock standoff distance

左侧流体进入控制体的质量流量为：

$$\dot{m}_{in} = \begin{cases} u_{\infty} \rho_{\infty} b & \text{二维流} \\ \pi u_{\infty} \rho_{\infty} b^2 & \text{轴对称} \end{cases} \quad (1)$$

其中： u_{∞} 、 ρ_{∞} 为来流速度和密度， b 为控制体的尺寸。

当 b 很小时，单位时间内离开控制体的质量流量为：

$$\dot{m}_{out} = \begin{cases} u_b \bar{\rho} \Delta & \text{二维流} \\ 2\pi u_b b \bar{\rho} \Delta & \text{轴对称} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\bar{\rho}$ 为激波层内的平均密度， Δ 为激波脱体距离。

由于 $u_b \approx u_{\infty} \cos \phi$ ， $b = r_{sh} \cos \phi$ ，根据连续

性方程 $\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$ ，得到：

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta}{r_{sh}} \frac{\bar{\rho}}{\rho_{\infty}} = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{轴对称} \\ \frac{1}{2} & \text{二维流} \end{cases} \quad (3)$$

其中： r_{sh} 为激波的曲率半径。上式建立了激波脱体距离与激波层平均密度的关系。与物体半径相比，激波的脱体距离很小，假设 $a \approx r_{sh}$ 引起的误差不大。利用上式，可以用钝头体半径 a 表示无量纲激波脱体距离：

$$\tilde{\Delta} = \frac{1}{2} \frac{\Delta}{a} \frac{\rho_{sh}}{\rho_{\infty}} \quad (4)$$

其中： ρ_{sh} 为激波后的密度。只要得到激波层内的平均密度，就可以得到钝头体的激波脱体距离。对于冻结流动或平衡流动，激波层内的密度可以认为近似不变^[8]，脱体距离比较容易确定。如果激波层内的流动存在化学非平衡效应，激波层内的密度变化将变得比较复杂。下面，我们考察化学非平衡效应对激波层内密度变化及激波脱体距离的影响。

2 指数密度剖面的建立及激波脱体距离的改进计算方法

为了得到激波层间滞止流线上的平均密度，除需要知道紧靠激波后的密度变化率之外，还要知道密度沿滞止流线的空间分布，即激波层间的密度剖面。因为化学非平衡流中密度的变化是一渐变过程，应用 Wen^[9]的线性密度剖面存在较大近似，本文假设激波到物面间的密度变化按照指数规律变化，即：

$$\frac{\rho - \rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} = 1 - \exp \left[- \frac{2\tilde{\Omega} \rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} \frac{y}{\Delta} \right] \quad (5)$$

其中： ρ_{sh} 、 ρ_e 分别为激波后和平衡密度； y 为滞止流线上的点到激波阵面的距离； Δ 为激波脱体距离。图2为几种不同反应速率参数对应的密度剖面

$$\frac{\bar{\rho} - \rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} = 1 + \frac{1}{2\tilde{\Omega}\tilde{\Delta}} \left(\frac{\rho_e}{\rho_{sh}} - 1 \right) \left(\exp \left[-\frac{2\tilde{\Omega}\tilde{\Delta}\rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} \frac{y}{\Delta} \right] - 1 \right) \quad (6)$$

其中， $\tilde{\Omega}$ 为Wen^[10]的反应速率参数：

$$\tilde{\Omega} = -\frac{2a}{\rho_{sh}u_\infty} \left(\frac{h_\alpha}{h_\rho \left[1 - \frac{u^2}{a_j^2} \right]} \frac{d\alpha}{dt} \right)_{sh} \quad (7)$$

该式的物理意义为紧靠激波后滞止流线上密度的相对变化量。 $\tilde{\Delta}$ 为无量纲激波脱体距离，见式(4)。

$$\frac{\tilde{\Delta}}{L} \left(\frac{\rho_e}{\rho_e - \rho_{sh}} \right) + \frac{1}{2\tilde{\Omega}L} \left(\frac{\rho_e}{\rho_{sh}} - 1 \right) \left(\exp \left[-\frac{2\tilde{\Omega}\tilde{\Delta}\rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} \right] - 1 \right) - \frac{\rho_{sh}}{\rho_e - \rho_{sh}} = 0 \quad (9)$$

对于一定的流动条件， ρ_{sh} 、 ρ_e 、 $\tilde{\Omega}$ 都可以确定出来。求解上述方程，就可以得到超高速钝头体绕流的无量纲激波脱体距离。具体计算过程可参考文献[13]。

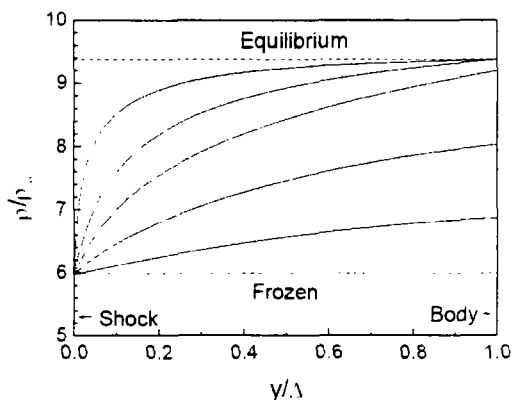


图2 指数密度剖面描述的密度沿滞止流线分布

Fig. 2 Exponential density profile on stagnation streamline

示意图。

将式(5)对 y 积分，得到激波与物面间的平均密度：

根据 $\tilde{\Delta}$ 与平均密度的关系，有：

$$\tilde{\Delta} = L \frac{\rho_{sh}}{\bar{\rho}} \quad (8)$$

对于轴对称流动， $L = 0.41$ ；对于二维平面流动， $L = 1.15$ ^[11]。将之代入方程(6)，消去 $\bar{\rho}$ ，得到指数密度剖面的无量纲激波脱体距离 $\tilde{\Delta}$ 计算方程：

3 改进方法的分析比较

利用前节改进的指数密度剖面，我们对总焓为21.06MJ/kg的氮流^[11]绕过圆球时的无量纲激波脱体距离进行了计算，计算结果如图3所示。其中“—”表示用修正的密度剖面计算得到的结果，带“■”的曲线表示用Wen原来的方法计算得到的结果。由图3的曲线看出，当 $\tilde{\Omega}$ 很小和 $\tilde{\Omega}$ 很大，即流动趋近于冻结和平衡时，两种方法得到结果相同。但在 $\tilde{\Omega}$ 等于1附近的流动非平衡区，两种方法得到的结果有一定差别，用Wen的方法得到的曲线比当前方法得到的曲线更陡峭，这与C. E. Higgins对Wen方法的评价^[12]一致。曲线在该区域变化剧烈，说明Wen原来的方法过高的估计了流动的化学非平衡对无量纲激波脱体距离的影响。

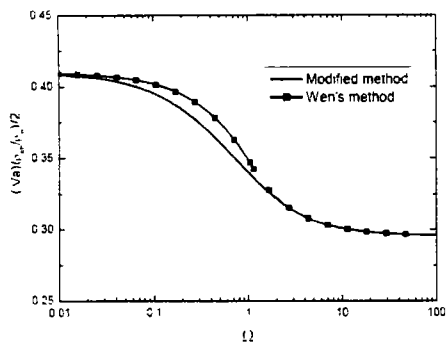


图 3 同一焓值两种方法无量纲激波脱体距离的比较

Fig. 3 Comparison of dimensionless shock standoff distance using two methods for flows with same enthalpy

在 $\tilde{\Omega} < 1$ 的部分区域, 即在化学非平衡、且向化学冻结趋近的区域, Wen 方法得到的曲线在当前改进方法得到的曲线之上, 说明 Wen 方法计算的无量纲激波脱体距离大于当前方法计算得到的无量纲脱体距离, 这与 Wen^[9]的讨论不一致。但 A. F. P. Houwing^[3]等研究振动非平衡对激波脱体距离影响的过程中, 得到了与本文一致的结论, 两者之间的差异有待于进一步的研究。

图 4 给出了气流总焓不同时, 两种方法得到的无量纲激波脱体距离计算曲线。图 4a 为改进方法得到的曲线, 图 4b 为 Wen 方法得到的曲线。

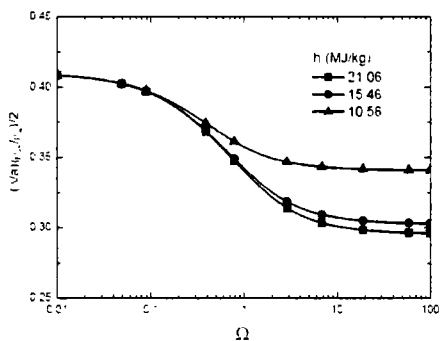


图 4a 不同焓值两方法无量纲激波脱体距离比较(改进方法)

Fig. 4a Comparison of dimensionless shock standoff distance using two methods for flows with different enthalpy (modified method)

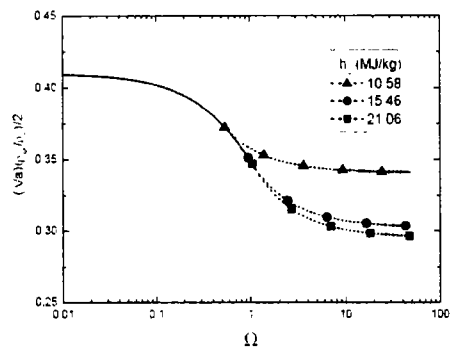


图 4b 不同焓值两方法无量纲激波脱体距离比较(Wen 方法)

Fig. 4b Comparison of dimensionless shock standoff distance using two methods for flows with different enthalpy (Wen's method)

由图 4a 知道: 按照改进的预测方法, 对于不同焓值的气流, 无量纲激波脱体距离计算曲线分别具有各自独立的曲线。在 $\tilde{\Omega}$ 很小时, 化学冻结, 化学反应对脱体距离没有影响, 只受流动过程的影响, 它们的无量纲脱体距离相同、曲线重合。随着 $\tilde{\Omega}$ 的增大, 化学非平衡的作用逐渐显现, 由于不同焓值的气流非平衡所起作用不同, 曲线逐渐分离。随着 $\tilde{\Omega}$ 的进一步增大, 流动逐渐趋向与化学平衡, 无量纲激波脱体距离达到各自的平衡值。

根据图 4b 看到: 由 Wen 方法得到的无量纲激波脱体距离预测曲线包括两段^[11]: 一段表示偏向冻结的无量纲激波脱体距离, 一段表示偏向平衡的无量纲激波脱体距离, 两段曲线通过一个连接点连接起来。表示平衡一端的曲线, 化学反应起支配作用, 气流总焓不同使得化学反应的作用不同, 不同的焓值分占不同的曲线。按照 Wen 的结果, 对于不同的气流总焓, 表示冻结一端的曲线完全相同。这段曲线包括化学非平衡影响开始显著的部分, 表明该方法认为化学非平衡开始起作用时, 对无量纲激波脱

体距离的影响是相同的,不同的气流总焓没有差别,这与改进的预测方法不同。对照图 4a 和图 4b,当前的改进方法中,气流总焓对无量纲激波脱体距离发生影响的时间,比 Wen 方法要早。

A. F. P. Houwing^[7]等研究振动非平衡对激波脱体距离的影响时,对线性密度剖面与改进的指数密度剖面所得到的结果进行了比较,结果显示改进密度剖面的结果与实验符合得更好。

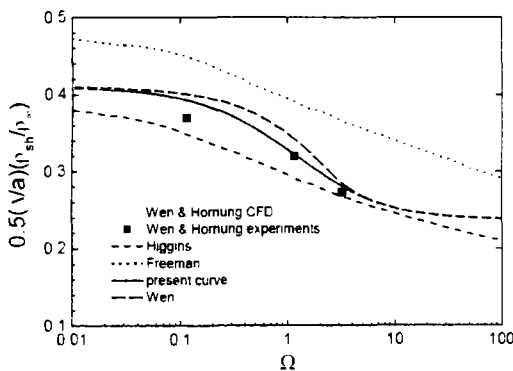


图 5 已知几种解析方法的比较

Fig. 5 comparison of analytical solutions

图 5 给出了几种已有的无量纲激波脱体距离解析预测方法与 Wen & Hornung^[9]计算及实验结果的比较。Freeman^[2]方法假设激波后的压力由 Newtonian-Busemann 理论给出,而与流动的热力学无关。与 Wen 和 Hornung 的计算及实验结果相比,该方法得到的曲线结果偏高。Higgins 方法^[12]利用压缩性坐标变换描述滞止流线上热、化学变量的分布,以此简化激波脱体距离的计算,该方法得到的曲线结果稍低。这两种方法得到的结果除数值上有一定的差别外,变化趋势定性相符。Wen 的曲线与实验、计算结果的差别,比以上两种方法都小,但在表征化学非平衡的曲线中间区域,曲线的变化比实验和计算结果更剧烈。当前修正的曲线在该区域变得比较平坦,缓和了 Wen 曲线变化趋势上的差

别,与实验和计算结果符合得更好。与 Freeman、Higgins 的方法相比,Wen 与当前方法的非平衡作用区较小,变化剧烈,非平衡出现晚,却很快到达平衡。而 Freeman、Higgins 的方法非平衡作用区大,变化平缓,当 Wen 与当前方法趋近平衡时,仍处于非平衡变化区。出现这些差别的原因可能与这两种方法都采用了牛顿近似理论有关,具体原因有待于进一步的研究。

4 结论

针对考虑超高速流动中化学非平衡过程的激波脱体距离问题,在 Wen 线性密度剖面的基础上,建立了更符合化学非平衡流密度变化规律的指数密度剖面。基于指数密度剖面,给出了化学非平衡流动激波脱体距离的解析求解方法。通过与已有解析方法的比较,发现此方法得到的激波脱体距离与实验数据吻合更好。

参考文献:

- [1] Hornung, H. G. Smith, G. H. The influence of relaxation on shock detachment. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979, 93, 225-239.
- [2] Freeman, N. C. Non-equilibrium flow of an ideal dissociating gas, *Journal of Fluid Mechanics*, 1958, Vol. 4, pp. 407-425.
- [3] Hall, J. G. Eschenroeder, A. Q. Marrone, P. V. Blunt-Nose Inviscid Airflows with Coupled Nonequilibrium Processes. *J. Aero. Sci.*, 1962, 29(9), 1038-1051
- [4] Gibson, W. E., Marrone, P. V. A similitude for non-equilibrium phenomena in hypersonic flows. *AGARDograph* 68, 105-132, 1964.
- [5] Hornung, H.G. Non-equilibrium dissociating nitrogen flow over spheres and circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 1972, Vol. 53 pp 149-76.
- [6] Wen, Chihyung. Hypervelocity flow over spheres. GALCIT PhD thesis, 1994.
- [7] Houwing, A.F.P., Nonaka, S., Takayama, K. Effects of vibrational relaxation on bow shock standoff distance for nonequilibrium flows. *AIAA J* 2000, Vol.38, No.9, 1760-1763.
- [8] STALKER, R. J. Approximations for nonequilibrium hypervelocity aerodynamics. *AIAA Journal* 1989, vol 27 no.12 (1761-1769)
- [9] C. Y. Wen, H. G. Hornung. Non-equilibrium dissociating flow over

- spheres. *J. Fluid Mech.* 1995 299, 389-405. pp. 149-176
- [10] C. Y. Wen. Hypervelocity flow over spheres. PhD thesis, Graduate Aeronautical Laboratories, Caltech, 1994. [12] C. E. Higgins. Aerothermodynamics of the gas giants. PhD thesis, University of Queensland, Brisbane Australia, 2004.
- [11] H. G. Hornung. Non-equilibrium dissociating nitrogen flow over spheres and circular cylinders. *J. Fluid Mech.* (1972), vol. 53, part 1, [13] 高云亮. 超高速流动实验模拟方法及基础气动问题研究, 中国科学院力学研究所博士论文, 2008.

Analytical solution to shock standoff distance in chemically-nonequilibrium flows

Gao Yun-liang^{1,2}, Dong San-qiang¹, Yu Wen-li¹, Wang Yu-ling¹, Wang Tao¹, Jiang Zong-lin²

(1. *The Second Artillery Engineering University, Xian 710025, China* ;

2. *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

Abstract: For the shock standoff distance in chemically-nonequilibrium flows, the linear density profile given by Wen on the stagnation streamline behind a standoff shock is modified to an exponential one. An analytical solution to the shock standoff distance is found. The solution coincides better with the experimental data from Wen than other analytical solutions.

Key words: chemically-nonequilibrium flows; shock waves; standoff distance

作者联系方式: 高云亮, 西安第二炮兵工程大学 103 教研室, 710025

手机: 13474055860